

基于显著封闭边界的图像检索算法^{*})

曾智勇^{1,2} 张学军¹ 周利华¹

(西安电子科技大学多媒体研究所国家信息安全工程技术研究中心关键技术实验室 西安 710071)¹

(福建教育学院 福州 350001)²

摘要 在分析了基于边缘的图像检索方法的缺点后,提出了一种基于显著封闭边界的图像检索新算法。它使用基于图论方法的边缘比算法从噪声图像中获取图像的显著封闭边界,然后以显著封闭边界来代表图像,每条显著封闭边界由两个特征:边缘幅度直方图和边缘角度直方图来刻画,并综合这两个特征进行图像间的相似性度量。实验结果表明,本文算法具有较高的检索准确率。

关键词 图像检索,显著封闭边界,边缘比,边缘幅度直方图,边缘角度直方图

A Novel Image Retrieval Algorithm Based on Salient Closed Boundary

ZENG Zhi-Yong^{1,2} ZHANG Xue-Jun¹ ZHOU Li-Hua¹

(Multimedia Technology Institute, Key Lab of Information Security Engineering Center Xidian University, Xi'an 710071)¹

(Fujian Education Institute, Fuzhou 350001)²

Abstract Having analyzed the drawbacks of image retrieval methods based on edges, a novel image retrieval algorithm based on salient closed boundary is presented in this paper. Firstly, the ratio contour, a novel graph-based method is performed to extract salient closed boundaries from noisy images. Secondly, salient closed boundaries are selected and each salient closed boundary is described by two feature: edge magnitude histogram and edge angular histogram, the image is represented by features of salient closed boundaries. Finally, the similarities are measured by the combination of salient closed boundary magnitude histogram and its angular histogram. Experimental results demonstrate that the proposed method is efficient.

Keywords Image retrieval, Salient closed boundary, Ratio contour, Edge magnitude histogram, Edge angular histogram

边缘是图像的最基本特征,也是图像上灰度变化最剧烈的地方。由于人类视觉系统对图像的边缘较为敏感,并且边缘特征有着提取简单、信息含量高、计算量小等优点,因此边缘信息一直被认为是描述图像的有效手段之一。文[1,4]指出,孤立的边缘点几乎没有包含图像中物体的结构信息,边缘曲线却包含了丰富的结构信息,而显著封闭边界能很好地反映人的知觉判断。因此,近几年国内外已有学者^[1~6]把边缘用于图像检索中。文[1]提出一种曲率尺度空间方法来描述形状,它对于每一条边缘曲线进行不同尺度空间下的高斯平滑,在每一尺度下提取曲率较大的点,选取在多尺度下生存时间最长的点来描述边缘曲线。文[2]使用边缘曲线上的拐点特征来描述形状;文[3]采用边缘点的相位直方图来刻画形状特征。上述三种方法的共同缺点是:只考虑了特殊的边缘点信息,而这些边缘点并不能很好地描述物体的形状。文[4]提出了一种基于边缘的结构特征来描述形状,它使用“灌水”算法抽取边缘曲线,每一条边缘曲线用一些结构特征如:灌水时间、叉点个数、叉点直方图等来表示,整幅图像的形状特征用“特殊”边缘如:叉点最多边缘、灌水时间最长曲线等来刻画。这种方法的优点是:利用了边缘的结构信息而非单个边缘点信息来表示形状;其缺点是:仅仅使用个别边缘,它们往往受噪声或边缘提取过程中误差的影响而不准确,这将会降低检索的准确率。文[5]提出一种梯度相角直方图来反映图像的内容,但它使用所有边缘,因而容易引入噪声;文[6]使用显著边缘来代表图像,但显著边缘数的计算可能不准确,它既可能

遗漏某些显著边缘,也可能引入噪声,这都会造成检索准确率的下降。故本文提出了一种基于显著封闭边界的图像检索新方法,基本思想是以显著封闭边界为作为图像中用户关注的视觉线索,通过它们发现不同图像的显著结构,利用这些显著结构的边缘幅度直方图和边缘角度直方图特征进行图像检索。该方法的特点是:(1)提出了一种基于图论边缘比算法的显著封闭边界的提取方法,显著封闭边界反映了图像的显著结构信息,与人的视觉及知觉判断一致。(2)提出了一种基于显著封闭边界的边缘幅度直方图和边缘角度直方图来描述图像特征的方法,保证了检索算法对图像平移、旋转的鲁棒性。实验结果表明,该方法实现简单,与传统的基于边缘的图像检索方法相比具有更好的图像检索效率。

