

# 量子测量与量子计算

张云洁

(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室, 计算机科学与技术系 南京 210093)

**摘要** 本文的讨论主要集中在量子力学中测量部分, 首先从量子力学的几大公设出发, 着重分析测量公设的含义。然后提出量子力学争论的焦点问题之一——测量问题, 并通过分别阐述塌缩原理、非塌缩原理以及对二者的比较来分析各种说法的合理性。接下来简要讨论同时测量问题。最后简略描述测量在不同量子计算模型中的体现, 并对测量带来的问题做了思考。

**关键词** 测量, 塌缩, 非塌缩, 同时测量, 量子计算

## Quantum Measurement and Quantum Computation

ZHANG Yun-Jie

(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Department of Computer Science and Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)

**Abstract** This paper mainly discusses the measurement in quantum mechanics. At first, it starts from the postulates of quantum mechanics and the meaning of measurement postulate is mainly analyzed. Secondly, the measurement problem which is one of the controversial problems of quantum mechanics is presented. Then the collapse theory and the no-collapse theory are illustrated respectively and the rationality of the two theories is stated by drawing a comparison between them. And then the discussion of simultaneous measurement is presented. Finally, representations of measurement in several virtual hardware models are briefly described and also the problems that measurement brings about are considered.

**Keywords** Measurement, Collapse, No-collapse, Simultaneous measurement, Quantum computation

## 1 引言

到 19 世纪末, 已建立了 3 大物理理论: 牛顿力学(确定粒子运动); 麦克斯韦电动力学(确定电磁场和电磁波运动); 热力学和统计物理(确定热平衡态的物性)。当时物理学家们乐观地相信这 3 大经典理论能解释万物运动的规律。可在 19 世纪和 20 世纪之交, 一系列新的发现违背经典理论的预见结果, 如黑体辐射, 光电效应, 放射性等等, 形成了传统物理学的危机。

1900 年, 普朗克在分析黑体辐射实验数据时, 做出了光辐射能量与频率成正比以及按照量子的而非经典连续形式辐射的假定。在这里他首次引入量子的概念: 辐射能量是“一份一份的”, 是离散的而不是连续的。爱因斯坦最早也接受了量子的观念, 在他讨论光电效应的文章中, 提出光在传播过程中是波动, 而在与物质相互作用时是粒子的看法, 应用光量子的观念解释光电效应获得了成功。

1923 年后的 10 年内, 量子力学获得飞速的发展。特别是 1925 年, 海森堡、玻恩和约尔丹发表量子矩阵力学; 1926 年薛定谔提出波动方程, 发表量子波动力学, 并在同年证明了量子矩阵力学与量子波动力学在数学上等价; 1927 年海森堡提出测不准关系式, 玻恩提出波函数的统计解释。到 1930 年, 波尔和他的同事们提出了量子力学的标准解释, 即哥本哈根解释<sup>[1]</sup>。

尽管量子力学的数学结构严谨, 在解释一系列实验现象上取得了成功, 但从它诞生的时刻开始, 对它的物理解释和理解就存在不同的意见和争论。哥本哈根形式体系中提出的量

子测量是量子力学最令人费解的过程, 将观测对象和观测仪器作为一个量子系统, 测量过程引起观测对象状态由叠加态到本征态的塌缩以及量子相干性的破坏。对这个突变过程的解释蕴含着非决定论的观点, 这是爱因斯坦极力反对的, 他始终认为任何情况下上帝绝不会掷骰子<sup>[2]</sup>。

## 2 测量的研究动因

在量子力学中, 测量是一个基本问题(公设之一), 它沟通了经典世界和量子世界, 我们通过测量来窥探微观世界。一方面, 我们从测量获取被测微观系统的状态信息; 另一方面, 根据实验结果, 量子测量与经典测量不同, 它会干扰被测微观系统。而这个过程(塌缩)似乎蕴含着非决定论的观点, 背离我们以往的认识。所以, 测量问题的正确解释对于完善量子力学举足轻重。目前很多关于量子力学思想基础的争论都以测量为焦点, 如测量是否是真随机的、是否有隐变量存在、哥本哈根解释中测量公设与薛定谔方程公设是否有矛盾等等, 它们都是紧紧围绕测量展开的。研究测量的重要性可见一斑。

最近, 随着量子信息的发展, 量子测量的研究得到进一步重视。量子信息的研究是以量子力学原理为基础, 充分利用量子相干性的独特性质, 探索以全新的方式进行计算、编码和信息传输<sup>[3]</sup>。尽管量子信息的研究取得了叹为观止的进步, 但实现有实用价值的量子计算仍存在相当大的困难, 有些困难甚至是原理上的, 而其中就有不少与测量相关。我们知道, 测量是沟通量子世界与经典世界的唯一途径, 然而测量中发生的塌缩过程使得我们不能读出量子态中所包含的所有信

