# 结合小波变换和 RBF 神经网络进行光谱自动分类\*)

## 姜育刚 郭 平

(北京师范大学计算机科学系 北京 100875)

摘 要 本文提出了一种基于小波变换和 RBF 神经网络的天体光谱分类方法。首先利用小波变换除去谱线中的 噪声、提取特征谱线;然后使用 RBF 神经网络分类, RBF 网络的输入为提取的特征谱线。实验结果显示该方法具 有良好的鲁棒性,算法效率很高,正确分类率(CCR)远远高于经常采用的主成分分析特征提取方法,因此特别适合 于低信嗓比的光谱数据分类。

关键词 小波变换, RBF 神经网络, 光谱数据, 主成分分析(PCA)

## 1 引言

当前广泛开展的大规模巡天观测将产生大量的 天体光谱数据。对于海量的光谱数据,手工分类是 不可能的,而广泛采用的模板匹配自动分类技术由 于实测光谱的信噪比较低、测量误差等限制很难得 到理想的识别率。针对存在的这些问题,我们提出 了这种分类方法。

模式识别过程一般包括以下几个方面:预处理、 特征提取和分类决策。天体光谱预处理的主要工作 就是去除噪声。由于实测光谱的噪声很大,因此采 用了在信号处理领域应用广泛的小波变换进行降 噪,我们结合了两种小波降噪方法,取得了很好的效 果;然后利用小波变换的多分辨率分析的特点提取 特征谱线。由于 RBF 神经网络避免了 BP 网络冗长 繁琐的计算学习,具有良好的泛化能力,最后我们选 择 RBF 神经网络完成分类。

## 2 基本原理

#### 2.1 小波变换及多分辨率分析

小波是小波变换的分析函数,它是在有限区间 内积分为零并满足可容许条件的小波母函数 Ψ(t) 通过平移和伸缩产生的函数簇:

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi(\frac{t-b}{a})$$
(1)

其中 a 为尺度因子, b 为平移因子。

实际应用经常采用离散小波变换,即将尺度因 子 a 和平移因子 b 离散化。设 f(t)是一给定信号, 离散小波变换定义为:

$$\Psi_{m,n}(t) = 2^{-m/2} \Psi(2^{-m}t - n)$$
(2)

$$WT_{f}(m,n) = \int f(t)\overline{\Psi_{m,n}(t)}dt$$
(3)

计算实现离散小波变换通常采用Mallat提出

的多分辨率信号分解算法<sup>[1]</sup>。将  $\Psi_{m,n}(t)$ 离散地表 示为一对 H =  $\{h_1\}$ 和 C =  $\{g_1\}, (l \in z)$ 滤波器,正交 小波分解的实现可以写成:

$$C^{j}(\mathbf{k}) = \sum_{l \in \mathbf{Z}} h(l - 2\mathbf{k}) C^{j-1}(l)$$
 (4)

$$D^{j}(\mathbf{k}) = \sum_{l \in \mathbf{Z}} g(1 - 2\mathbf{k}) C^{j-1}(1)$$
 (5)

其中,j=0,1,…,J。J为最高分解级数。上述分解 可以表示为:

由于分解具有正交性,由  $C^{J}$ 和  $D^{1}$ ,  $D^{2}$ ,…,  $D^{J}$ 可以重 构得到原始信号  $C^{0}$ 。其中  $C^{i}$ 是  $C^{i-1}$ 的逼近,  $D^{i+1}$ 是  $C^{i}$ 的高频细节。

基于上述算法的应用称为多分辨率分析,采用 该方法进行降噪主要有两种处理方法。一种是小波 系数阈值处理方法,文[2]对此作了详细解释。另 外,由于通常实测光谱的噪声频率较高,信号频率较 低,因此可以通过对原始光谱进行一定级数的分解, 分离信号和噪声,移去高频噪声,从而得到高信噪比 的谱线。本文的降噪过程通过结合上述两种方法来 完成。

#### 2.2 RBF 神经网络

径向基函数 RBF(Radial - Basis Function)神经 网络是一种三层前向网络,输入层由输入数据源节 点组成;第二层为隐含层,隐单元的个数有所描述的 问题而定,隐单元的变换函数是对中心点径向对称 且衰减的非负线性函数;第三层为输出层,它对输入 模式做出响应<sup>[3]</sup>。

