基于覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵*)

徐菲菲　苗夺谦　李道国　魏　莱
（同济大学计算机科学与工程系　上海 200092）

摘　要　覆盖约简是研究覆盖去冗余问题的一种有效方法。本文在基于最简覆盖的粗糙集模型的基础上，将粗糙度和粗糙熵的概念引入基于最简覆盖的粗糙模糊集，用来度量其不确定性程度；讨论了它们的一些性质，并通过实例说明粗糙熵比粗糙度更能精确地反映基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性程度。

关键词　粗糙模糊集，最简覆盖，粗糙度，粗糙熵

Rough Entropy of Rough Fuzzy Sets Based on Covering

XU Fei-Fei　MIAO Duo-Qian　LI Dao-Guo　WEI Lai
(Department of Computer Science and Technology, Tongji University, Shanghai 200092)

Abstract　Covering reduction is an efficient way of research on simplifying covering problem. On the basis of study on generalized rough sets covering reduction, roughness and rough entropy are introduced to discuss the uncertainty of rough fuzzy sets based on covering reduction, and their properties are established. Moreover, we give an example to show that, as an accuracy measure, rough entropy is better than roughness.

Keywords　Rough fuzzy sets, Covering reduction, Roughness, Rough entropy

1　引言

模糊集理论是美国计算机与控制专家 Zadeh[1] 于 1965 年提出的刻画模糊现象和模糊概念的重要方法。粗糙集理论是波兰数学家 Pawlak[2] 在 20 世纪 80 年代提出的用于数据分析的理论，是一种处理不精确、不完全和不相容数据的强有力工具。这两种理论尽管都是用来处理不精确信息的，但彼此的出发点和侧重点却有所不同，具有很强的互补性。于是，M. Banerjee 和 S. K. Pal[3] 将两种理论融合起来，提出了粗糙模糊集的概念，为研究更复杂问题提供了一种理论工具。

粗糙模糊集的要素之一是论域上的等价关系。然而，等价关系的要求过于严格，在一定程度上限制了粗糙模糊集理论的应用范围。因此，一些学者研究了一般二元关系下的粗糙模糊集，提出了基于覆盖的粗糙模糊集模型[5]，从而丰富了粗糙模糊集理论。

如何去刻画基于覆盖的粗糙模糊集的不确定性程度呢？本文在文[3,6]的基础上，将粗糙度的概念引进基于最简覆盖的粗糙模糊集，重新定义了基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙度，给出了它的一些性质，如正规性、单调性等。通过实例表明，粗糙度虽然在一定程度上能描述基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性程度，但在某些特定情况下并不理想。因此，本文又给出了基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵的定义，例证了粗糙熵比粗糙度更能精确地刻画基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性程度，最后得出基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵随着最简覆盖的变细（知识粒度变小）而单调递减。

2　基本概念

设 U 为有限非空论域，记 U 上模糊集的全体为 $\mathscr{F}(U)$。

定义 2.1[3]　设 (U,R) 为近似空间，R 为论域 U 上的一个等价关系，$A\in\mathscr{F}(U)$，$x,y\in U$，称 U 上的一对模糊集 $RA=(\underline{R}A,\overline{R}A)$ 为粗糙模糊集，其隶属度函数为：

$$\mu_{\underline{R}A}(x)=\inf_{y\in[x]_R}\mu_A(y)$$

$$\mu_{\overline{R}A}(x)=\sup_{y\in[x]_R}\mu_A(y)$$

$\underline{R}A$ 与 $\overline{R}A$ 分别称为 A 在 (U,R) 中的下近似和上近似。

显然，同一等价类中的元素对上、下近似的隶属程度相等。$\mu_{\underline{R}A}(x)$ 可理解为 x 至少属于模糊集 A 的隶属程度，而 $\mu_{\overline{R}A}(x)$ 可理解为 x 可能属于模糊集 A 的隶属程度。当 A 为普通集合时，$\overline{R}A$、$\underline{R}A$ 退化为经典粗糙集定义中的上、下近似。

为了书写简洁，本文中 $\mu_{\underline{R}A}(x)$ 简记为 $\underline{A}(x)$，$\mu_{\overline{R}A}(x)$ 简记为 $\overline{A}(x)$。