1 显著封闭边界的提取

1.1 边缘检测

本文采用标准 Canny 边缘检测算法进行边缘检测,检测出的边缘在本文称之为碎片,边缘的概念在下文另有含义。

1.2 显著封闭边界提取^[7]

1.2.1 边界显著度定义 Canny 边缘检测器抽取的边缘是一些带有噪声的边缘碎片集合,我们的目标就是从这些碎片集中识别并连接一个碎片子集以形成反映图像显著结构的边界。边界的显著度可用 Gestalt 规则的封闭度、亲近度和连续度来度量,封闭度意味着显著边界必须是一个封闭的轮廓;亲近度表示连接碎片间的缝隙尽可能小;连续度表示最后

^{*})基金项目:十五国防科技(电子)预研项目(413160501)。曾智勇 博士研究生,研究方向:图像检索,网络多媒体,网络安全;张学军 副教授,博士研究生,研究方向:网络安全,多媒体技术。周利华 教授,博士生导师,研究方向:网络多媒体,网络安全。

的轮廓是连续的和充分光滑的。

设一条边界 B 用 $v(t)$ 表示, $0 \leq t \leq 1$, 若 $v(0) = v(1)$, 则边界 B 是封闭的。对于边界的亲近度和连续度, 我们通过定义边界的代价函数来表示:

$$\Gamma_{\pi}(B) @ \frac{W(B)}{L(B)} = \frac{\int_B [\sigma(t) + \lambda \cdot \kappa^2(t)] dt}{\int_B dt} \quad (1)$$

如果 $v(t)$ 在碎片间的缝隙中, 则 $\sigma(t) = 1$, 否则, $\sigma(t) = 0$ 。 $\kappa(t)$ 表示边界 B 在 $v(t)$ 处的曲率, 从(1)式可知, 非归一化代价函数 $W(B)$ 把沿着边界 B 的总缝隙长度和曲率结合起来, 因此, 最显著边界就是代价函数最小的那条边界。参数 $\lambda > 0$ 用以平衡亲近度与连续度间的权重。

我们可以把上述代价函数表示的边界描述为一个由顶点集和边集组成的无向图 $G = (V, E)$, 其中, $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$, 每个碎片的端点构成一个顶点, 两个顶点之间可以构成两种边缘: (1) 若 v_i 和 v_j 对应相同碎片的两个端点, 我们则在 v_i 和 v_j 之间构成一条实线边缘来建模该碎片; (2) 否则, 在每一个顶点对之间构成一条点线边缘来建模缝隙(虚拟碎片)。我们把通过这种方法形成的边缘图叫实-点图或 SD 图, 在该图的一个简单环中, 若实边缘和虚边缘被交替遍历, 则这样的环叫交替环。令 $B(e)$ 为对应边缘 e 的表示实碎片和虚碎片的函数, 则每条边缘 e 的长度 $l(e)$ 为 $B(e)$ 的长度, 权重为: $w(e) @ W(B(e)) = \int_B [\sigma(t) + \lambda \cdot \kappa^2(t)] dt$ 是 $B(e)$ 的非归一化代价。则具有最小代价函数 $\Gamma_{\pi}(B)$ 的最显著封闭边界也就是具有最小边缘比率的交替环 C :

$$\Gamma_{\pi}(C) = \frac{\sum_{e \in C} w(e)}{\sum_{e \in C} l(e)} \quad (2)$$

故把求最显著封闭边界的问题转化为求最小轮廓比交替环的问题。

1.2.2 边缘权重和长度函数 为了定义实边缘和虚边缘的权重 $w(e)$ 及长度 $l(e)$, 必须估计真实碎片和虚拟碎片的长度及曲率, 这可以通过一个二次样条集来逼近一个碎片:

$$\begin{pmatrix} x_i(t_i) \\ y_i(t_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_i B_i \\ C_i D_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_i^2 \\ t_i \end{pmatrix} \quad (3)$$

