理想状态下泛逻辑的形式演绎系统 *B* 的完备性*)

罗敏霞　何华灿

（西北工业大学计算机学院　西安710072）

摘　要　UB 代数是理想状态（广义相关系数 $h=0.5$，广义自相关系数 $k=0.5$）下泛逻辑的代数系统。本文引入 UB 代数滤子的概念，讨论了 UB 代数的一系列性质。证明了理想状态下泛逻辑形式演绎系统 *B* 的完备性与强完备性。

关键词　泛逻辑，形式演绎系统 *B*，UB 代数，完备性

The Completeness of the Formal Deductive System *B* of Universal Logic in the Ideal Condition

LUO Min-Xia　HE Hua-Can

(School of Computer Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract　UB algebra is universal logic algebra system in the ideal condition(the generalized correlative coefficient $h=0.5$ and the generalized self-correlative coefficient $k=0.5$). In this taper, we introduce the concept of filter in UB algebra. Some properties of UB algebra are discussed. Moreover, we prove the completeness and strong completeness of the formal deductive system *B* of universal logic in the ideal condition.

Keywords　Universal logic, Formal deductive system *B*, UB algebra, Completeness

1965年 Zadeh 建立了模糊集理论[1]，他提出用三角范数 $T_M(x,y)=\min(x,y)$、三角余范 $S_M(x,y)=\max(x,y)$、标数非 $N_S(x)=1-x$ 分别作为模糊集的交、并和补运算，随即形成一种初始形态的模糊逻辑[2]。然而模糊逻辑的理论远不完善，模糊推理的方法还没有严格的逻辑基础。近年来，以王国俊教授为首的一批学者成功地将模糊逻辑的模糊推理结合起来，取得了一系列有意义的成果[3~8]。一种新的模糊逻辑形式演绎系统 L^* 被建立[3]；1998年模糊逻辑的广义重言式理论被提出[4]；1999年模糊推理三 *I* 方法问世[5]；2002年成功地解决了形式系统 L^* 的完备性问题[7]，从而为模糊推理在语构上奠定了严格的逻辑基础。

本文第二作者为了探索逻辑的一般规律，提出建立能包容各种逻辑形态和推理模式的泛逻辑学理论[9,10]。在长期从事人工智能理论和实用专家系统的研究中发现，模糊命题之间的关系柔性是不可回避的客观存在，需要用连续可变的逻辑运算模型来描述，也就是说，在对立不充分的柔性世界中，不仅要考虑模糊性对命题逻辑真值的影响，而且要考虑关系柔性对命题联结词运算模型的影响。事物之间的广义相关性和广义自相关性是引起关系柔性的根本原因。泛逻辑学给出了命题联结词的运算模型：

(1)泛非命题联结词 $\neg_k$ 的运算模型：

$N(x,k)=(1-x^n)^{1/n}$

(2)泛与命题联结词 $\wedge_{h,k}$ 的运算模型：

$T(x,y,h,k)=\Gamma^1[(x^{nm}+y^{nm}-1)^{1/nm}]$

(3)泛或命题联结词 $\vee_{h,k}$ 的运算模型：

$S(x,y,h,k)=(1-\Gamma^1[((1-x^n)^m+(1-y^n)^m-1)^{1/m})^{1/n}]$

(4)泛蕴涵命题联结词 $\rightarrow_{h,k}$ 的运算模型：

$I(x,y,h,k)=ite\{1|x\leqslant y;0|m\leqslant 0$且 $y=0$且 $x\neq 0;\Gamma^1[(1-x^{nm}+y^{nm})^{1/nm}]\}$

其中：$n=-1/\log_2 k$，$k\in[0,1]$。$m=(3-4h)/(4h(1-h))$，$h\in[0,1]$。$\Gamma^1[x]$表示把 x 限制在[0,1]内，$x>1$取1；$x<0$或为虚数时取0. $S=ite\{\beta|\alpha;\gamma\}$是条件表达式，表示“如果 α 为真，则 $S=\beta$；否则 $S=\gamma$”。