定义 2.2[3]　设 (U,R) 为近似空间，R 为论域 U 上的一个等价关系，$A\in\mathscr{F}(U)$，$0<\beta\leqslant\alpha\leqslant1$，模糊集 A 的粗糙度 $\rho_A^{\alpha,\beta}$ 为

$$\rho_A^{\alpha,\beta}=1-\frac{|\underline{A}_\alpha|}{|\overline{A}_\beta|}$$

其中 $\underline{A}_\alpha$ 表示 $\underline{R}A$ 的 α-上截集，即 $\underline{A}_\alpha=\{x\mid\underline{A}(x)\geqslant\alpha,x\in U\}$；$\overline{A}_\beta$ 表示 $\overline{R}A$ 的 β-上截集，即 $\overline{A}_\beta=\{x\mid\overline{A}(x)\geqslant\beta,x\in U\}$。

再介绍一下关于覆盖的基本概念。

定义 2.3[4]　设 U 为论域，C 是 U 的一个集类。如果 C 中的子集非空且 $\bigcup C=U$，则称 C 是 U 的一个覆盖，称序对 $\langle U,C\rangle$ 为一个覆盖近似空间。

定义 2.4[4]　设 $\langle U,C\rangle$ 为一个覆盖近似空间，$x\in U$，则定义 x 关于 $\langle U,C\rangle$ 的最小描述为 $md(x)=\{K\in C\mid x\in K\wedge(\forall S\in C\wedge x\in S\wedge S\subseteq K\Rightarrow K=S)\}$

定义 2.5[4]　设 U 为有限非空论域，C 是 U 的一个覆盖，$K\in C$。如果 K 是 $C-\{K\}$ 中某些集合的并，则称 K 是 C 的一个可约简元素，否则称 K 是 C 的一个不可约简元素。

定义 2.6[4]　设 U 为有限非空论域，C 是 U 的一个覆盖，C 中去掉所有可约简的元素后所得到的覆盖称为覆盖的约

*）国家自然科学基金项目（60175016，60475019）、山西省高校高科技研究开发项目（20051277）。**徐菲菲**　硕士研究生，主要研究方向：模式识别与智能系统、粗糙集理论、粒度计算；**苗夺谦**　教授，博士生导师，主要研究方向：人工智能、模式识别、知识发现、粗糙集理论等。

简，也称为最简覆盖，记为 $reduct(C)$。

容易验证[4]，$md_C(x)=md_{C-\{K\}}(x)=md_{reduct(C)}(x)$，并且 $\forall X\in F(U)$，X 相对于覆盖近似空间 $\langle U,C\rangle$ 和近似空间 $\langle U,reduct(C)\rangle$ 的上下近似是分别相等的。

3 基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙度

首先让我们来看一下基于最简覆盖的粗糙模糊集的定义。

定义 3.1 设 U 是有限非空论域，C 是 U 的一个覆盖，$A\in F(U)$，则 A 关于覆盖近似空间 $\langle U,C\rangle$ 的下近似 $\underline{C}(A)$ 和上近似 $\overline{C}(A)$ 定义为一对 U 上的模糊集合，其隶属度函数分别为：

$\underline{C}(A)(x)=\inf\{A(y)\mid y\in(\bigcup md(x))\},x\in U$

$\overline{C}(A)(x)=\sup\{A(y)\mid y\in(\bigcup md(x))\},x\in U$

若 $\underline{C}(A)=\overline{C}(A)$，则称 A 关于近似空间 $\langle U,C\rangle$ 是可定义的，否则称 A 是粗糙模糊的。

A 关于覆盖近似空间 $\langle U,C\rangle$ 的下近似 $\underline{C}(A)$ 和上近似 $\overline{C}(A)$ 具有以下性质：

(1) $\underline{C}(A)\subseteq A\subseteq\overline{C}(A)$；

(2) $\underline{C}(\sim A)=\sim\overline{C}(A)$，$\overline{C}(\sim A)=\sim\underline{C}(A)$；