息。处于纠缠态的两个量子位,对其中一个的测量会影响另一个的状态,这在经典计算里并不存在。此外,计算过程是确定的、可以预见的,而我们由测量得到计算结果的过程却是随机的、不能事先预料的,我们如何能保证最终所测之结果为我们所需。诸如此类的问题都是我们在进行量子计算研究过程中必须考虑的因素。所以,做量子程序设计语言研究时,我们同样需要重视语言的设计必须遵守量子原理的客观事实,否则后果会不堪设想。因此,正确认识测量的物理本质是我们做量子计算以及量子程序设计语言研究的基础之一,研究测量意义重大。

### 3 量子力学中的相关测量问题

#### 3.1 公设讨论

量子力学的哥本哈根解释尽管受到很多置疑,但它对许多量子现象的解释取得了成功,下面给出它的若干公设<sup>[4]</sup>:

- 一个微观粒子的状态总可以用一个波函数  $\psi(r, t)$  来完全描述。相应数学描述为:任一孤立物理系统都有一个称为系统状态空间的复内积向量空间(即 Hilbert 空间)与之相联系,系统完全由状态向量所描述,这个向量是系统状态空间的一个单位向量。

- 任一可观测量  $A$  对应于一个线性 Hermite 算符  $\hat{A}$ 。

- 一个微观粒子体系的状态演化满足 Schrödinger 方程:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(r, t)}{\partial t} = \hat{H} \psi(r, t)$$

这里  $\hat{H}$  为体系的 Hamilton 算符,又称为体系的 Hamilton 量。

- 对归一化波函数  $\psi(x)$  进行力学量  $A$  的测量,总是将  $\psi(x)$  按  $A$  所对应算符  $\hat{A}$  的正交归一本征函数族展开:

$$\psi(x) = \sum_i c_i \varphi_i(x), \langle \psi(x) | \hat{A} \varphi_i(x) \rangle = a_i c_i \langle \varphi_i(x) | \varphi_i(x) \rangle$$

单次测量后所得数值必随机地属于本征值中某一个  $a_k$  (除非  $\psi(x)$  已是它的某个本征函数);测量完毕,  $\psi(x)$  即相应突变(塌缩)为该本征值  $a_k$  相应的本征函数  $\varphi_k(x)$ 。对大量相同态构成的量子系综进行多次重复实验时,任一本征值  $a_k$  出现的概率是此展开式中相应项系数的模平方  $|c_k|^2$ 。

现在着重讨论上述最后一条公设即测量公设。首先对归一化波函数  $\psi(x)$  进行力学量  $A$  的测量,力学量  $A$  与波函数  $\psi(x)$  是有关联的。事实上,波函数用来描述微观粒子状态,它与粒子的位置和动量至少是相关的,而动力学中的任一力学量都与位置或是动量相关,所以  $\psi(x)$  与  $A$  相关。反过来思考,如果  $A$  与  $\psi(x)$  无关,我们如何能用力学量  $A$  对应算符的本征函数族来分解  $\psi(x)$ ,从而得到力学量  $A$  的测量结果?

其次,将  $\psi(x)$  按  $A$  对应算符的本征函数族展开,是否对于任一可观测量  $A$  都能找到它所对应的算符  $\hat{A}$ ? 对应规则是什么? 其实,力学量  $A$  和算符  $\hat{A}$  有众多对应规则,基本的规则是坐标  $x$  和动量  $p$  与它们的算符  $\hat{x}, \hat{p}$  的对应。根据反复实验的结果,得到经验公式  $\hat{x} = x$ 。同样,与具有一定能量  $E$  和动量  $P$  的粒子相联系的是平面单色波  $\psi(r, t) = e^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et)/\hbar}$ 。等式两端同时对  $r$  求导,就得到  $-i\hbar \nabla \psi = p\psi$ 。由  $\psi$  的一般性可以得到  $\hat{p} = -i\hbar \nabla$ 。以上对位置的讨论只限于一维的情况,不难扩展到三维情况,  $\hat{r} = \{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$ <sup>[5]</sup>。有了这两个基本算符,我们就可以根据其它力学量与位置和动量的关系来构造对应的算符。例如动能算符:  $\hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta$ ; 势能

算符:  $\hat{V} = V(\hat{r})$ ; 角动量算符:  $\hat{L} = \hat{r} \times \hat{p} = -i\hbar \mathbf{r} \times \nabla$ ; Hamilton 量算符:  $\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}(r) = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(r) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(r)$ , 等等。

所以,进行力学量  $A$  的测量,我们都不难得到其对应算符,从而用它的本征函数族进行展开。

再次,通过测量系统状态塌缩到某个本征态  $\varphi_k(x)$ ,对大量相同态构成的量子系综进行多次重复实验时,任一本征值  $a_k$  出现的概率是此展开式中相应项系数的模平方  $|c_k|^2$ 。由此可以看出,这条公设是由大量实验结果给出的一个统计性结论。因为塌缩过程被认为不是因果连续的,而是非连续、非确定过程,所以对于这种过程不可能进行因果描述,而只能对个体事件进行统计描述。有统计诠释论者认为:量子力学只是一套规则,用来解释和预言在实验中通常以概率形式出现的数据。而量子力学正统解释认为单次测量中塌缩的概率性质是微观事物的内禀属性,不是量子力学描述不完备的证据。迄今为止,实验结果仍然支持量子力学的描述是完备的。