除了上面四个运算模型之外，还有泛等价命题联结词，泛平均命题联结词和泛组合命题联结词的运算模型，详细内容参阅文[10]。泛逻辑学的研究目标是提供一个逻辑生成器，通过运用各种规则，可以构造出满足某种需要的具体逻辑。这个目标的标准命题泛逻辑学层在上已经实现[10]。

泛逻辑学的研究思想是从现实世界的柔性逻辑出象出发，通过一个连续单调映射，在理想世界中建立理想柔性推理，再通过这个映射的塑映射，把它应用于现实世界中。几年来，泛逻辑学已经成为人工智能领域最具活力的研究方向之一。文[11]从理想世界（$h\equiv 0.5$，$k\equiv 0.5$）出发，给出理想状态下泛逻辑的形式演绎系统 ***B***。完备性对一个形式系统来说至关重要，它反映了一个系统在语法与语义两个方面的和谐性。经典逻辑系统之所以成为数学、计算机科学以及其它学科的严格的逻辑基础，就是因为它具有语法与语义的和谐性。这种和谐性也是泛逻辑形式系统研究的目标，本文的目的是解决理想状态下泛逻辑形式系统 ***B*** 的完备性。

本文只讨论广义相关系数 $h=0.5$与广义自相关系数 $k=$

*）本文得到中国国家自然科学基金（60273087）和北京市自然科学基金（4032009）资助。**罗敏霞**　副教授，博士生，主要研究方向为代数学，人工智能原理及应用；**何华灿**　教授，博士生导师，主要研究方向为人工智能原理及应用，泛逻辑学。

参考文献

1　ISO/IEC 1799-1. 1999 Information Security Management. 2000. 2
2　Alberts C J, Dorofee A J. OCTAVE^SM Method Implementation Guide Version 2.0. June 2001
3　Bhatia R. Policy Evaluation for network management. IEEE INFOCOM, 2000. 1107~1116
4　Haimes Y Y, James H. Risk modeling, Assessment, and Management of interdependent Critical infrastructures. In: 16th Annual security technology symposium Williamsburg, VA june 2000
6　李波. 复合离散对数与安全认证研究. 计算机科学, 2004(6)
7　李波. 分布式入侵检测系统中事件关联方法的研究. 计算机科学, 2004(8)

0.5的情形。联结词$\neg_{0.5}$，$\rightarrow_{0.5,0.5}$，$\vee_{0.5,0.5}$，$\wedge_{0.5,0.5}$，以下我们简记为$\neg$，$\rightarrow$，$\underline{\vee}$，$\overline{\wedge}$。在本文中，我们记 $x\vee y=\max(x,y)$，$x\wedge y=\min(x,y)$。

1 理想状态下的命题演算形式系统 B

定义1.1[11] 形式系统 B 由以下几部分构成：

(i)公式集 $F(S)$。设 $S=\{p_1,p_2,\cdots\}$为无穷集，$F(S)$是由 S 生成的$(\neg,\rightarrow)$型自由代数，其中$\neg$(非)为一元联结词，$\rightarrow$(蕴涵)为二元联结词。

(ii)公理集 $\mathrm{Axm}(B)$。$\mathrm{Axm}(B)$由以下形式的公式组成。

(B1)$A\rightarrow(B\rightarrow A)$；

(B2)$(A\rightarrow B)\rightarrow((B\rightarrow C)\rightarrow(A\rightarrow C))$；

(B3)$((A\rightarrow B)\rightarrow B)\rightarrow((B\rightarrow A)\rightarrow A)$；

(B4)$(\neg A\rightarrow\neg B)\rightarrow(B\rightarrow A)$；

(B5)$A\rightarrow\neg\neg A$。

(iii)推理规则 MP，MP 指分离规则：由 A 和 $A\rightarrow B$ 推得 B。

以下我们约定，对于系统 B 中的公式 A,B，$A\underline{\vee}B$ 是$\neg A\rightarrow B$ 的简写，$A\overline{\wedge}B$ 是$\neg(\neg A\underline{\vee}\neg B)$的简写。以下我们用记号$\vdash A$，$\Gamma\vdash A$ 分别表示 A 是系统 B 的定理和 Γ-推论，并记