(3) $\overline{C}(A\cup B)=\overline{C}(A)\cup\overline{C}(B)$；

$\underline{C}(A\cap B)=\underline{C}(A)\cap\underline{C}(B)$；

(4) $\underline{C}(U)=U$，$\overline{C}(\varnothing)=\varnothing$。

其中，$\sim A$ 表示 A 的补集，$A,B\in F(U)$。以上性质根据定义易证。

定义 3.2 设 U 是有限非空论域，C 是 U 的一个最简覆盖，$A\in F(U)$，$0<\beta\leqslant\alpha\leqslant1$。基于最简覆盖的粗糙模糊集 $(\underline{C}(A),\overline{C}(A))$ 的粗糙度 $\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}$ 为

$$\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}=1-\frac{|\underline{C}_\alpha(A)|}{|\overline{C}_\beta(A)|}$$

其中 $\underline{C}_\alpha(A)=\{x\mid\underline{C}(A)(x)\geqslant\alpha,x\in U\}$，$\overline{C}_\beta(A)=\{x\mid\overline{C}(A)(x)\geqslant\beta,x\in U\}$。

由于 $\underline{C}(A)$、$\overline{C}(A)$ 是两个模糊集合，因此可以通过不同的截集水平得到两个精确集合 $\underline{C}_\alpha(A)$、$\overline{C}_\beta(A)$。参数 α,β 的取值会分别影响 $\underline{C}(A)$、$\overline{C}(A)$ 的相应截集中的元素个数，所以这样定义得到的粗糙度是和参数 α,β 有关的。条件 $0<\beta\leqslant\alpha\leqslant1$ 是为了确保 $|\underline{C}_\alpha(A)|\leqslant|\overline{C}_\beta(A)|$，即 $\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}$ 的非负性。

对参数 α,β 的具体取值可依据实际问题而定。

基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙度 $\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}$ 具有如下一些性质：

性质 3.1(正规性) 如果 $0<\beta\leqslant\alpha\leqslant1$，$A\in F(U)$，则 $0\leqslant\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}\leqslant1$。

证明：因为 $\underline{C}(A)\subseteq A\subseteq\overline{C}(A)$，且 $0<\alpha\leqslant1$，所以 $|\underline{C}_\alpha(A)|\leqslant|\overline{C}_\alpha(A)|$。又因为 $0<\beta\leqslant\alpha\leqslant1$，故 $|\overline{C}_\alpha(A)|\leqslant|\overline{C}_\beta(A)|$，所以 $|\underline{C}_\alpha(A)|\leqslant|\overline{C}_\beta(A)|$，即可得 $0\leqslant\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}\leqslant1$。

粗糙度 $\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}$ 的正规性将基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性度量归一化，使得我们能很直观地根据[0,1]区间中的一个数值来判断基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性程度大小。$\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}=0$ 表示该粗糙模糊集在参数 α,β 下是可定义的或 $\underline{C}(A)$ 的 α-截集与 $\overline{C}(A)$ 的 β-截集均为空集；$\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}=1$ 表示 $\underline{C}(A)$ 的 α-截集为空，而 $\overline{C}(A)$ 的 β-截集不为空。

性质 3.2 若模糊集 A 的隶属度函数为一常数，即 $A(x)=\delta,\forall x\in U$，

(1) 当 $\beta\leqslant\delta<\alpha$，$\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}=1$；

(2) 否则，$\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}=0$。

证明：(1) 当 $\beta\leqslant\delta<\alpha$，$\underline{C}_\alpha(A)=\varnothing$ 且 $\overline{C}_\beta(A)=U$，所以 $\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}=1$；

(2) 当 $\delta<\beta\leqslant\alpha$，$\underline{C}_\alpha(A)=\varnothing$ 且 $\overline{C}_\beta(A)=\varnothing$，所以 $\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}=0$；

当 $\beta\leqslant\alpha\leqslant\delta$，$\underline{C}_\alpha(A)=U$ 且 $\overline{C}_\beta(A)=U$，所以 $\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}=0$。

我们按照约定 $\frac{0}{0}=1$。

该性质表明当模糊集 A 的隶属度函数为一常数时，粗糙度 $\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}$ 的取值不为 1 即为 0。

性质 3.3(单调性) $A,B\in F(U)$，设 $A\subseteq B$，

(1) 当 $\overline{C}_\beta(A)=\overline{C}_\beta(B)$ 时，有 $\hat{\rho}_B^{\alpha,\beta}\leqslant\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}$。

(2) 当 $\underline{C}_\alpha(A)=\underline{C}_\alpha(B)$ 时，同样有

$\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}\leqslant\hat{\rho}_B^{\alpha,\beta}$。