样条的参数 $0 \leq t_i \leq 1$, 在 C^0 和 C^1 连续度约束下, 用一个迭代算法^[8] 估计最优参数 $x_i, y_i, A_i, B_i, C_i, D_i$, 则第 i 次样条的总长度及曲率为:

$$l_i = \int_0^1 \sqrt{(2A_i t + B_i)^2 + (2C_i t + D_i)^2} dt \quad (4)$$

$$\int_0^1 \kappa_i^2(t) dt = \int_0^1 \frac{4(A_i D_i - B_i C_i)^2}{[(2A_i t + B_i)^2 + (2C_i t + D_i)^2]^3} dt \quad (5)$$

在构建 SD 图时, 可以用 l_i 和 $k_i(t)$ 计算边缘的长度和权重。

1.2.3 边缘比算法 在 SD 图 G 中发现 MRA (Minimum Ratio Alternate) 环的步骤为:

(a) 从(4)、(5)式可以看出, 在 SD 图 G 中的边缘权重和长度通常不为零, 通过(6)、(7)两式变换可将 G 中所有实边的权重和长度设置为零, 而不会改变 MRA 环的结构。具体步骤为: 如果与实边缘 e 临近的点边缘集为 $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$, 则首先把实边缘的权重和长度合并到它临近的点边缘中:

$$w(e_k) \leftarrow w(e_k) + \frac{w(e)}{N_k} \quad (6)$$

$$l(e_k) \leftarrow l(e_k) + \frac{l(e)}{N_k}, k=1, 2, \dots, K \quad (7)$$

若 e 与 e_k 共用一个顶点, 则 $N_k = 2$, 若 e 同 e_k 共用两个顶点, 则 $N_k = 1$ 。然后重新设置 e 的权重和长度为零, 即 $w(e) = 0, l(e) = 0$ 。这个边缘权重和长度的重新分配过程在所有实边缘上迭代进行, 由于在交替环中实边缘和点边缘被交替遍历, 这个过程不会改变图 G 中任何交替环的总权重和长度, 因此也

不会改变 G 中的 MRA 环的结构。

(b) 在 SD 图 G 中寻找 MRA 环的问题可以通过在相同图 G 中寻找一个最小权重完美匹配来解决。一个完美匹配图是图 G 的一个子图, 它包含图 G 中所有顶点而每个顶点只有一条关联边的图, 最小权重完美匹配图就是总权重最小的完美匹配图, 利用下列两步算法可从完美匹配图 P 中构建一系列的环: (1) 从 P 中去掉所有的实边和它们的顶点; (2) 把(1)操作后它的顶点还在实点图中的实边加入到 P 中, 这样获得的环就是交替环, 因此, 完美匹配图中的权重等于用上述算法导出的交替环的总权重。这样获得的交替环可能有多个, 用反证法可以证明, 每个交替环的总权重都必须为非正的。因此, 即使有多个交替环, 应用下面的顺序搜索算法还是可以从中找到一个具有最小边缘比的交替环。

(c) 文[9]已证明, 在实-点图 $G = (V, E)$ 中, 任何交替环对下面边缘权重的线性变换是不变的。

$$w(e) \leftarrow w(e) - b \times l(e), \forall e \in E \quad (8)$$

由于边缘长度是非负的, 因此存在最优的 $b = b^*$, 这样在上述边缘权重变换后, 最终的 MRA 环的边缘比为零。在(b)求出交替环后, 运用下列顺序搜索算法^[10] 找到最优的 b^* 和所要的 MRA 环:

$$(1) \text{ 初始化 } b = \max_{e \in E} \frac{w(e)}{l(e)} + 1.$$

(2) 将 b 代入(7)式对边缘权重进行变换, 然后用最小权重完美匹配算法检测最小边缘比的交替环, 由于 $b > b^*$, 对于初始的 b , 必定存在这样一个交替环 C 。若在后一轮迭代中不存在这样的交替环, 则返回上一轮迭代的交替环 C 作为 G 中的 MRA 环。