$Thm(B)=\{A\in F(S)\mid\vdash A\}$；

$Ded(\Gamma)=\{A\in F(S)\mid\Gamma\vdash A\}$

命题1.2[11] (三段论规则 HS)设$\Gamma=\{A\rightarrow B,B\rightarrow C\}$，则$\Gamma\vdash A\rightarrow C$。

定理1.3[11] 以下公式都是系统 B 的定理

(D1)$\neg\neg A\rightarrow A$

(D2)$A\rightarrow A$

(D3)$A\rightarrow((A\rightarrow B)\rightarrow B)$

(D4)$(A\rightarrow(B\rightarrow C))\rightarrow(B\rightarrow(A\rightarrow C))$

(D5)$(B\rightarrow C)\rightarrow((A\rightarrow B)\rightarrow(A\rightarrow C))$

(D6)$(A\rightarrow B)\rightarrow(\neg B\rightarrow\neg A)$

(D7)$A\rightarrow A\underline{\vee}B$

(D8)$A\underline{\vee}B\rightarrow B\underline{\vee}A$

(D9)$A\overline{\wedge}B\rightarrow A$

(D10)$A\overline{\wedge}B\rightarrow B\overline{\wedge}A$

(D11)$((A\underline{\vee}B)\rightarrow(C)\rightarrow(A\rightarrow C)$

(D12)$(A\rightarrow C)\rightarrow((A\overline{\wedge}B)\rightarrow C)$

(D13)$(C\rightarrow A)\rightarrow(C\rightarrow(A\underline{\vee}B))$

(D14)$(C\rightarrow(A\overline{\wedge}B))\rightarrow(C\rightarrow A)$

(D15)$((C\rightarrow A)\overline{\wedge}(C\rightarrow B))\rightarrow(C\rightarrow(A\underline{\vee}B))$

(D16)$((A\underline{\vee}B)\rightarrow C)\rightarrow((A\rightarrow C)\underline{\vee}(B\rightarrow C))$

(D17)$(B\rightarrow C)\rightarrow(A\underline{\vee}B\rightarrow A\underline{\vee}C)$

(D18)$(B\rightarrow C)\rightarrow(A\overline{\wedge}B\rightarrow A\overline{\wedge}C)$

定义1.4 设 $A,B\in F(S)$，如果$\vdash(A\rightarrow B)$且$\vdash(B\rightarrow A)$，则称 A 与 B 可证等价。记作 $A\sim B$。容易证明，关系$\sim$是 $F(S)$上的同余关系。

2 UB 代数的性质

定义2.1[12] 设 M 是$(\neg,\rightarrow)$型代数，其中$\neg$是一元运算，$\rightarrow$是二元运算，如果 M 上有偏序$\leqslant$使得$(M,\leqslant)$是有界偏序集，$\neg$是关于$\leqslant$的逆序对合对应且满足以下条件，任意 $a,b,c\in M$

(UB1)$\neg a\rightarrow\neg b=b\rightarrow a$

(UB2)$1\rightarrow a=a$

(UB3)$a\rightarrow b\leqslant(b\rightarrow c)\rightarrow(a\rightarrow c)$

(UB4)$(a\rightarrow b)\rightarrow b=(b\rightarrow a)\rightarrow a$

其中1是 M 的最大元，$a\leqslant b$ 当且仅当 $a\rightarrow b=1$，称 M 为 UB 代数。

如果 M 是一个链，则称 M 为 UB 链。全体 UB 代数之集记为 $\boldsymbol{u}$。

在$[0,1]$上，任取 $a,b\in[0,1]$，定义$\neg a=1-a$，$a\rightarrow b=\min(1,1-a+b)$，则$([0,1],\neg,\rightarrow)$做成 UB 代数，这个 UB 代数称为 UB 区间，简记为$[0,1]_{UB}$。