证明：我们只证明(1)式，(2)类似。因为 $A\subseteq B$，所以 $\underline{C}(A)\subseteq\underline{C}(B)$ 且 $\overline{C}(A)\subseteq\overline{C}(B)$，故 $\underline{C}_\alpha(A)\subseteq\underline{C}_\alpha(B)$，$\overline{C}_\beta(A)\subseteq\overline{C}_\beta(B)$，由于 $\overline{C}_\beta(A)=\overline{C}_\beta(B)$，则，

$$\hat{\rho}_B^{\alpha,\beta}=1-\frac{|\underline{C}_\alpha(B)|}{|\overline{C}_\beta(B)|}\leqslant1-\frac{|\underline{C}_\alpha(A)|}{|\overline{C}_\beta(A)|}=\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}\text{，得证。}$$

由性质 3.3 易知，满足条件 $A\subseteq B$，并不能简单地得到 $\hat{\rho}_B^{\alpha,\beta}\leqslant\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}$ 或 $\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}\leqslant\hat{\rho}_B^{\alpha,\beta}$，只有在一定的条件下，最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙度才具有单调性。单调性使得我们只要满足相应的条件，就可以直接用模糊集隶属度函数值的大小来判断粗糙度的大小。

4 基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵

有了上述基于最简覆盖的粗糙模糊集粗糙度的定义，在一定程度上可以用来衡量基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性程度。但是，我们发现在某些情况下这个粗糙度并不能客观地反映出基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性程度。

例 对于覆盖近似空间 $\langle U,C\rangle$，$U=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7\}$，我们有两个知识(最简覆盖)：

$C_1=\{\{x_1,x_2\},\{x_3,x_6,x_7\},\{x_3,x_7\},\{x_4,x_5,x_6\}\}$，

$C_2=\{\{x_1\},\{x_2\},\{x_3,x_6\},\{x_3,x_7\},\{x_4,x_5\},\{x_6\},\{x_7\}\}$

所讨论的对象模糊集 $A=\{0.5/x_1,0.3/x_2,0.2/x_3,0.1/x_4\}$。根据基于覆盖的粗糙模糊集上、下近似的定义，可以得到：

$\underline{C_1}(A)=\{0.3/x_1,0.3/x_2\}$，

$\overline{C_1}(A)=\{0.5/x_1,0.5/x_2,0.2/x_3,0.1/x_4,0.1/x_5,0.2/x_6,0.2/x_7\}$；

$\underline{C_2}(A)=\{0.5/x_1,0.3/x_2\}$，

$\overline{C_2}(A)=\{0.5/x_1,0.3/x_2,0.2/x_3,0.1/x_4,0.1/x_5,0.2/x_6,0.2/x_7\}$。

取 $\beta=0.2$，$\alpha=0.3$，则

$${}^1\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}=1-\frac{|\{x_1,x_2\}|}{|\{x_1,x_2,x_3,x_6,x_7\}|}=\frac{3}{5}$$

$${}^2\hat{\rho}_A^{\alpha,\beta}=1-\frac{|\{x_1,x_2\}|}{|\{x_1,x_2,x_3,x_6,x_7\}|}=\frac{3}{5}$$

很明显覆盖 C_2 要比覆盖 C_1 细，而 A 的粗糙模糊集在覆

盖 C_1 和覆盖 C_2 下的粗糙度却一样。因此有必要定义一个新的关于粗糙模糊集不确定性的度量标准。为此,我们引进基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵。

在引入基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵之前,我们介绍一下知识的粗糙熵的概念。

定义 4.1[6] 设 U 是有限非空论域,C 是 U 的一个最简覆盖,$C=\{C_{01},C_{02},\cdots,C_{0m}\}$,我们定义知识的粗糙熵为

$$E(C)=\sum_{i=1}^{m}\frac{|C_{0i}|}{m}\log_2|C_{0i}|$$

信息熵表示信源提供的平均信息量的大小,即信源提供的平均信息量越大,熵就越大,不确定性就越小。但从知识粗糙性来看,知识粗糙性越小,即颗粒越小,则不确定性就越小。因此,将信息熵和粗糙熵作为知识粗糙性度量,会得出相反的结果。然而,这两种度量标准是从不同的角度考察知识的不确定性,事实上是并不矛盾的。