RBF 神经网络的结构如图 1 所示。输入层节 点只是传递输入到隐层,隐层节点由如高斯核函数 类型的辐射状作用函数构成,而输出层节点通常是 简单的线性函数。

· 54 ·

<sup>\*)</sup>国家自然科学基金(60275002)和国家 863 计划(2003AA133060)资助课题。



#### 图 1 RBF 网络基本结构

隐层节点中的核函数对输入信号将在局部产生 响应,即当输入数据离高斯核函数的中心较近时,该 隐层节点将产生较大的输出,反之输出则较小。

RBF 神经网络的输出为隐层节点输出的线性 组合,即:

$$h(x) = \sum_{p=1}^{H} \omega_{p} \varphi(\| x - x_{p} \|)$$
 (6)

其中ω。是输出权重,第一个隐层节点为偏置神经 元,即  $\varphi_0(\|\mathbf{x} - \mu_0\|) = 1$ ,可以初始化每一个径向 基函数的中心值 μ,求得式(8)的 φ矩阵。权值矩阵 ₩ 可以由式(7)求得:

$$\widetilde{\mathbf{W}} = \mathbf{T} \boldsymbol{\phi}^{+} \tag{7}$$

其中 ♦ + 是 ♦ 的伪逆矩阵, 而是对称矩阵。

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi_0(\|x_1 - \mu_0\|) \cdots \varphi_0(\|x_n - \mu_0\|) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_H(\|x_1 - \mu_H\|) \cdots \varphi_H(\|x_n - \mu_H\|) \end{pmatrix} (8)$$
T 由 洗 择 基 函数 & 为 真 斯 刑 .

本文中选择基函数 \$ 为高期

$$\varphi_{j}(||\mathbf{x} - \mu_{j}||) = \exp[-\frac{1}{2r_{j}^{2}}||\mathbf{x} - \mu_{j}||^{2}]$$
 (9)

其中,φ;是第j个隐层节点的输出,x是输入样本,μ; 是高斯函数的中心值,γ;是标准化常数。每个基函 数都可以选择不同的 $\mu_i$ 和 $\gamma_i$ 。

RBF 神经网络的学习过程如下:

Step 1:根据所有的输入样本决定隐层各节点 的高斯核函数的中心值 μi 和标准化常数 γi。

Step 2:在决定完隐层的参数后,根据样本期望 输出和∮矩阵,由式(7)求出输出层的权值 ₩。

在完成第二步后,还可以根据确定的参数和 W 求出网络输出,计算网络输出与理想输出的误差并 利用梯度下降法调整隐层参数,以提高网络精度。

# 3 实验结果及讨论

实验中采用 Jacoby(1984)公布的光谱数据<sup>[4]</sup>, 总共有 161 条恒星光谱。谱线的波长范围为 3510 到 7427 埃,分辨率大约为 1.4 埃。按照温度由高到 低,七类恒星名称如下:O、B、A、F、G、K和M。我们 采用的光谱数据中 B 类 33 条、A 类 23 条、O 类 19 条、F 类和 G 类各 29 条、K 类和 M 类各 14 条(见图 2)。



图 2 典型的七类恒星光谱

首先我们对每条谱线作归一化处理。然后,采 用传统的小波系数阈值处理方法对原始光谱进行降 噪,阈值降噪效果如图 3(中)所示。



#### 图 3 小波阈值降噪(中)、结合方法(下)

不同尺度的小波系数代表了谱线的不同频率成 分的信息,可以通过提取部分尺度的小波系数得到 谱线中的有用的信息,因此小波变换的多分辨率分 析方法十分适合于光谱信号的处理<sup>[5]</sup>。我们使用 Mallat 算法对每条谱线做了7次小波分解,每条谱 线的分解都产生了7个尺度的小波系数和最后一次 分解的剩余系数。

采用第7次分解的剩余系数重构得到拟合的连 续谱线[6]:由于实测光谱信噪比很低,我们舍弃了 前4次分解的小波系数,也就是谱线中的高频成分, 以达到进一步降噪的目的,采用第5、6、7次分解得 到的小波系数重构得到特征谱线。