#### 3.2 塌缩理论

接下来要讨论的是测量中最重要的一个过程——塌缩过程。由于被测的微观系统过于脆弱,当测量仪器与被测系统进行相互作用后,测量仪器干扰了被测系统的状态,使得被测系统发生塌缩,其波函数约化到其中一个分枝。塌缩过程有 4 大特征:随机性、不可逆性、斩断相干性、非定域性。

随机性:除非被测系统状态波函数  $\psi(x)$  已经是该被测量力学量的某个本征态,这时不管对此力学量进行多少次测量,我们都能预知它仍处于本征态。否则,在测量后被测态  $\psi(x)$  究竟向哪个本征态突变,是不能事先预见的。这个随机性不同于经典的随机性(例如抛硬币)。如果我们能够知道硬币被抛起时以及在空中的受力情况,我们就能计算出硬币落下时的朝向。然而,对单次量子测量我们没有任何办法预知测量结果,这就是所谓的上帝是掷骰子的。

不可逆性:对于微观粒子运动状态的有效测量,必将在可观测的意义上使粒子原来的运动产生不可逆的改变。我们用测量仪器对被测系统进行测量,就打破了被测系统的封闭性,也就使得被测系统不再继续遵循薛定谔方程进行演化,而使得被测系统状态产生了不可逆的改变。事实上,如果我们将测量仪器与被测量系统看成一个大的系统,那么在这个大的封闭系统中,演化仍然是可逆的。只是这个变换使得部分信息流失到测量仪器和环境中,而且我们主观地只关心了被测系统的状态,所以认为它是不可逆的,因此它应该是一个熵不增加的过程。

斩断相干性:测量切断被测态原有的一切相干性。如两个量子,它们的相位相差  $\pi$ ,通过对一个量子的操作可以影响另一个量子,正是这种量子相干性带来了量子并行性。测量导致了相干性的消失,这又称为退相干现象。

空间非定域性:关于非定域性就目前而言主要有两个方面的内容。一方面是对单个粒子测量时所发生的空间波函数塌缩的非定域性质。当我们对一个粒子的空间波函数进行某种测量时,塌缩将导致其空间波函数的改变,约化到某一个分枝。这是涉及整个空间分布的改变,我们没有发现空间波函数的约化有向中间收拢过程,它不是局域变化在空间中的传播。因而它是一种瞬时的、超空间的突变。另一方面是处于纠缠态的两个微观粒子,对其一测量发生的关联塌缩所表现出来的空间非定域性。例如自旋相反且纠缠着的电子对,它们的自旋取向均依赖于对方而处于一种不确定的状态。这种

关联是不依赖于空间变数的。当两个电子反向飞行,经过足够长的时间,它们空间波包不再交叠。尽管如此,一旦对其中任一粒子进行自旋取向测量,使其产生塌缩(比如塌缩向上),则另一粒子虽处于遥远而未知的地方,也将瞬间同时发生自旋态朝下的塌缩。

测量中的塌缩过程引来很多非议,它包含着许多悬而未决的重大问题。怀疑塌缩理论的人不禁会问<sup>[6]</sup>:

- 如果系统状态一直依 Schrödinger 方程进行演化,怎么会在测量时塌缩到一个本征态?前者是连续的、确定的,而后者却是不连续的、随机的。

- 如果将测量也解释为一种相互作用,那么它也应该遵守 Schrödinger 方程。如果不是,那测量与其它演化的本质区别是什么?

面对置疑,塌缩理论的支持者们也试图给出合理的、让人信服的解释。

- 冯·诺伊曼与魏格纳的解释<sup>[7,8]</sup>

冯·诺伊曼认为测量没有发生时,系统演化遵循薛定谔方程;当有测量发生时,被测系统的状态按照测量公设发生塌缩,而不再遵循薛定谔方程。他给出的解释太简单而概念又含糊不清,也并未说明究竟什么才是测量、它与其它的相互作用到底有什么本质区别。

魏格纳在冯·诺伊曼思想的基础上试图充实这个理论。他提出物理系统分为两类,一类是纯物理系统即不包括观测者的系统,这类系统是依薛定谔方程演化的;另一类是有意识的系统,即包括观测者的系统,这类系统按测量公设发生塌缩。

对此,他用一个简单实验做出解释。试想我们要测量一个电子在  $X$  方向上的自旋,在测量之前电子自旋态处于  $|\uparrow_x\rangle_a$ (自旋向上)和  $|\downarrow_x\rangle_a$ (自旋向下)的叠加态。测量仪器用相应的状态  $|\uparrow_x\rangle_a, |\downarrow_x\rangle_a$  来标识测量结果。如果我们发现在被测电子与仪器发生相互作用之后,仪器的状态为  $|\downarrow_x\rangle_a$ ,那么我们知道电子的状态为自旋向下。但是我们如何能够确定仪器的状态为  $|\downarrow_x\rangle_a$ ? 我们用另外一台仪器来测量第一台仪器的状态,而对第二台仪器状态的测量又必须引入第三台仪器。如此下去,会引入无穷多台仪器。但我们要得到确定的测量结果,测量过程必须是可终止的。他认为这个过程就是由观测者来终止的。