形式系统 B 的公式集 $F(S)$关于可证等价关系$\sim$的商代数$[F]=F(S)/\sim=\{[A]\mid A\in F(S)\}$关于下面的序关系：

$[A]\leqslant[B]$当且仅当$\vdash A\rightarrow B$

做成 UB 代数，这个代数又称为 B-lindenbaum 代数。

定理2.2 设 M 是有界偏序集，$\neg$是 M 上的一元运算，$\rightarrow$是 M 上的二元运算，则 M 做成 UB 代数的充要条件是(UB1)$-$(UB5)成立，其中

(UB5)$\neg a=a\rightarrow 0$。

由定理2.2可知，全体 UB 代数之集构成一个代数簇，因此，$\boldsymbol{u}$关于子代数、同态象以及直积封闭[13]。

命题2.3[12] 设 M 是一个 UB 代数，任意 $a,b,c\in M$，则下结论成立：

(P1)$a\rightarrow a=1$

(P2)$a\leqslant(a\rightarrow b)\rightarrow b$

(P3)若 $a\leqslant b$，则 $b\rightarrow c\leqslant a\rightarrow c$

(P4)$a\rightarrow(b\rightarrow c)=b\rightarrow(a\rightarrow c)$

(P5)$b\rightarrow c\leqslant(a\rightarrow b)\rightarrow(a\rightarrow c)$

(P6)$a\leqslant b\rightarrow a$

(P7)$((a\rightarrow b)\rightarrow b)\rightarrow b=a\rightarrow b$

(P8)$\neg a\rightarrow b=\neg b\rightarrow a$ $a\rightarrow\neg b=b\rightarrow\neg a$

命题2.4[12] 设 M 是一个 UB 代数，任意 $a,b,c\in M$，在 M 中定义运算：$a\otimes b=\neg(a\rightarrow\neg b)$，则下结论成立：

(P9)若 $a\leqslant b$，则 $a\otimes c\leqslant b\otimes c$

(P10)$a\otimes b=b\otimes a$

(P11)$(a\otimes b)\otimes c=a\otimes(b\otimes c)$

(P12)$1\otimes a=a$

(P13)$(a\otimes b)\rightarrow c=a\rightarrow(b\rightarrow c)$

(P14)$a\otimes b\leqslant c$ 当且仅当 $a\leqslant b\rightarrow c$

(P15)$a\otimes b\rightarrow a=1$，$a\otimes b\rightarrow b=1$

(P16)$a\rightarrow b\leqslant a\otimes c\rightarrow b\otimes c$

(P17)$a\rightarrow(b\rightarrow(a\otimes b))=1$

(P18)$a\otimes\neg a=0$

(P19)$a\wedge b=a\otimes(a\rightarrow b)$

(P20)$a^m\leqslant a^n$，$n\leqslant m$。

其中 $a^{k+1}=a^k\otimes a$，$k\in N$。

在 UB 代数中引入 MP 滤子的概念如下。

定义2.5 设 M 是 UB 代数，$\emptyset\neq F\subseteq M$，

(i)如果$1\in F$，并且 $a,a\rightarrow b\in F$ 时，$b\in F$，则称 F 是 M 的 MP 滤子；

(ii)若 F 是 M 的 MP 滤子，且$\forall a,b\in M$，有 $a\rightarrow b\in F$，或 $b\rightarrow a\in F$，则称 F 是 M 的素 MP 滤子。

命题2.6 设 M 是 UB 代数，$\emptyset\neq F\subseteq M$，则 F 是 M 的 MP 滤子当且仅当 F 关于$\otimes$封闭，并且 F 是上集，即当 $a\in F$ 且 $a\leqslant b$ 时，$b\in F$。

