

# 基于 KL 变换的模糊 C-均值聚类彩色图像分割

张晓芸 朱庆生

(重庆大学计算机学院 重庆 400044)

**摘要** 根据图像色彩特征空间的正交特性,以及构成特征空间的特征向量和特征值之间的统计特性,提出了一种新的彩色图像指定区域分割算法。首先在指定区域选取采样像素,通过 KL 变换计算采样像素的协方差矩阵、特征值、特征向量;由特征向量构成指定区域的色彩特征空间,然后对原色彩空间中的向量进行空间变换和权重变换;最后用模糊 C-均值聚类方法聚类变换后的向量,得到分割结果。文中给出了静物图像的聚类分割结果,体现了算法对于指定区域细节分割的准确性。

**关键词** 彩色图像分割, KL 变换, 模糊 C-均值聚类, 协方差矩阵

## Fuzzy C-Clustering Based on KL Transform for Color Image Segmentation

ZHANG Xiao-Yun ZHU Qing-Sheng

(College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 400044)

**Abstract** On the basis of the orthogonality and the statistical prosperities between eigenvectors and eigenvalues of the color eigenspace, a new algorithm to accurately segment the designed images that have the same color as the pre-selected color pixels is proposed. At first, correlation matrix, eigenvalues and eigenvectors are computed through KL transforming pre-selected sample pixels. Hence, eigenspace that takes eigenvectors as the coordinates is formed. Then apply the eigenspace-transform and weight-transform to the color pixel vectors belong to the normal color space. At last, the transformed pixel vectors are clustered by FCM and the segmented result is obtained. Experiments show the method can effectively achieve the desired color image segmentation.

**Keywords** Color image segmentation, KL transform, Fuzzy-C cluster, Correlation matrix

图像分割是图像分析和模式识别的首要问题和基本问题,也是图像处理的经典难题。所谓图像分割是指将图像中具有特殊意义的不同区域分离开,这些区域是相互不相交的,每个区域满足灰度、纹理、彩色等特征的某种相似性准则。由于彩色图像比灰度图像提供的信息更多,并且随着计算机处理能力的快速提高,彩色图像处理正受到人们越来越多的关注。

目前,彩色图像分割方法主要分为<sup>[1]</sup>:直方图阈值法、特征空间聚类、基于区域的方法、边缘检测方法、模糊方法、神经元网络方法等 6 种方法。其中结合聚类和模糊集理论的模糊聚类方法<sup>[2]</sup>是目前广泛采用的方法之一。它直观,易于实现,同时模糊概念的引入,使得模糊 C 均值算法不易于收敛到局部极值,也提高了分割效果。但是算法<sup>[3]</sup>仍然存在如下问题:①算法性能依赖于初始聚类中心;②须事先确定聚类数目;③计算量大。

此外,在何种空间进行聚类也直接影响到算法的分割速度和分割效果,而现有算法大都直接在色彩空间进行聚类。在对“图像的色彩空间分布”进行仔细分析后,笔者发现,对于指定区域的分割,在“指定区域色彩特征空间”内进行聚类,能得到更好的分割效果。而且,如果进一步对变换空间后的向量进行权重变换,会使指定区域的分割更为准确。在此基础上,作者提出了基于 KL 变换的模糊 C 均值聚类彩色图像分割方法。图像分割算法流程如图 1 所示。该方法由四个步骤

组成:①通过 KL 变换形成指定区域色彩特征空间;②空间变换;③权重变换;④基于特征空间的模糊 C-均值聚类。

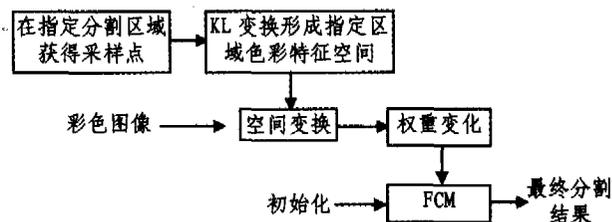


图 1 图像分割算法流程图

## 1 KL 变换及指定区域色彩特征空间的形成

KL 变换<sup>[4]</sup>的主要作用就是保留主要信息,降低数据量,从而达到增强或提取某些有用信息的目的。它可使原图像经变换后提供一组不相关的图像变量,最前面的主分量具有较大的方差,包含了原始影像的主要信息,所以要集中表达信息,突出图像的某些细部特征,可采用该变换来完成。