我认为这种解释忽视了测量仪器本身的作用,其实我们可以通过仪器上的示数来判断其状态。而塌缩的发生也不需要人的“最后一瞥”。对于提出的测量问题,魏格纳仍没有给出让人信服的解释。

- 波尔哥本哈根解说<sup>[6]</sup>

波尔首先提出有两种物理系统,它们是有本质区别的:一种是宏观系统(Macroscopic systems),这些系统会根据测量公设发生塌缩;另一种是纯微观系统(Purely microscopic systems),也就是不包含任何宏观系统的系统。只要这些系统孤立于宏观系统,它们就会按照薛定谔方程进行演化。

宏观客体用经典的术语进行描述。而对微观客体,我们只能借助于它们与宏观客体的关系来测定其属性。波尔认为在微观系统被宏观系统进行“观测”时发生了塌缩。

波尔哥本哈根解说似乎只是从表面上对此现象加以解释,因为大量实验都是用宏观的测量仪器对微观被测系统作用,从而得到了被测态(叠加态)到基态变化的实验结果。然而他并没有提出一个精确的衡量标准与尺度来区别宏观系统

与微观系统,那么我们就难以判断在何种情况下会发生塌缩。

除了以上两种塌缩理论外,还有其它一些说法。如动态塌缩理论,它引入了波函数的随机运动,首先假设波函数满足薛定谔方程,然后引入来自背景场(如引力场)或演化本身所固有的随机演化项,以此来产生波函数的动态塌缩过程。动态塌缩理论的目标是统一地描述波函数的两类演化过程,即正常演化过程和瞬时塌缩过程,从而提供一种更完备的量子理论。然而,目前的随机解释和动态塌缩理论都基于布朗运动这种随机运动形式,用它解释其它一些运动仍然是有问题的。

### 3.3 非塌缩理论

以上提出的几种理论对解决测量问题似乎还是力不从心。塌缩理论存在的同时,也有另外一种声音:一些学者根本就不相信塌缩理论,其中一部分人认为被测状态并没有发生真正的塌缩,他们更多地相信多世界解说(Many Worlds Interpretation);另一部分人则认为现在用来描述量子系统的状态并不完备,一定还有没有考虑到的因素。他们不断求助于因果决定论信念来反驳塌缩理论,并通过在理论中引入隐变量来恢复经典的决定论图像。现在我们来看看多世界解说是如何来解决测量问题的。

- 多世界解说(many-worlds interpretation)<sup>[9,10]</sup>

多世界解说是在艾弗雷特三世提出的相对态基础上发展起来的。艾弗雷特假设,所有孤立系统的演化都遵循薛定谔方程,波函数从不发生塌缩。他认为测量仪器与被测系统通过相互作用使得状态发生关联,从而测量仪器的状态不能够再被独立地定义,而只能相对于被测系统的状态来定义,这就是所谓的相对态。进一步,当观测者对测量仪器进行读数时,他的状态也与测量仪器,进而与被测系统的状态关联起来。这三者形成了一个复合系统,它也处于叠加态。接着,他提出了一个大胆而新颖的想法:在复合系统的叠加态中,每一个成员态包含的是一个确定的观察者态,一个具有确定读数的测量仪器态以及一个确定的被测系统态。因此,作为叠加态中的每一个成员态描述一个观察者感知到一个确定的结果,对于这个观察者被测系统的状态似乎已经被转换成对应的塌缩态。其实,对于每个由叠加态中的一个成员态所描述的观察者来说,波函数似乎发生了塌缩,那是因为他只感知到某一个确定的结果。

狄维特和格拉汉姆(N. Graham)在一系列文章中发展了艾弗雷特的理论,并给出了更为清晰的表述,也就是现在所谓的多世界解说。他们认为,在测量过程中,由初始波函数描述的世界分裂为许多个相互不可观察但同样真实的世界分支,它们中的每一个都对应于整个系统叠加态中的一个确定的成员态。于是,在每个单独的世界分支中,一次测量只产生一个确定的结果,虽然各个世界分支中的结果并不相同。

举一个简单的例子:假想一个光子初始被 45 度极化,我们试图观测光子的极化方向。测量使得世界分裂成两个分支。在其中一个分支里,一个观测者检测到光子的垂直极化状态;而在另一个分支,同样的观测者检测到光子的水平极化状态。同一个观测者以截然不同状态存在于两个世界。