根据上面的定义,当且仅当 $C=\{\{x_1\},\{x_2\},\cdots,\{x_n\}\}$,$E(C)$ 取到最小值 0,这表示我们具有最大的信息量,论域中每个对象都可以通过知识 C 来区分,也就是说知识的不确定性程度最小;而当 $C=\{U\}$ 时,$E(C)$ 取到它的最大值 $|U|\log_2|U|$,此时表示我们由该知识得到的信息量为 0,即论域中任意两个对象都不能通过知识 C 被区分,此时知识的不确定性程度最大。

对前面的例子来说,覆盖 C_1 的粗糙熵为

$$E(C_1)=\frac{2}{4}\log_2 2+\frac{3}{4}\log_2 3+\frac{2}{4}\log_2 2+\frac{3}{4}\log_2 3=1+\frac{3}{2}\log_2 3$$

覆盖 C_2 的粗糙熵为

$$E(C_2)=4\times\frac{1}{7}\log_2 1+3\times\frac{2}{7}\log_2=\frac{6}{7}$$

所以 $E(C_1)>E(C_2)$。

定义 4.2[6] 设 U 是有限非空论域,C_1、C_2 是 U 的两个最简覆盖,$C_1=\{C_{11},C_{12},\cdots,C_{1p}\}$,$C_2=\{C_{21},C_{22},\cdots,C_{2q}\}$,如果对于 $\forall x_i\in U$,$x_i\in C_{1l}(1\leqslant l\leqslant p)$ 且 $x_i\in C_{2l'}(1\leqslant l'\leqslant q)$,都有 $C_{1l}\subseteq C_{2l'}$,则称最简覆盖 C_1 细于 C_2,记为 $C_1\subseteq C_2$。如果 $C_1\subseteq C_2$,并且存在 $x_{i_0}\in U$,$C_{1l_0}\in C_1$,$C_{2l'_0}\in C_2$,使得 $x_{i_0}\in C_{1l_0}\subset C_{2l'_0}$,则称最简覆盖 C_1 严格细于 C_2,记为 $C_1\subset C_2$。

性质 4.1[6] 设 U 是有限非空论域,C_1、C_2 是 U 的两个最简覆盖,如果 $C_1\subseteq C_2$,则 $E(C_1)\leqslant E(C_2)$

特别地,当 $C_1\subset C_2$ 时,$E(C_1)<E(C_2)$。

由性质 4.1 可以看出,知识的粗糙熵随着最简覆盖变细(知识粒度变小)而单调减小。

定义 4.3 设 U 是有限非空论域,C 是 U 的一个最简覆盖,$\mathbb{A}\in\mathcal{F}(U)$,$0<\beta\leqslant\alpha\leqslant1$,基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵的定义如下:

$$\widehat{E}^{\alpha,\beta}(\mathbb{A})=\widehat{\rho}_{\mathbb{A}}^{\alpha,\beta}E(C)$$

很显然,当 $\widehat{\rho}_{\mathbb{A}}^{\alpha,\beta}=0$ 时,$\widehat{E}^{\alpha,\beta}(\mathbb{A})=0$。

从这个定义可以看出,基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵大小不仅和它自身的粗糙度大小有关,还和最简覆盖的粗细(知识的粗糙熵的大小)有关。

这样,对前例中,在覆盖 C_1 下,

$$\widehat{E}_1^{\alpha,\beta}(\mathbb{A})={}^1\widehat{\rho}_{\mathbb{A}}^{\alpha,\beta}E(C_1)=\frac{1}{3}\times(\frac{3}{2}+\frac{3}{4}\log_2 3)\doteq0.896$$

在覆盖 C_2 下,

$$\widehat{E}_2^{\alpha,\beta}(A)={}^2\widehat{\rho}_{\mathbb{A}}^{\alpha,\beta}E(C_2)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$$

很明显

$$\widehat{E}_1^{\alpha,\beta}(\mathbb{A})>\widehat{E}_2^{\alpha,\beta}(\mathbb{A})。$$

显然,基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵比粗糙度更能准确地反映基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性程度。

性质 4.2 设 U 是有限非空论域,C_1、C_2 是 U 的两个最简覆盖,$\mathbb{A}\in\mathcal{F}(U)$,如果 $C_1\subset C_2$,则 $\widehat{E}_1^{\alpha,\beta}(\mathbb{A})<\widehat{E}_2^{\alpha,\beta}(\mathbb{A})$。