在本文中,对于指定区域的分割,如果简单直接地在色彩空间聚类,分割效果通常不好。如:图 2(c)中的白色区域,原本属于背景的阴影区域却被误分为“番茄区域类”;此外,原图像番茄上的亮斑,在分割时也被误分为“背景区域类”。为了提高指定区域分割的准确性,我们使用 KL 变换获得反映“指定区域色彩信息”的特征向量,并由该特征向量构成“指定区

张晓芸 硕士研究生,主要研究方向为数字图像处理。朱庆生 博士,教授,博士生导师,主要研究方向为多媒体数据压缩、网络数字文档图像处理、软件开发环境等。

域色彩特征空间”。在后面的分析中我们可以看到：在“指定区域色彩特征空间”进行聚类，可以获得更为准确的分割结果。

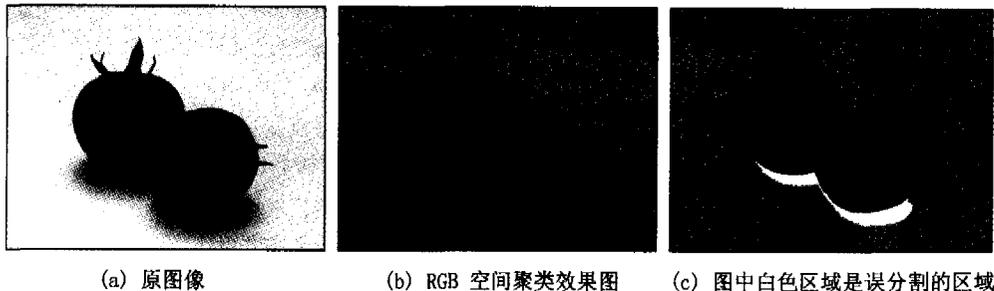


图2 聚类效果图

说明：红，绿，蓝色分别代表 3 个不同的聚类

KL 变换形成“指定区域色彩特征空间”的步骤如下<sup>[5]</sup>：首先，选择原图像中指定区域的若干 ( $M$  个) 像素。接着，进行 KL 变换，计算所选像素对应的协方差矩阵，特征值，特征向量。设所选择第  $K$  个像素表示为： $\vec{x}_k = [x_{k1}, x_{k2}, x_{k3}]^T$ ，其中， $x_{k1}$ 、 $x_{k2}$  和  $x_{k3}$  是色彩分量。如果我们选择 RGB 色彩空间，那  $x_{k1}$ 、 $x_{k2}$  和  $x_{k3}$  就分别代表第  $K$  个样本像素点的红，绿，蓝的灰度级。从  $M$  个采样点我们可以首先计算出协方差矩阵

$$C_x = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \vec{x}_k \vec{x}_k^T - \vec{m}_x \vec{m}_x^T \quad (1)$$

其中， $\vec{m}_x = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \vec{x}_k$ 。因为  $C_x$  是实对称的，所以总能找到一组 (3 个) 标准正交特征向量  $\vec{\omega}_1$ 、 $\vec{\omega}_2$  和  $\vec{\omega}_3$ ，其对应特征值是  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$  ( $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ )。最大特征值  $\lambda_1$  对应的特征向量  $\vec{\omega}_1$  被称为主分量。以  $\vec{\omega}_1$ 、 $\vec{\omega}_2$  和  $\vec{\omega}_3$  为坐标轴构成了“指定区域色彩特征空间”，在后文中，我们都简称为“特征空间”。