多世界解说也并未解决问题,它把我们带入的仿佛是一个哭笑不得的尴尬境地,因为所谓的分裂出来的世界分支我们根本就无法通过现实可行的方法来进行观测。

### 3.4 塌缩理论与非塌缩理论比较

正统的哥本哈根解释(塌缩理论),在公设中提出量子系统有两种演化方式,在没有进行测量时依薛定谔方程演化,而在进行测量的过程中发生塌缩,以概率意义突变到某个本征态。首先,引入塌缩的概念就意味着这个解释包含了非决定论的观点,因为塌缩是随机的,如前面所提到的,它意味着量子力学中所出现的概率并不是由观察者的无知或理论本身的无能所导致的,而必须被看作是自然本身的一种本质特征。尽管有很多学者也试图找出隐变量来终结非决定论,但迄今为止,所有的实验结果还是与塌缩理论所预言的一致。

多世界解说(非塌缩理论)假设所有孤立系统的演化都遵循薛定谔方程,波函数从不发生塌缩,而是在测量时宇宙分裂成多个世界,在每个世界能够感知到一个确定的值。多世界理论是客观上连续的、因果的,而主观上是非连续的、概率的。

就这一点而言,究竟物理过程全是确定的,还是既有确定又有随机,仍旧是一个谜。但我自己更倾向于塌缩理论,物理过程是确定与随机的对立统一,就像微观客体是波与粒两象性的统一。多世界解说为了避免塌缩而将测量的过程解释为世界的分裂,这一点我们根本无法证实。

为了解释为何会发生塌缩,塌缩理论试图将测量与其它相互作用区分开来。不同的塌缩理论采用不同方式,如用将物理系统划分为几类的方法来尝试说明这种区别,但解释还是显得过于简单且含糊不清。所以,对于为什么发生塌缩,我们仍然没有得到满意的答案。

同时,正如正统解释不能告诉我们波函数为什么以及何时发生塌缩一样,多世界解说也不能告诉我们宇宙为什么以及何时发生分裂。多世界解说认为,当发生一次测量时,宇宙就分裂一次,或者说不同的宇宙分支才出现差别。但是,对什么是一次测量,我们也不得而知。

由以上分析可知,两种理论都需要精确定义和描述测量,否则它们的解释都会显得牵强。事实上,人们最终不能回避描述测量过程,即描述从量子到经典的转变过程。几种塌缩理论没有很好地解决测量问题,而多世界解说也只不过是宇宙分裂来代替波函数塌缩,它仍未解决测量问题。也许,在不久的将来,我们会找到更好的理论来贴切地解释我们所发现的现象,我相信量子力学会不断地逼近物理客观事实。

虽然哥本哈根解释没有能够自圆其说,但它所提出的一套解释体系却在物理实验中体现出良好的预见性,它对与量

子力学结合的量子信息科学的研究,如量子计算、量子编码等,有很强的指导意义。

多世界解说看似玄妙,但它在弦理论家、量子引力和量子宇宙学家中特别受欢迎。

以上两个理论虽然各有缺陷,但在不同的领域它们都有非凡的研究价值。

### 3.5 同时测量问题

同时测量是量子力学中另一个重要问题。我们首先由1922年 Stern-Gerlach 实验引入这个问题。原始实验是用银原子做的,结构非常复杂。为方便讨论,下面描述1927年用氢原子做的实验,可观察到相同的效应<sup>[11]</sup>。

热原子束从炉体穿过磁场发生偏转,借助所建立的适当的 Stern-Gerlach 装置可以让原子偏转的量依赖于原子自旋的某个分量,如图1所示。

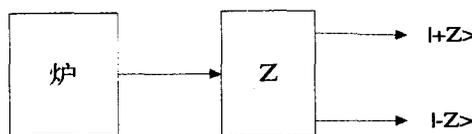


图1 Stern-Gerlach 实验的抽象框图  
热的氢原子从炉体出来经过磁场,引起向上(|+Z>)和向下(|-Z>)的偏转。

然后将两套 Stern-Gerlach 装置串联起来,把第二套装置转动一下,让磁场的偏转沿 X 轴。将第一套装置的 |-Z> 断开,而把 |+Z> 的输出送到第二套沿 X 轴定向的装置,测量原子沿 X 轴的分布。我们发现 |+Z> 通过第二个装置后分成两个等强度的峰,沿 X 轴也有两部分等量的偏转。

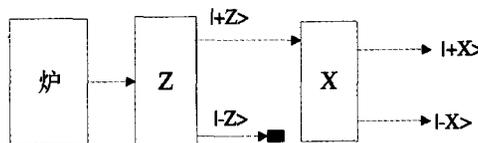


图2 两套装置串联

更奇怪的是如果我们将三套装置串联,会得到让人吃惊的结果。实验由图3所示。

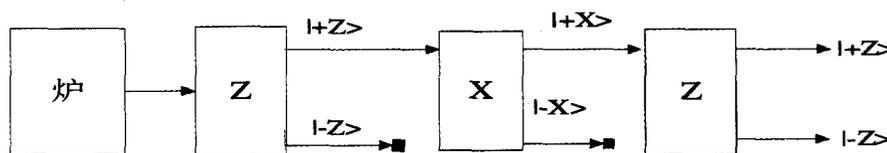


图3 3套装置串联

氢原子在经过第一套装置之后,我们只选择了其中 Z 分量自旋向上的一束通过第二套装置。在测定它们的 X 分量后,将其中一束再次射入与第一套装置相同的设备,重新测量自旋 Z 分量。按照经典的想法,如果原子保持 |+Z> 定向,那么输出将会是只有一个峰,即在 |+Z> 输出。然而最终输出时,再次观察到等强度的两个束,同时又具有了向上和向下的偏转,结论与经典的期望相违背。