(3) 用 C 的原始边缘权重计算边缘比 $\Gamma_{\pi}(C)$, 更新 $b = \Gamma_{\pi}(C)$, 转入(2)。

迭代结束后, $b^* = \Gamma_{\pi}(C)$, 当前的边缘就是所需要的 MRA 环, 即图像的显著封闭边界。图 1 为用最小边缘比算法抽取的人头像的显著封闭边界。

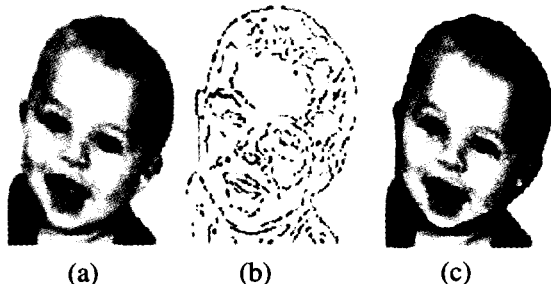


图 1 (a) 样图; (b) Canny 边缘检测碎片; (c) 显著封闭边界

2 基于显著封闭边界的特征描述

用两个特征来描述显著封闭边界。

(1) 边缘幅度直方图: 获得显著封闭边界后, 用 Sobel 算子计算显著封闭边界的梯度幅度。

$$M(x, y) = \left[\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (9)$$

将幅度图 M 分割为 6×6 的子块, 统计每一个子块中显著封闭边界的个数, 对统计结果生成一个直方图(每个子块中显著封闭边界特征点个数的取值范围是 $0 \sim 36$)。将归一化后的结果作为最终的幅度直方图。

(2) 边缘角度直方图: 获得显著封闭边界后, 用 Sobel 算子计算显著封闭边界的梯度角度:

$$\theta(x, y) = \arctan \left[\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right) / \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right) \right] \quad (10)$$

由(10)式得到的角度取值范围为 $0^\circ \sim 360^\circ$, 将它均匀量化为 36 个区间(bins), 统计每个区间的像素数并进行归一化, 生成归一化的角度直方图。对归一化后的直方图进行傅立叶变换使特征量具备旋转不变性, 计算每一个变换分量的模值, 将变换后的模值直方图作为图像显著封闭边界最终的梯度角度直方图特征矢量。

3 距离度量与相似性检索

3.1 显著封闭边界的角度直方图距离

设 Q 是待查询图像, P 是图像数据库中任意一幅图像, $Q = \{Q^* | 1 \leq k \leq N\}$ 和 $P = \{P^* | 1 \leq k \leq N\}$ 分别表示 P, Q 显著封闭边界归一化且经过傅立叶变换后的角度直方图序列和幅度直方图序列, 用直方图相交表示 P, Q 之间的显著封闭边界角度直方图距离和幅度直方图距离 $D_i(P, Q)$ 为:

$$D_i(P, Q) = \sum_{k=1}^{36} \min(H_{P,i}^k, H_{Q,i}^k) \quad (i=1 \text{ 为角度直方图}, i=2 \text{ 为幅度直方图}) \quad (11)$$

3.2 基于角度直方图和幅度直方图的联合检索

对于所提取的不同图像特征, 需要定义不同的距离度量来计算图像间的相似程度, 为了结合不同的子特征来进行图像检索, 则需要将不同子特征所计算出的距离进行线性组合, 即将两个图像之间的距离定义为子特征间距离的加权和。由于不同的子特征会采用不同的度量方式, 因此, 为了使不同的子特征具有可比性, 需要对子特征距离进行归一化处理。本文采用 Gaussian 模型对所计算出的距离进行归一化处理^[11]。为了确定 Gaussian 模型的参数, 本文提出采用训练集的方法来确定这些参数的取值, 即随机地从图像库中抽取若干对图像组成训练集, 并假定选取的训练集足够大, 且具有多样性, 还有训练集中图像的分布特征足以能描述整个图像集的分布特征, 这样, 当向图像集中加入其他新图像时, 就不会对整个图像库的分布特征产生较大的影响; 然后对于每个子特征分别计算训练集中所有图像对间的距离, 在此基础上再计算这些距离的均值和标准差。