图 3 为结合两种降噪方法的谱线,结果证明该 方法优于使用 Kalman 滤波<sup>[7]</sup>降噪。连续谱线、特 征谱线的拟合结果如图 4 所示。

由 Mallat 的算法可知.通过舍去 4 个尺度的小 波系数,降噪的同时也达到了降维的目的,特征谱线



# 降到 181 维,大约是原始谱线维数的 1/16。 得到的特征谱线作为 RBF 神经网络的输入,网

图4 原始谱(上)、连续谱(中)、特征谱(下) 络的目标输出向量采用 One - of - K 方法<sup>[3]</sup>,即:A 类, T = (0,0,0,0,0,0,1);G 类,T = (0,0,0,0,0, 1,0);F 类,T = (0,0,0,0,1,0,0);B 类,T = (0,0, 0,1,0,0,0);O 类,T = (0,0,1,0,0,0,0);K 类,T = (0,1,0,0,0,0,0);M 类,T = (1,0,0,0,0,0,0)。表 1 给出了隐层节点为 30 个神经元(包括一个偏置神 经元)时网络的输出举例。实验中随机选择 87 条谱 线作为训练样本(A、G、F、B 各 15 条,0、K、M 各 9 条),其余作为测试样本。

表1 RBF 网络的部分输出

类别	输出向量
Α	(0.01, 0.01, 0.04, 0.18, 0.01, 0.02, 0.80)
C	(0.04, -0.04, -0.00, 0.05, 0.08, 0.84, 0.01)
В	(0.01, 0.01, -0.16, 1.10, -0.01, 0.01, 0.03)
K	(0.06, 0.84, -0.01, 0.08, -0.01, -0.01, 0.02)

在实验中我们发现, RBF 网络的结构对分类结 果影响很大,通过选择合适的隐层节点数可以得到 较高的 CCR。表 2 给出了不同网络隐层节点数时 的 CCR 对比。

表2 不同隐层节点的 RBF 网络 CCR 比较

节点数	10	20	30	60
CCR	73.0%	90.5%	93.2%	91.9%

主成分分析(PCA)<sup>[8]</sup>作为一种常用的特征提取 方法在很多领域得到广泛的应用,表 3 给出当 RBF 网络的输入为 PCA 降维方法提取的特征向量时的 CCR,结果表明本文提出的特征提取方法比 PCA 特 征提取得到的 CCR 要高得多。

表 3 不同特征提取方法 CCR 比较 (30 个 RBF 隐层节点)

	小波变换	PCA (降至 181 维)
CCR	93.2%	75.7%

结束语 从上述讨论可知,通过结合小波变换 和 RBF 神经网络,可以达到较为理想的正确分类 率,实验表明该方法比 PCA 特征提取结合 RBF 神 经网络分类的识别率提高很多,而且该算法具有很 好的鲁棒性、降噪能力很强。因此,这种方法非常适 合大规模巡天观测得到的信噪比较低的天体光谱自 动识别,具有较高的应用价值。

#### 参考文献

- 1 Mallat S. A theory of multiresolution signal decomposition: The wavelet transform. IEEE Trans., 1989, PAMI - 11 (7):674~693
- 2 Donoho D L. De noising by soft thresholding. IEEE Transaction on Information Theory, 1995, 41: 613~607
- 3 Bishop C M. Neural Networks for Pattern Recognition. Oxford: Oxford University Press, 1995
- 4 Jacoby G H, Hunter D A, Christian C A. A library of stellar spectra. Astrophysical Journal Supplement, 1985, 59: 33
- 5 Starck J L, Murtagh F, Bijaoui A. Multiresolution and Astronomical Image Processing. Astronomical Data Analysis Software and Systems IV, ASP Conference Series, 1995, 77: 279 ~ 288
- 6 Starck J L, Siebenmorgen R, Gredel R. Spectral analysis by the wavelet transform. Astrophysical Journal, 1997, 482: 1011 ~ 1020
- 7 Wu W, Rutan S C, Baldovin A. Feature Selection using the Kalman Filter for Classification of Multivariate Data. Anal. Chem. Acta, 1996, 335: 11~22
- 8 Jolliffe I T. Principal Component Analysis. New York: Springer - Verlag, 1986