这个实验似乎暗示我们中间对自旋 X 分量的测量扰动自旋 Z 分量的属性。因此我们猜想,对微观客体某一属性的测量会干扰另一个属性。这个结果很符合哥本哈根的量子力

学解释,即两个不对易力学量同时测量中的测不准关系。

海森堡提出的测不准关系告诉我们,任意两个力学量 A 和 B,它们在任何量子态下的涨落必须满足测不准关系:

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{1}{2} |[A, B]|$$

若两个力学量 A 与 B 不对易,则一般说来与不能同时为零,即 A 与 B 不能同时测定,或者说它们不能有共同的本征态。反之,若两个力学量 A, B 对应的算符是对易的,则可以找出这样的态,使  $\Delta A=0$  与  $\Delta B=0$  同时满足,即可以找出它们的共同本征态。进行测量后,被测态塌缩到某个共同本征态。

测不准关系仿佛合理地解释了实验现象,但是我们发现测不准关系的整个证明过程中用到的数学推理都充斥着积分以及求平均值的过程,也就是说测不准关系给出的是大量粒子测量的一个统计结果,我们似乎不能如此武断地用它来预言单个粒子的测量结果。就我个人的理解,测不准关系式在这里并不能解释单个粒子的两个力学量是否能被同时测定,因为从关系式的推导来看,它并没有从单个粒子出发。对单次测量的不确定性关系的不确定度需要另外证明与检验。

#### 4 测量在量子计算中的相关问题

##### 4.1 测量在虚拟硬件模型中的体现<sup>[12]</sup>

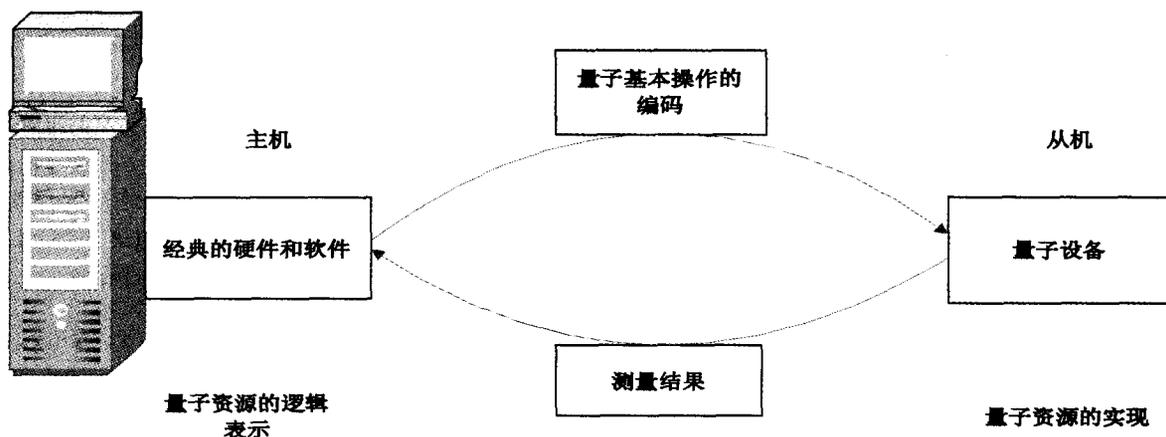
由于量子特性在信息领域中有着独特的功能,在提高运算速度、确保信息安全、增大信息容量等方面可能突破现有的经典信息系统的极限,因而量子力学在信息科学中得到应用,量子信息学应运而生并且得到长足的发展。

尽管量子计算在近些年来引起广泛的重视,但它毕竟是一个新兴课题,到目前为止还未制造出任何实用的量子计算机,我们对未来量子硬件的体系结构也知之甚少。我们现在对量子程序设计语言的研究是基于虚拟硬件模型(virtual

hardware model)的,也许未来的量子计算机会与现在设想的模型差异颇大,但这可以通过编译程序和操作系统来处理,而对程序人员而言是透明的。

眼下有几种模型可供我们参考,最流行的是量子线路模型。与经典逻辑电路由逻辑门组成相似,量子线路由量子门电路组成。不同的是量子门必须是可逆的,它们对应的是酉变换。对基本的两种量子操作——酉变换和测量,量子线路模型更强调前者,而测量作为输出部分总是在计算的最后一步进行的。

另一种也许更适合命令式量子程序设计语言的模型是 QRAM 模型。与量子线路模型不同,QRAM 模型允许酉变换和测量交替出现。在这个模型里,一台量子设备由一台经典计算进行控制。量子设备里有一定数量的可设定地址的量子比特,这也很像我们经典计算机的随机读写存储器(RAM)。经典的控制器向量子设备发出一系列指令,要求对某个量子比特进行酉变换或是测量,量子设备进行相应操作,并且通过测量将结果传回给经典计算机,如图 4,我们可以清晰地看到这个过程<sup>[13]</sup>。