## 2 空间变换

在特征空间聚类，首先要把原色彩空间内的向量坐标变

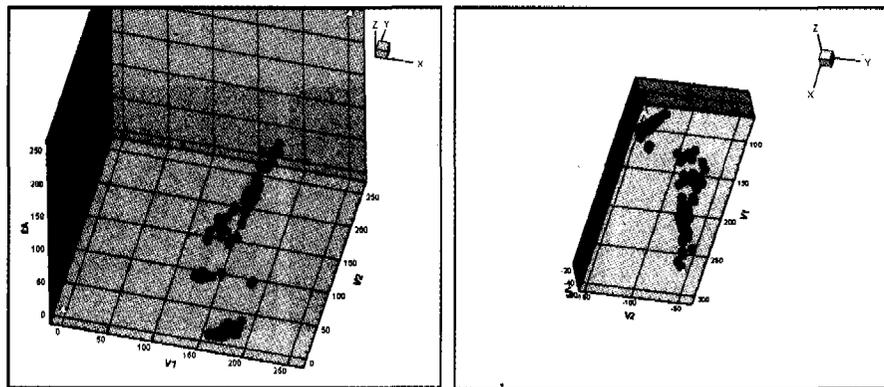


图3 像素点空间分布对比图

说明：①两幅三维图的视角选择均以“能清晰看出聚类的分布情况”为标准；②上述两图的比例相同

## 3 基于特征空间的模糊 C-均值聚类

### 3.1 权重变换

使用 3.1 节中的 FCM 方法对  $\vec{z}_q$  聚类显然可以得到较优

换到新特征空间。变换公式如下：

$$\vec{z}_q = V^T \vec{x}_q = [z_{q,1}, z_{q,2}, z_{q,3}]^T, q=1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中， $V$  是由特征向量构成的矩阵， $V = [\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2, \vec{\omega}_3]$ ； $\vec{x}_q$  是第  $q$  个像素在色彩空间的对应向量； $\vec{z}_q$  是第  $q$  个像素变化后在特征空间里的对应向量， $z_{q,1}$  是在主分量上的投影值， $z_{q,2}$  和  $z_{q,3}$  分别是在两个次特征向量上的投影值。 $N$  是图像的像素数目 (说明：所有的向量都是标准化的)。

仍然以图 2(a) 为例，在番茄区域和阴影区域各选 150 个像素，记录它们的 RGB 值即  $\vec{x}_q$ ，用式 (2) 计算其在特征空间里的对应向量  $\vec{z}_q$ 。在 RGB 空间绘出  $\vec{x}$ ，在特征空间绘出  $\vec{z}_q$ ，如图 3(a)、(b)，其中绿色点来自于番茄区域，红色点来自于阴影区域。经观察发现：在变换后的特征空间里，“阴影区域像素的分布团”和“番茄区域像素的分布团”之间有了清晰的界限，类内间距也明显减小，对于聚类算法而言，无疑会提高分割的准确性。因此，在“指定区域色彩特征空间”里进行聚类，改善指定区域分割效果是可行的。

的指定区域的分割效果，但是通过对特征空间结构进一步分析，发现：恰当的权重变换可以提取到更有利于聚类分析的数据，从而进一步提高分割效果。

在由特征向量  $\vec{\omega}_1$ 、 $\vec{\omega}_2$  和  $\vec{\omega}_3$  构成的特征空间里，由于特征向量的正交特性，则在主分量  $\vec{\omega}_1$  上有最大投影值  $z_{q,1}$  的像素，在  $\vec{\omega}_3$  (对应特征值最小的特征向量) 上的投影值  $z_{q,3}$  一定

最小;反之,在  $\vec{\omega}_1$  上的投影值  $z_{q,1}$  较小,说明像素在  $\vec{\omega}_2$  和  $\vec{\omega}_3$  上有较大的投影值。另一方面,从统计意义上讲,特征值反映了所对应的特征向量的能量分布。为此我们用特征值来定义“权重变换矩阵” $\Gamma_p$ ,定义如下:

$$\Gamma_p = \begin{bmatrix} (\frac{\lambda_2 + \lambda_3}{2})^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1^{-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

如果  $\lambda_1$  远大于  $\lambda_2$  和  $\lambda_3$ ,说明所选的样本大多数来自于主分量,在这种情况下,我们可以使用“主权重变换矩阵” $\Gamma_p$  进一步增加主分量投影值的权重,即增大  $z_{q,1}$  的值,同时减小  $z_{q,2}$  和  $z_{q,3}$  的值;如果  $\lambda_1$  和  $\lambda_2, \lambda_3$  的值很接近,则表明样本点不能体现出任何主要的分量,此时,用  $\Gamma_p$  进行权重变换不再像前种情况一样,  $z_{q,1}$  和  $z_{q,2}, z_{q,3}$  的相对值不会发生变化。