设子特征 W 的距离度量为 d_w , 相应的距离均值和标准差的训练值分别为 μ_w 和 σ_w , 在 Gaussian 模型的假设下, d_w 相应的归一化距离度量 $\hat{d}_w$ 定义为:

$$\hat{d}_w(Z_1, Z_2) = \frac{d_w(Z_1, Z_2) - (\mu_w - 3\sigma_w)}{6\sigma_w} \quad (12)$$

其中, Z_1 和 Z_2 是任意两幅图像对应子特征 W 的特征表示, 若 $W=1$, 则 Z_1 和 Z_2 表示上文提取的图像显著封闭边界角度直方图特征矢量, 若 $W=2$, Z_1 和 Z_2 表示上文提取的描述图像显著封闭边界幅度直方图特征矢量。上式可保证 $\hat{d}_w$ 中 99% 的取值落入 $[0, 1]$ 区间, 并且可以同其他的归一化距离度量进行线性组合。

假设待查询图像为 Q , P 为图像库中任意图像, 在实际的检索处理中, 可先利用式(11)计算出图像子特征之间的距离, 利用式(12)对所计算的归一化距离进行归一化处理, 然后, 就可计算待查询图像与数据库图像之间的全局相似度。图像间的全局距离度量定义为:

$$d(P, Q) = \sum_{W=1}^2 \omega_W \hat{d}_W(P_W, Q_W) \quad (13)$$

其中 W 表示不同的子特征, P_W 和 Q_W 分别为图像 P 和 Q 的第 W 个子特征的特征表示, $\hat{d}_W(P_W, Q_W)$ 表示子特征 W 归一化后的距离, ω_W 为子特征 W 的权重, 用来控制图像显著封闭边界角度直方图特征和幅度直方图特征在检索中的相对重要性, 并且满足 $\omega_1 + \omega_2 = 1, \omega_1, \omega_2 \in [0, 1]$ 。权值可以通过试验确定, 也可由用户指定, 最好由相关反馈决定。

4 实验结果

本文图像数据库为 Corel 图像库中下载的 1000 幅图像, 图像大小为 384×256 或 256×384 , 这些图像分为 10 类, 每一类有 100 幅图像。在相同的软硬件环境下对上述算法和文[3]算法进行性能比较, 检索系统运行环境为 P4 2.3G PC, 256M 内存, Windows XP 操作系统。从检索准确率来评价算法性能, 准确率计算方法为: $P_T = \frac{n}{T}$, 其中, T 是图像检索系统自动检索输出的总的图像数目, n 为命中查询图像 Q 所在图像类的图像数目。具体步骤如下: 从上述图像数据库每一类中随机抽取 10 幅图像分别作为查询图像, 计算出 P_{10}, P_{20}, P_{30} , 然后对每一类计算平均检索准确率 $\bar{P}_{10}, \bar{P}_{20}, \bar{P}_{30}$ (见表 1)。

表 1 本文算法和文[3]算法检索性能比较

测试图像类	$\bar{P}_{10}/\%$		$\bar{P}_{20}/\%$		$\bar{P}_{30}/\%$	
	本文 算法	文[3] 算法	本文 算法	文[3] 算法	本文 算法	文[3] 算法
Africa	48	45	43	38.5	39.5	34
Beach	26.5	21	21	16.5	18.8	16
Buildings	59	41	48	35	41.5	29.5
Buses	60.2	58	53	51.5	49	47.5
Dinosaurs	79	60	67	55	60.5	46
Elephants	62	31	53	25.6	45	21.5
Flowers	50.3	46	44	41.5	39.5	36.5
Horses	51	48	45	40	36.5	33.5
Mountains	34	25	29.5	19	23	17
Food	37.4	35	31	29.5	27	26.5