从量子设备到经典计算机的唯一反馈就是通过测量得到结果

图 4 QRAM 简图

另外一种有时用于复杂性理论的模型是量子图灵机模型。在此模型中没有测量,机器所有的操作都是酉变换。这种模型对量子程序设计语言并不合适,其结构本身也很复杂。

对量子程序设计语言普遍比较适用的两种虚拟硬件模型,测量都是用作输出部分。其实,在量子力学中,测量就是沟通量子世界与经典世界的一种手段。所以在量子计算中,量子比特经过若干次的酉变换,经过测量,实现由叠加态到经典的基态的变化即得到确定的值,这种做法合乎客观规律。

##### 4.2 塌缩能否让我们得到正确结果

量子叠加态所带来的量子并行性使量子计算有可能超越经典计算,这一点让我们惊喜万分。由前面的分析我们知道,在不同的模型上我们正试图实现量子计算。不同的模型采取不同的方法,可其基本操作类似:初始化、酉变换、测量。前面两个过程都是确定的,可由我们控制,但测量时发生的随机塌缩阻碍了我们获取正确答案。这确实是一个十分棘手的问题,现在我们主要通过设计有效的酉变换和算法来解决它,其核心思想是将叠加态中我们所需要的本征态以更大的概率出现。Grover 算法<sup>[14,15]</sup>就是一个有效的量子算法,下面我们通过介绍它来了解这个问题是如何解决的。

Grover 的算法对应于一类重要的应用,抽象表述为:设

$f: \{0, 1, \dots, N-1\} \rightarrow \{0, 1\}$ , 除在某个数  $X$  值为 1 外,它在其它位置取值均为 0; 问题就是要找到  $X$ 。其实它就是一个搜索问题,比如我们要在大量的电话号码中找到我们需要的一个。

算法描述:

(1) 初始化。

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{N}}, \frac{1}{\sqrt{N}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{N}} \right\}$$

设  $n$  为量子比特数,令  $N=2^n$ ,对  $n$  个量子比特做 Walsh-Hadamard 变换,制备一个  $N$  个基态的概率幅都为  $\frac{1}{\sqrt{N}}$  的叠加态。

(2) 进行 Grover 迭代,反复执行下述(a)、(b)步骤  $O(\sqrt{N})$  次。

(a) 选择性旋转变换  $T_f$ : 将满足  $f(x)=1$  的  $x$  对应的本征态的概率幅取负值,其它不变。这一步相当于对解集标记。

(b)  $M$  变换: 将每个本征态的概率幅重新赋值为  $N$  个本征态概率幅平均值的 2 倍再减去本来的概率幅。可形式地表

(下转第 255 页)

理构件、审批构件、调度算法构件等等百余种领域通用构件和应用专用构件。在建立了这些领域资产后,可以根据实际要开发的系统,在系统实现阶段实例化分层体系结构,从领域列表选择合适的构件进行增量迭代开发直至系统的完成。

**结束语** 本文提出的领域内软件开发过程框架将增量开发与复用技术有效地结合起来,为我国的中小型软件企业提供一个进行复用活动的有效途径。相对于传统开发方法,具有以下优势:(1)基于构件方式,具有软件复用的优点;(2)增量开发,分散了资金的投入,降低了开发成本;(3)以体系结构为指导,将自上到下的需求分解与自底向上的软件开发相结合,保证了系统的质量和可靠性,降低开发风险;(4)定位领域,形成范围经济,提高企业竞争力;(5)在迭代中完成系统,测试充分、开发迅速等。

由于软件复用技术还在不断发展,面向复用的方法应用不够广泛,它们都处于进一步完善阶段,所以该过程框架还存在许多不足和需要改进的地方。比如,遇到需求变化时该如何处理、可复用资产库如何有效管理和从三分获取的构件的兼容性问题等。

下一步的研究工作包括通过更多的实践和应用研究来完善该开发框架;构件库的组织形式及如何有效查找匹配合适的候选构件;在开发过程中如何有效地应对需求的变化;研究开发小组的组织结构对开发效率的影响等。

## 参考文献

- 1 Krueger CW. Software Reuse. ACM Computing Surveys, 1992, 24(2): 131~183
- 2 Mili H, Mili F, Mili A. Reusing Software: Issues and Research