按照上面的分析,使用  $\Gamma_p$  对  $\vec{z}_q$  进行权重变换如下:

$$\vec{z}_{p,q} = \Gamma_p \vec{z}_q, q=1, 2, \dots, N \quad (4)$$

然后,再对  $\vec{z}_{p,q}$  采用聚类算法进行聚类。

### 3.2 基于特征空间的模糊 C-均值聚类

FCM 算法<sup>[6]</sup>是通过最小化关于隶属度矩阵  $U$  和聚类中心  $V$  的目标函数  $J_m(U, V; X)$  来实现的:

$$J_m(U, V; X) = \sum_{q=1}^N \sum_{j=1}^c u_{jq}^m \cdot dist^2(\vec{z}_{p,q}, \vec{v}_j) \quad (5)$$

式中,  $U = \{u_{jq}\}$  为隶属度矩阵,  $u_{jq}$  满足一定条件;  $V = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_c\}$  为  $c$  个聚类中心点集;  $m \in [1, \infty)$  为加权指数,当  $m=1$  时,模糊聚类就退化为硬 C 均值聚类, Nikhil 等人的研究表明,  $m$  的最佳选择范围为  $[1.5, 2.5]$ , 通常  $m=2$  是比较理想的取值。

第  $q$  个样本到  $j$  类中心的距离  $dist^2(\vec{z}_{p,q}, \vec{v}_j)$  定义为:

$$dist_{jq}^2(\vec{z}_{p,q}, \vec{v}_j) = \|\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_j\|_A^2 = (\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_j)^T A (\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_j) \quad (6)$$

其中,  $A$  为  $3 \times 3$  的正定矩阵。在此,我们设  $A = \Gamma_p$ , 则隶属度函数  $u_{jq}$  变成:

$$u_{jq}^m = \frac{(dist_{jq}^2)^{-2/(m-1)}}{\sum_{i=1}^c (dist_{iq}^2)^{-2/(m-1)}} =$$



(a) RGB 空间聚类效果图 (b) 特征空间变换后效果图 (c) 本方法聚类效果图

图 4 对比效果图

说明:①原图参见图 2(a);②番茄区域是指定区域;③在分割结果图中,不同的颜色代表不同的聚类;④(a),(c)中的聚类个数均为 3

结论 作者对指定分割区域色彩特征空间的结构进行仔细分析,包括特征空间的正交特性,以及构成特征空间的特征向量和特征值之间的统计关系。在此基础上,提出了一种基于 KL 变换的 FCM 彩色图像分割算法,通过 KL 变换得到色

$$\frac{[(\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_j)^T A (\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_j)]^{-2/(m-1)}}{\sum_{i=1}^c [(\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_i)^T A (\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_i)]^{-2/(m-1)}} = \frac{[(\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_j)^T \Gamma_p (\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_j)]^{-2/(m-1)}}{\sum_{i=1}^c [(\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_i)^T \Gamma_p (\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_i)]^{-2/(m-1)}} \quad (7)$$

FCM 是通过反复迭代优化目标函数式(5),实现数据分类的。算法步骤如下:

Step1 初始化聚类中心  $V = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_c\}$ ;

Step2 计算隶属度矩阵

$$u_{jq}^m = \frac{[(\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_j)^T \Gamma_p (\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_j)]^{-2/(m-1)}}{\sum_{i=1}^c [(\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_i)^T \Gamma_p (\vec{z}_{p,q} - \vec{v}_i)]^{-2/(m-1)}}, j=1, 2, \dots, c$$

且  $q=1, 2, \dots, N$

Step3 更新聚类中心

$$v_i = \frac{\sum_{q=1}^N u_{iq}^m x_q}{\sum_{q=1}^N u_{iq}^m}, i=1, 2, \dots, c$$

Step4 重复 Step2, Step3 直至式(5)收敛。

## 4 实验结果及分析

本文提出的方法在 Centrino 1.6, Windows XP 平台上实现,测试图像 50 幅(主要是指定区域存在误分割的图像),所有图像均为 24 位真彩色图像。为了客观评价本方法,用基本 FCM 算法和本方法作了对比实验。图 4~5 是两种方法分割结果的比较。从图中可以看出,本文提出的基于 KL 变换的 FCM 图像分割方法同单纯使用 FCM 的分割方法相比较,指定区域的分割效果令人满意;在图 3 中,原来被误分的阴影区域和番茄上的亮斑区域在使用本文的方法后,都得到很好的处理;在图 4 中,背景上的淡色花纹,在使用本文的方法后,也没有再被误分为花瓣区域。