证明:$\forall x\in U$,

$md_{C_2}(x)=\{K\in C_2\mid x\in K\wedge$

$(\forall S\in C_2\wedge x\in S\wedge S\subseteq K\Rightarrow K=S)\}$,

$md_{C_1}(x)=\{K\in C_1\mid x\in K\wedge$

$(\forall S\in C_1\wedge x\in S\wedge S\subseteq K\Rightarrow K=S)\}$,因为 $C_1\subset C_2$,所以 $md_{C_1}\subset md_{C_2}(x)$,根据基于最简覆盖的粗糙模糊集的下近似定义 $\underline{C}(\mathbb{A})(x)=\inf\{\mathbb{A}(y)\mid y\in(\bigcup md(x))\}$,所以 $\underline{C_1}(\mathbb{A})\geqslant\underline{C_2}(\mathbb{A})$;同样,根据基于最简覆盖的粗糙模糊集的上近似定义 $\overline{C}(\mathbb{A})(x)=\sup\{\mathbb{A}(y)\mid y\in(\bigcup md(x))\}$,所以 $\overline{C_1}(\mathbb{A})\leqslant\overline{C_2}(\mathbb{A})$;根据基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙度的定义,任取 $0<\beta\leqslant\alpha\leqslant1$,都有 ${}^1\widehat{\rho}_{\mathbb{A}}^{\alpha,\beta}\leqslant{}^2\widehat{\rho}_{\mathbb{A}}^{\alpha,\beta}$。又根据性质 4.1,可得 $E(C_1)<E(C_2)$,所以 $\widehat{E}_1^{\alpha,\beta}(\mathbb{A})<\widehat{E}_2^{\alpha,\beta}(\mathbb{A})$。证毕。

性质 4.2 表明,基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵随着最简覆盖的变细而单调减小。

结论 经典粗糙集理论认为知识具有颗粒性,即知识是粗糙的。知识粒度越大,就越粗糙,信息含量就越少,则不确定性就越大。粗糙度作为粗糙集的不确定性的一种度量已被广泛研究,而基于覆盖的粗糙模糊集模型是经典粗糙集理论的推广。本文将粗糙度的概念引入基于最简覆盖的粗糙模糊集,讨论了它的一些相关性质。通过实例表明了基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性不仅与其本身粗糙度有关,同时与知识的不确定性有关,即仅靠粗糙度并不能很好地反映基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性程度。因此,我们将知识的粗糙熵和基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙度结合,给出了基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵的定义。通过比较说明了基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵能更有效地刻画基于最简覆盖的粗糙模糊集的不确定性程度,并论证了基于最简覆盖的粗糙模糊集的粗糙熵随着最简覆盖的变细(知识粒度变小)而单调递减。

参考文献

1 Zadeh L A. 模糊集合、语言变量及模糊逻辑[M]. 北京科学出版社,1982

2 Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal of Information and Computer Science,1982,11:341~356

3 Banerjee M,Pal S K. Roughness of a Fuzzy Set [J]. Information and Computer Science,1996,93:235~246

4 Zhu W,Wang Fei-Yue. Reduction an axiomization of covering generalized rough sets [J]. Information Sciences,2003,152:217~230

5 Yeung D S,Chen Degang,Tsang E C C,et al. On the Generalization of Fuzzy Rough Sets. IEEE Transaction on Fuzzy System,2005,13(3)

6 Huang B,He X,Zhou XZ. Rough entropy based on generalized rough sets covering reduction [J]. Journal of Software,2004,15(2):215~220

7 Dubois D,Prade H. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets [J]. International Journal of General Systems,1990,17:191~209

8 张文修,吴伟志,梁吉业,等. 粗糙集理论与方法. 北京:科学出版社,2001

9 黄兵,周献中,史迎春. 基于一般二元关系的知识粗糙熵与粗集粗糙熵[J]. 系统工程理论与实践,2004,1:93~96

10 苗夺谦,王珏. 粗糙集理论中知识粗糙性与信息熵关系的讨论[J]. 模式识别与人工智能,1998,11(3):34~40

11 苗夺谦,王珏. 粗集理论中概念与运算的信息表示[J]. 软件学报,1999,2:113~116