- Directions. IEEE Transactions on Software Engineering, 1995, 21(6): 528~562
- 3 Frakes WB, Kang K. Software Reuse Research: Status and Future. IEEE Transactions on Software Engineering, 2005, 31(7): 529~536
- 4 Jacobson I, Griss M, Jonsson P. Software Reuse: Architecture, Process and Organization for Business Success. 1st edition. New York: Addison Wesley, 1997
- 5 Cox BJ. Planning the Software Revolution. IEEE Software, 1990, 7(6): 25~35
- 6 贾育. 基于演化构件的软件复用方法:[博士学位论文]. 北京:中科院软件研究所, 2002
- 7 Torchiano M, Morisio M. Overlooked Facts on COTS-based Development. IEEE Software, 2004, 21(2): 88~93
- 8 Brownsword L, Oberndorf T, Sledge C. Developing New Processes for COTS-Based Systems. IEEE Software, 2000, 17(4): 48~55
- 9 Clements P, Northrop P. A Framework for Software Product Line Practice, Version 4. 2. <http://www.sei.cmu.edu/product-lines/framework.html>, 2005
- 10 王广昌. 软件产品线关键方法与技术研究:[博士学位论文]. 浙江: 浙江大学, 2001
- 11 Kang KC, Cohen SG, Hess JA, et al. Future-Oriented Domain Analysis (FODA) Feasibility Study: [技术报告]. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, Software Engineering Institute, 1990
- 12 Kang KC, Kim S, Lee J, et al. FORM: A Feature-Oriented Reuse Method with Domain-Specific Reference Architecture. Annals of Software Engineering, 1998, 5: 143~168
- 13 Griss ML, Favaro J, d'Alessandro M. Integrating Feature Modeling with the RSEB. In: Proceedings of the Fifth International Conference on Software Reuse, Victoria, 1998
- 14 Chastek G, Donohoe P, Kang KC, et al. Product Line Analysis: A Practical Introduction:[技术报告]. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, Software Engineering Institute, 2001

(上接第 220 页)

示为:  $(M\chi)(x) \triangleq 2[2^{-n} \sum_y x(y)] - \chi(x)$ ,  $\chi(x)$  是取本征态  $x$  的概率幅。

(3)对输出进行测量,观察结果设为  $S$ 。若  $f(S)=1$ ,则得到结果,否则重新开始算法。

依这个算法,我们所需要的结果的概率不断增大,而其它本征态概率减小了。而且可以证明这个算法超越了经典的搜索算法,时间复杂度降低了。但要设计精巧的酉变换和算法,可以说是一件十分困难的事情,需要我们不断探索研究。

**小结** 由本文的讨论可以看出,量子力学中关于测量的研究,其基本观念还存在着很大的争议,不同学派观点的分歧往往在于对微观客体物理本质特征和规律的认识上,甚而上升到哲学意义的探讨。哥本哈根解释认为塌缩是随机的,而爱因斯坦不能接受非决定论的观点;有的学派认为测量发生了塌缩,而有的学派认为根本没有塌缩而是世界分裂了。这一切都没有定论,要深刻认识它,还需要我们不断探索研究。虽然量子力学还非尽善尽美,但它可以较好地解释大量实验中的量子现象。另一方面,量子力学对信息科学产生了革命性的影响,对量子计算等领域有很强的指导意义。

**致谢** 衷心感谢中国科技大学的张永德教授在我们深入学习量子力学过程中所给予的指导与帮助。感谢南京大学计算机科学与技术系量子信息与量子计算研讨班的徐家福教授和宋方敏教授,本文的工作正是在他们的精心指导下完成的,在论文的选题、开题直至定稿完成的整个过程中,两位教授都付出了极大的心力。感谢研讨班的同学们,在与他们讨论的过程中我得到了许多启发。

## 参考文献

- 1 周光召. 回顾与展望——纪念量子论诞生 100 周年. 物理, 2001,30:259~264
- 2 Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete? Physical Review, 1935,47: 777~780
- 3 孙昌璞. 量子理论若干基本问题研究新进展. 物理学进展, 2001,21(3)
- 4 张永德. 量子力学. 第一版. 北京:科学出版社,2002
- 5 曾谨言. 量子力学导论. 第一版. 北京大学出版社,1998
- 6 Leggett A J. The Quantum Measurement Problem. Science, 2005,307:871~872
- 7 Giancarlo G, Collapse Theories, Zalta E N, ed. The Stanford Encyclopedia of Philosophy. (Spring Edition), 2000
- 8 Faye J. Copenhagen Interpretation of Quantum Mechanics. Zalta E N, ed. The Stanford Encyclopedia of Philosophy. (Summer Edition), 2002
- 9 Everett H III. "Relative state" formulation of quantum mechanics. Reviews of Modern Physics, 1957,29:454~62
- 10 Albert D, Loewer B. Interpreting the Many Worlds Interpretation. Synthese, 1988,77:195~213
- 11 Nielsen M A, Chuang I L, ed. 量子计算和量子信息. 赵川川译. 清华大学出版社, 2004
- 12 Selinger P. A Brief Survey of Quantum Programming Languages. In: Proceedings of the 7th International Symposium on Functional and Logic Programming, Nara, Japan. 2004. 1~6
- 13 Bettelli S, Calarco T, Serafini L. Toward an architecture for quantum programming. arXiv:cs.PL/0103009v2 23 Nov. 2001
- 14 Zuliani P. Quantum Programming: [PhD thesis]. University of Oxford, 2001
- 15 Grover LK. A fast quantum mechanical algorithm for database search. In: Proceedings of the 28th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing, 1996. 212~219