在运算时间上,两者处理相同图像的时间开销也基本相同。对于新算法而言,获取采样点和形成特征空间的时间复杂度为  $O(n)$ ,空间变换和权重变换的时间复杂度为  $O(12n)$ ,因此,对算法总体时间复杂度影响不大。

彩特征空间,进行空间变换,然后权重变换特征空间中的向量,最后使用 FCM 方法进行聚类分割。与单纯的 FCM 分割算法相比,本文方法的最大优势在于指定区域细节的分割更加准确,这无疑会为图像分割的后继处理,图像识别,图像检索打下更好的基础。实际上,在当前的图像分割方法中,还不存在一种方法能准确地提取语义对象。同时,对于 FCM 算

(下转第 239 页)

则表明某一任务执行完毕,标注在  $M_i$  上的实数  $a_i$  为当前时刻,即任务执行完毕的时刻,而目前完成任务所用的调度时间就是最后一个任务执行完毕的时刻,因此,整个系统目前完成任务所用的调度时间为  $\max\{a_i\}$ 。

#### 4 举例

假设一个网格计算系统由两个局域网组成,两个局域网分别由 2 台 PC 机与 1 台高性能计算机组成。现有 3 个独立任务分别在 3 台机器上提交。表 2 给出了这些任务的到达时刻、截止期限、估计执行时间及估计通信时间。

##### 4.1 建模

根据定义 1~4,构造出网格计算资源调度的层次颜色 Petri 网模型(见图 2~图 5)。

表 2 各任务的到达时刻、截止期限、估计执行时间、估计通信时间

任务	到达时刻	截止期限	估计执行时间			估计通信时间	
			ET11	ET12	ET21	CT1	CT2
TS <sub>11</sub>	0	110	125	115	75	6	9
TS <sub>12</sub>	40	140	80	110	70	4	6
TS <sub>21</sub>	90	320	245	240	210	8	12

注:CT1、CT2 分别指机器与局域网、局域网与广域网之间的通信时间

##### 4.2 分析

根据算法 3.1 和 3.2,构造出该调度系统所对应的层次 Petri 网的可达任务图(图 6 给出了部分可达任务图)。

(1)当任务  $TS_{11}$  在时刻 0 提交给本地调度者后,由于本地机器不能在截止期限内完成,因而向上提交给局部调度者。因本局域网内也无法在截止期限内完成  $TS_{11}$ ,所以局部调度者将任务  $TS_{11}$  向上提交给网格调度者。网格调度者判断得知,局域网  $LAN_2$  可以在截止期限内完成  $TS_{11}$ ,所以网格调度者将任务  $TS_{11}$  分配给局域网  $LAN_2$  的局部调度者,再由局部调度者将任务  $TS_{11}$  分配给机器  $M_{21}$  执行。

(2)当任务  $TS_{12}$  在时刻 40 提交给本地调度者后,由于本地机器  $M_{12}$  不能在截止期限内完成,因而向上提交给局部调度者。本局域网内的机器  $M_{11}$  可以在截止期限内完成  $TS_{12}$ ,所以局部调度者将任务  $TS_{12}$  分配给机器  $M_{11}$  执行。

(3)当任务  $TS_{21}$  在时刻 90 提交给本地调度者后,此时虽然任务  $TS_{11}$  正在机器  $M_{21}$  上执行,但本地调度者判断得知,本地机器  $M_{21}$  可以在截止期限内完成  $TS_{21}$ ,所以本地调度者将任务  $TS_{21}$  分配给机器  $M_{21}$  执行。

(4)从图 6 可以得出,机器  $M_{11}$  执行所有任务所用时间之和  $se_1=80$ ,机器  $M_{12}$  执行所有任务所用时间之和  $se_2=0$ ,机器  $M_{13}$  执行所有任务所用时间之和  $se_3=210+75=285$ 。则  $se_1$ 、 $se_2$ 、 $se_3$  的平均数  $\mu=121.67$ ,标准差  $s=147$ ,离散系数  $v_s=s/$