命题2.7 设 $M\in\boldsymbol{u}$，F 是 M 的 MP 滤子，在 M 上定义二元关系$\sim_F$为 $a\sim_F b$ 当且仅当 $a\rightarrow b\in F$，$b\rightarrow a\in F$。则：

(i)$\sim_F$是 M 上的同余关系，$M/\sim_F=\{[a]_{[F]}\mid a\in M\}$(下面简记为 M/F)关于商运算做成 UB 代数，其偏序为

$[a]_F\leqslant[b]_F$ 当且仅当 $a\to b\in F$。

(ii)若 F 是 M 的素 MP 的滤子,则 M/F 是 UB 链。

命题2.8 设 $M\in u, a\in M/\{1\}$,则 M 中有素 MP 滤子 F 满足 $a\notin F$。

证明:我们用 $\mathbf{F}$ 表示 M 中所有不含 a 的 MP 滤子之集,由于 $\{1\}\in\mathbf{F}$,则 $\mathbf{F}\neq\emptyset$。在偏序集 $(\mathbf{F},\subseteq)$ 中,任一个链 $\{F_t\}_{t\in I}$ 以 $\bigcup_{t\in I}F_t$ 为上界。由 Zorn 引理,$\mathbf{F}$ 中有极大元 F。下面证明 F 是 M 的素 MP 滤子。

如果存在 $b,c\in M$,使得 $b\to c\notin F$,且 $c\to b\notin F$,令

$F_1=\{x\in M|\exists\ y\in F,\exists\ n\in N, y\otimes(b\to c)^n\leqslant x\}$

$F_2=\{u\in M|\exists\ v\in F,\exists\ m\in N, v\otimes(c\to b)^m\leqslant u\}$

可以证明 F_1,F_2都是 M 的 MP 滤子,且

$b\to c\in F_1, F\subset F_1, c\to b\in F_2, F\subset F_2$

我们只需证明 F_1,F_2至少有一个在 $\mathbf{F}$ 中,即 $a\notin F_1$与 $a\notin F_2$至少有一个成立。

假设 $a\in F_1$且 $a\in F_2$同时成立,则$\exists\ y,v\in F,\exists\ n,m\in N$,使得 $a\geqslant y\otimes(b\to c)^n, a\geqslant u\otimes(c\to b)^m$。不妨设 $n\geqslant m$,则 $a\geqslant u\otimes(c\to b)^n$。

$a\geqslant(y\otimes(b\to c)^n)\vee(v\otimes(c\to b)^n)\geqslant y\otimes v\otimes((b\to c)^n\vee(c\to b)^n)=y\otimes v$。

因为 $y\otimes v\in F$,则 $a\in F$ 与假设矛盾。

定理2.9 设 $M\in u$,则存在 UB 链$\{L_t|t\in I\}$,使得 M 可同构嵌入 $M^*=\prod_{t\in I}L_t$。

证明:设 $\mathbf{P}=\{F|F$ 是 M 的素 MP 滤子$\}$,则 $\mathbf{P}\neq\emptyset$。由命题2.7,$\forall\ F\in\mathbf{P}$, M/F 是一个 UB 链。可以证明映射 $i:M\to M^*, x\to([x]_F)_{F\in P}$是从 M 到 M^* 的嵌入映射,即从 M 到 M^* 的单同态。

事实上,i 显然是同态映射。$\forall\ a,b\in M$,如果 $a\neq b$,不妨设 $a\not\leqslant b$,则 $a\to b\neq1$,由命题2.8,M 有素 MP 滤子 F,使得 $a\to b\notin F$。这样,在 M/F 中,$[a]_F\not\leqslant[b]_F$,因此,$[a]_F\neq[b]_F$,即 $i(a)\neq i(b)$。

3 形式系统 B 的语义及完备性

定义3.1 设 $M\in u$,从系统 $\mathbf{B}$ 的公式集 $F(S)$到 M 的$(\neg,\to)$型同态称为系统 $\mathbf{B}$ 的一个 M 赋值。