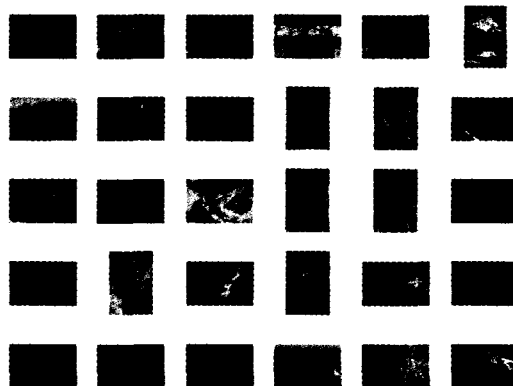


图 2 建筑物的一个检索结果

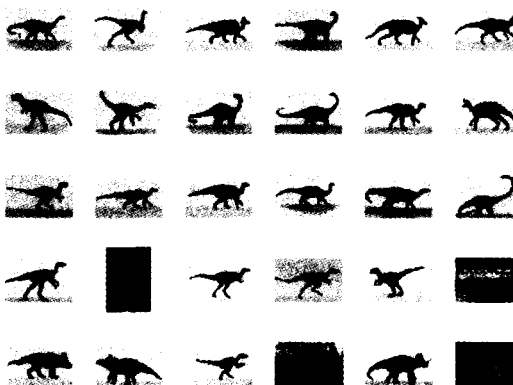


图 3 恐龙的一个检索结果

图 2 和图 3 是用本文算法进行检索的两个结果, 显示的图像中, 左上角为查询图像兼检索结果, 其余图像为检索结

果,在图 2 检索结果中有 19 幅是准确检索图像,在图 3 检索结果中有 26 幅是准确检索图像。结果显示,笔者提出的算法在所有测试集上的检索准确率优于文[3]算法。

结论 提出了一种基于显著封闭边界的图像检索方法,与传统的利用边缘进行图像检索方法不同,本文算法利用了显著封闭边界来刻画图像的显著结构,并用不同图像特征进行联合检索。大量的实验和同类的方法比较表明,本文方法具有更高的图像检索效率。

参考文献

- Gu Y H, Tjahjadi T. Corner-Based Feature Extraction for Object Retrieval[A]. In: Proc. IEEE Conference on Image Processing [C], Kobe, Japan, 1999, 119~123
- Jain A, Vailaya A. Image Retrieval Using Color and Shape[J]. Pattern Recognition, 1996, 29: 1233~1244
- Bober M. MPEG-7 Visual Shape Descriptors[J]. IEEE Trans on Circuit and Systems for Video Technology, 2001, 11(6): 716~719
- Zhou X S, Huang T S. Edge-Based Structural Features for Content-Based Image Retrieval [J]. Pattern Recognition Letters, 2001, 22: 457~468
- 魏海, 沈兰荪. 小波变换域内基于方向梯度相角直方图的图像检索算法[J]. 电路与系统学报, 2001, 6(2): 20~25
- 韩军伟, 郭雷. 一个使用显著边缘进行图像检索的算法[J]. 模式识别与人工智能, 2003, 16(2): 145~151
- Wang S, Kubota T, Siskind J M, et al. Salient Closed Boundary Extraction with Ratio Contour[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 2005, 27(4): 546~561
- Kubota T. Contextual and non-combinatorial approach to feature extraction[A]. In: Proc. Int'l Workshop on EMMCVPR[C], Lisbon, Portugal, 2003. 467~482
- Wang S, Siskind J M. Image segmentation with ratio cut[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(6): 675~690
- Ahuja R K, Magnanti T K, Orlin J B. Network Flows: Theory, Algorithms, & Applications, Prentice Hall, 1993
- Nastar C, Mitschke M, Meihac C. Efficient Query Refinement for Image Retrieval[A]. In: Proc. of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]. Santa Barbara, California, USA, 1998. 547~552

(上接第 217 页)