$\mu=1.21$ ,由于离散系数较大,由命题 3.2 知,系统目前处于负载不平衡状态。

(5)从图 6 还可以看出,可达任务图有三个端点: $M_{16}$ 、 $M_{24}$  与  $M_{32}$ ,标注在它们后面的数字分别为 105、128 和 315,这三个数字分别为任务  $TS_{11}$ 、 $TS_{12}$  和  $TS_{21}$  的完成时刻,根据命题 3.3 知,整个系统完成三个任务所用的调度时间为:  $\max\{105,128,315\}=315$ 。

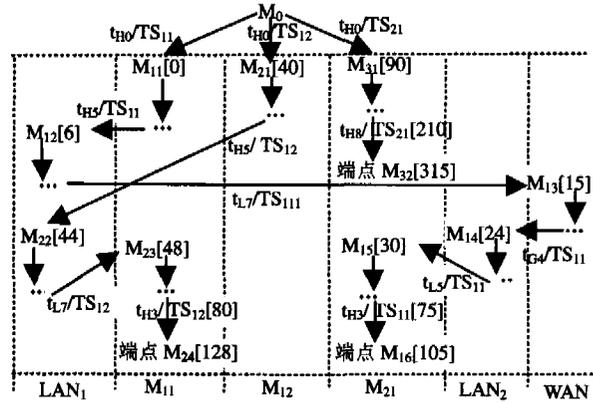


图 6 部分可达任务图

结论 本文给出了一个网格计算环境下三层资源调度方案,并利用层次颜色时延 Petri 网对该资源调度方案进行了建模与分析。给出了层次颜色时延 Petri 网可达任务图的概念及构造算法,并以此分析了资源调度中诸如吞吐量、负载平衡、调度时间等一些重要特性。进一步的工作是探讨更有效的 Petri 网模型的分析方法及网格计算环境下资源调度的有效算法。

#### 参考文献

- 1 Foster I, Kesselman C, ed. The Grid: blueprint for new computing infrastructure, Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, CA, 1999
- 2 Subramani V, et al. Distributed Task Scheduling on Computational Grids using Multiple Simultaneous Requests. In: Proceedings of 11th IEEE International Symposium on High Performance Distributed Computing (HPDC'02) July 24-26, 2002 Edinburgh, Scotland; 359~366
- 3 Maheswaran M, Ali S, et al. Dynamic Matching and Scheduling of a Class of Independent Tasks onto Heterogeneous Computing Systems. In: Proceedings of 8th IEEE Heterogeneous Computing Workshop (HCW'99), San Juan, Puerto Rico, Apr. 1999, 30~44
- 4 van der Aalst W M P. Petri net based scheduling, Computing Science Reports, Eindhoven University of Technology, 1995
- 5 于达,张锐,陈陈. 调度问题的 HPN 模型研究,计算机研究与发展,1996,33(5):321~328
- 6 Murata T. Petri Nets, Properties, Analysis and Application, Proceedings of IEEE, Apr. 1989,77:541~584
- 7 Jensen K. Coloured Petri nets: Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use, Berlin, Heidelberg, New York; Springer-Verlag, 1996,1,2
- 8 Zuberek W M. Timed Petri nets, Definitions, Properties and Applications, Microelectronics and Reliability, 1991, 31(4): 627~644

(上接第 220 页)

法本身的缺陷,如:聚类数目的确定,初始聚类中心的选择,本文并没有给予解决,参数的调整也给实验带来不少麻烦。进一步工作是解决 FCM 算法的初始化相关的问题,包括确定聚类数目,选择初始聚类中心等。

#### 参考文献

- 1 Cheng H D, Jiang X H, Sun Y. Color image segmentation: advance and prospects [J]. pattern recognition, 2001, 34(12):

- 2259~2281
- 2 林开颜,徐立红,吴军贵. 快速模糊 C 均值聚类彩色图像分割方法 [J]. 中国图形图像学报,2004,9(2):159~163
- 3 Iyer N S, Kandel A, Schneider M. Feature-based fuzzy classification for interpretation of mammograms [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114: 271~280
- 4 Comon P. Independent component analysis-a new concept [J]. Signal Processing, 1994, 36(3): 287~314
- 5 Yang J F, Hao S S, Chung P C. Color image segmentation using fuzzy C-means and eigenspace projections [J]. Signal processing, 2002, 82:461~472
- 6 李弼程. 智能图像处理技术 [M]. 北京:电子工业出版社, 2004. 302~320