系统 $\mathbf{B}$ 的全体 M 赋值之集 $\Omega(M)$称为系统 $\mathbf{B}$ 的 M-语义。

定义3.2 设 $M\in u,\Gamma\subseteq F(S), A\in F(S)$,

(i)如果$\forall\ v\in\Omega(m)$,有 $v(A)=1$,则 A 称为 M-重言式,记为$\models_M A$。

(ii)如果$\forall\ v\in\Omega(M)$,当 $v(\Gamma)\subseteq\{1\}$时,有 $v(A)=1$,则 A 称为 Γ 的 M-语义结论,记为 $\Gamma\models_M A$。

全体 M-重言式这集记为 $T(M)$,即 $T(M)=\{A\in F(S)|\models_M A\}$。显然$\emptyset\models_M A$ 与$\models_M A$ 是一致的。

定理3.3(M-可靠性) $\forall\ M\in u,\forall\ A\in F(S),\forall\ \Gamma\subseteq F(S)$,若 $\Gamma\vdash A$,则 $\Gamma\models_M A$。特别地,$Thm(\mathbf{B})\subseteq T(M)$。

证明:$\forall\ v\in\Omega(M)$,我们有$\forall\ B\in Axm(\mathbf{B}), v(B)=1$。若 $v(\Gamma)\subseteq\{1\}$,又因为 $\Gamma\vdash A$,则 $A\in Axm(\mathbf{B})$,或者 $A\in\Gamma$,或者 A 是由 $C,C\to A$ 通过 MP 规则得到的,其中 $C,C\to A\in Ded(\Gamma)$,并且 $v(C)=v(C\to A)=1$。对于前两种情形,显然 $v(A)=1$。对于后一种情形,因为 $v(A)\geqslant v(C)\otimes((v(C)\to v(A))=v(C)\otimes v(C\to A)=1$,则 $v(A)=1$。

容易证明下面两个命题:

命题3.4 设 $M_1,M_2\in u$,如果 $M_1\cong M_2$,则 $T(M_1)=T(M_2)$。

命题3.5 设 $M,M_1\in u$,且 M_1是 M 的子代数,则 $T(M)\subseteq T(M_1)$。

命题3.6 设 $A\in F(S)$,如果任意 UB 链 M,有 $A\in T(M)$,则任意 UB 代数 M_1,有 $A\in T(M_1)$。

证明:由定理2.9,命题3.4,命题3.5,我们只需证明对任意 UB 链$\{M_t\}_{t\in I}$,当$\forall\ t\in I, A\in T(M_t)$时,$A\in M^*$,这里 $M^*=\prod_{t\in I}Mt$。

事实上,$\forall\ v\in\Omega(M^*)$,我们有 $f_t v\in\Omega(M_t)$,其中 $f_t:M^*\to M_t$ 为投影映射。若 $v(A)=(a_t)_{t\in I}\neq1$,则存在 $t\in I$,使得 $a_t\neq1$,即 $f_t v(A)=f_t(v(A))\neq1$,与 $A\in T(M_t)$矛盾。

定理3.7($[F]$-完备性) $\vdash A$ 当且仅当$\models_{[F]}A$。

证明:由定理3.3必要性显然。

在$[F]$中,$[A]\leqslant[B]$当且仅当 $\vdash A\to B$,$[A]=[B]$当且仅当 $A\sim B$。若 $B\in Thm(B)$,则任意 $A\in F(S)$,有 $\vdash A\to B$ 成立,即$[A]\leqslant[B]$。因此$[B]=1$是$[F]$的最大元。又若$[A]=1$,则$[A]=[B]$,则 $A\sim B$,即 $A\in Thm(\mathbf{B})$。因此,$[F]$的最大元1恰由系统 $\mathbf{B}$ 的全部定理组成。