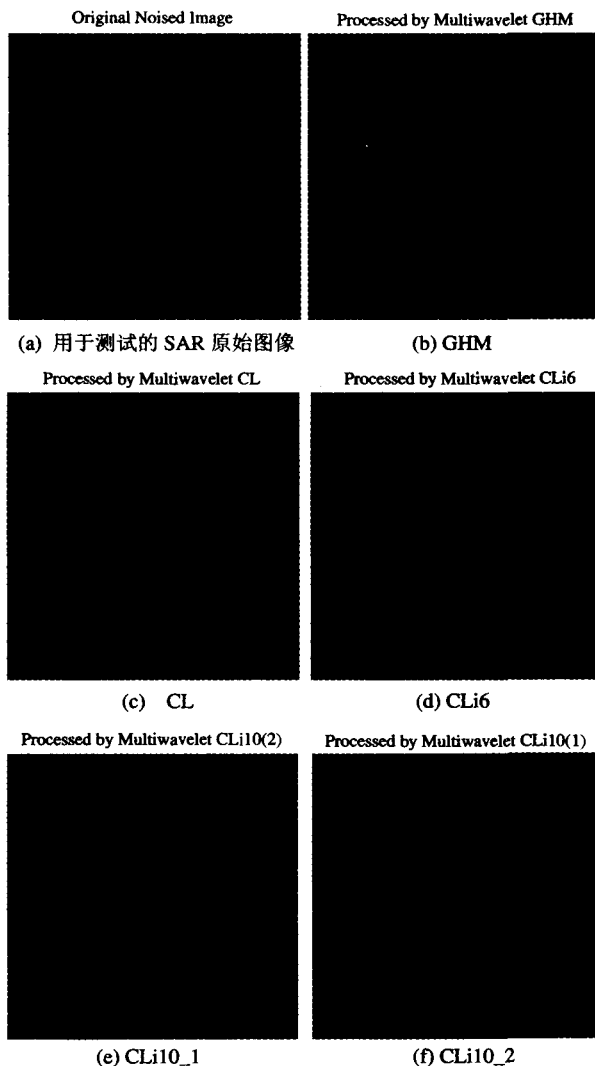


图 3 测试图像及多子波滤波结果

通过上述仿真结果的比较可知,利用多子波进行 SAR 图像的去噪,在确保平滑效果的同时,可有效保留边缘信息。另外,我们可以看出,采用 CLi 类多子波在保留图像细节方面要好于 GHM、CL 多子波。

结论 本文在多子波的预滤波中采用了冗余技术,并利用边缘跟踪算法对子波分解后的高频子带中的边缘和噪声进

行有效的分离,从而确保了在抑制噪声的同时保留了边缘信息。实验结果验证了该方法的有效性。

表 2 几种多子波对图 3(a)滤波的结果对比

	EPI	均值	均方差
原图像	1	1	1
GHM	0.4412	1	0.8262
CL	0.4347	1	0.8241
CLi6	0.4450	1	0.8314
CLi10(1)	0.4485	1	0.8303
CLi10(2)	0.4491	1	0.8323

注:原图像均值为 84.8389,均方差为 39.4979。

参考文献

- Mvogo J, Mercier G, et al. A combined speckle noise reduction and compression of SAR images using a multiwavelet based method to improve codec performance. perso-iti. enst-bretagne. fr/~mercierg/articles/s03p1224-mvogo.pdf
- Lawton W. Application of complex-valued wavelet transforms to subband decomposition. IEEE transactions on Signal Processing [J], 1993, 41(12): 3566~3568
- 许刚. 复子波在图像编码中的应用. 软件学报[J], 1999, 10(3): 293~298
- Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Communications on pure and applied mathematics[J], 1988, 41: 909~996
- Belzer B, et al. Complex, linear-phase filter for efficient image coding. IEEE transactions on Signal Processing [J], 1995, 43(10): 2425~2427
- Geronimo J S, et al. Fractal functions and wavelet expansions based on several scaling functions. Journal of approximation theory[J], 1994, 78(3): 373~401
- Xia Xiang-Gen. A new prefilter design for discrete multiwavelet transforms. IEEE transactions on Signal Processing[J], 1998, 46(12): 1558~1570
- Xia Xiang-Gen, et al. Design of prefilter for discrete multiwavelet transforms. IEEE transactions on Signal Processing[J], 1996, 44(1): 25~35
- Xia Xiang-Gen, et al. Vector-valued wavelets and vector filter banks. IEEE transactions on Signal Processing[J], 1996, 44(3): 508~517
- Lebrun J, et al. Balanced multiwavelet theory and design. IEEE transactions on Signal Processing[J], 1998, 46(4): 1119~1125
- Strang G, et al. Short wavelet and matrix dilation equations. IEEE transactions on Signal Processing[J], 1996, 43(1): 108~114
- 张书玲, 侯彪, 焦李成. 基于子波和滤波器组的图像编码方法. 西安电子科技大学学报, 2000, 27(4): 180~185
- 李卫斌, 刘芳, 焦李成. 基于复子波的多子波构造. 西安电子科技大学学报, 2003, 30(6): 69~73