设 $A\in T([F])$,则$\forall\ v\in\Omega([F])$,恒有 $v(A)=1$。特别对于映射

$v:F(S)\to[F], A\to[A], A\in F(S)$

应有 $V(A)=1$,即$[A]=1$。因此,$A\in Thm(\mathbf{B})$,即 $\vdash A$。

定理3.8(完备性) 设 $A\in F(S)$,则下条件等价:(i) $\vdash A$;(ii)对任意 UB 链 $M, A\in T(M)$;(iii)$\forall\ M\in u, A\in T(M)$。

证明:由定理3.3(i)⇒(ii)成立;由定理3.6(ii)⇒(iii)成立;由定理3.7(iii)⇒(i)成立。

定理3.9(强完备性) 设 $\Gamma\subseteq F(S), A\in F(S)$,则下条件等价:(i)$\Gamma\vdash A$;(ii)对任意 UB 链 $M,\Gamma\models_M A$;(iii)$\forall\ M\in u,\Gamma\models_M A$。

证明:由定理3.3(i)⇒(ii)成立;由定理3.6(iii)成立。下面证明(iii)⇒(i)。

在 $F(S)$上定义关系$\sim_\Gamma$:

$A\sim_\Gamma B$ 当且仅当 $\Gamma\vdash A\to B,\Gamma\vdash B\to A$

容易证明,$\sim_\Gamma$ 是 $F(S)$上的同余关系,商代数$[F]_\Gamma=F(S)/\sim_\Gamma=\{[A]_\Gamma|A\in F(S)\}$是一个 UB 代数,且$\forall\ v\in\Omega([F]_\Gamma)$,总有 $v(\Gamma)\subseteq\{1\}$。类似于定理3.7可证,$[F]_\Gamma$ 中的最大元为$1=Ded(\Gamma)$。

若 $\Gamma\models_{[F]\Gamma}A$,则$\forall\ v\in\Omega([F]_\Gamma)$,$v(A)=1$。特别地,对于映射

$v:F(S)\to[F]_\Gamma, A\to[A]_\Gamma, A\in F(S)$

我们有$[A]_\Gamma=1=Ded(\Gamma)$。因此 $A\in Ded(\Gamma)$,即 $\Gamma\vdash A$。

至此,我们证明了理想状态下的泛逻辑形式演绎系统 $\mathbf{B}$ 的完备性与强完备性,充分说明形式系统 $\mathbf{B}$ 在语法与语义两个方面的和谐性,为下一步柔性推理提供严格的逻辑基础。

参 考 文 献

1 Zadeh L A. fuzzy Sets. Inform contr, 1965, 8:338～353
2 Zadeh L A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. IEEE Trans SMC, 1973, 1:28～44
3 王国俊. Fuzzy 命题演算的一种形式演绎系统. 科学通报, 1997, 42(10):1041～1045
4 王国俊. 修正的 Kleene 系统中的 Σ-(α-重言式)理论. 中国科学, E辑, 1998, 28(2):146～152
5 王国俊. 模糊推理的全蕴含三 I 算法. 中国科学, E 辑, 1999, 29(1):43～53
6 Wang G J. On the logic foundation of fuzzy reasoning. Information Science, 1999, 177:47～88
7 Pei D W, Wang g J. the completeness and applications of the formal system L*. science in China(series F), 2002, 45(1):40～50
8 王国俊. 非经典数理逻辑与近似推理. 北京:科学出版社, 2000
9 何华灿, 刘永怀, 何大庆. 经验性思维中的泛逻辑. 中国科学, E 辑, 1996, 26:72～78
10 何华灿. 泛逻辑学原理. 北京:科学出版社, 2001
11 罗敏霞, 何华灿. 理想状态下泛逻辑的形式演绎系统 B. 计算机科学, 2004, 31(3):95～98
12 罗敏霞, 何华灿. 一种泛逻辑代数系统. 山西大学学报(待发表)
13 Ballbes R, dwinger P. Distributive Lattices. Columbia; Univ of Missouri Press, 1974