# TPC-STBC 编码的多天线 OFDM 系统性能研究\*)

# 何业军 朱光喜

(华中科技大学电子与信息工程系 武汉光电国家实验室通信与智能网络研究部 武汉 430074)

摘 要 设计空时分组码(STBC)只是获得了满分集增益,但未考虑编码增益,因此空时分组码必须和能够提供大量 编码增益的外码级联。Turbo乘积码(TPC)是一种高效的编码方式,与 Turbo码相比译码延时低,不具有错误平层。 本文采用极具纠错性能的 Turbo乘积码与空时分组码级联,构成编码的多天线 OFDM 系统以提高无线通信系统的可 靠性,并最后对系统进行了性能仿真。

关键调 Turbo 乘积码,多天线,空时分组码,正交频分复用,IMT2000 步行信道

#### The Performance Study of TPC-STBC Coded Multi-antenna OFDM System

HE Ye-Jun ZHU Guang-Xi

(Department of Electronics and Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Research Division of Communication and Intelligent Network, Wuhan National Laboratory for Optoelectronic, Wuhan 430074)

Abstract Space-Time Block Codes(STBCs) are designed to obtain the full diversity gain. However, STBCs are not designed to achieve an additional coding gain. Therefore, STBCs need to be concatenated with an outer code which provides a significant coding gain. Turbo Product Codes(TPCs) are a kind of high-efficient coding scheme with low latency decoding, which do not suffer from an error floor associated with turbo codes. This article considers the concatenation of TPCs with STBCs and sets up coded multi-antenna OFDM system to improve the reliability of the wireless communication systems. Finally, the paper presents simulating environment and results of experiment testing.

Keywords Turbo product codes, Multi-antenna, Space-time block codes, OFDM, IMT2000 pedestrian channels

### 1 引言

随着 B3G 移动通信系统高速率业务需求的不断增加,前 向纠错码和信号处理技术已越来越受到人们的广泛关注。前 向纠错(FEC)技术的再度崛起应归功于 Berrou 及其他人的 研究成果和 1993 年发表的里程碑性的论文《接近香农极限的 纠错编码与译码-Turbo 编码》<sup>[1]</sup>。前向纠错编码被视为无线 通信和卫星通信在降低功率与带宽需求条件下提供可靠数据 传输的基础性构件。Turbo 乘积码(TPC)属于 Turbo 类前向 纠错码的一个子类,它从编码的角度看属于乘积码,从译码的 角度看是 Turbo 码的一种延伸。信号处理技术中的正交频 分复用(OFDM)<sup>[2]</sup>技术则以其抗干扰和抗多径能力强、频带 利用率高等优点,被广泛应用于现代无线通信的各个领域,是 多径环境和衰落信道中进行高速数据通信的有效方法。

在接收端和发送端都采用多个天线的 OFDM 系统(简称 多天线 OFDM 系统),可以成倍地提高衰落信道下的信道容 量。多天线 OFDM 系统可由三种方式实现:第一种方式是采 用延迟分集、空时格码、空时分组码,它们通过空间分集最大 化来提高功率效率;第二种方式是采用诸如 V-BLAST 的分 层的方式以增加系统容量,这种方式不能达到完全的空间分 集;第三种方式是在发射机使用信道信息,该方式使用奇异值 分解(Singular Value Decomposition)来分解信道系数矩阵,并 在发射机和接收机的前向和后向滤波器中使用这些分解的 U 矩阵<sup>[3]</sup>。本文所采用的多天线 OFDM 系统属第一种方式。 目前除了空时发分集(STTD,属空时分组码的特例)技术已 经进入了 3G的协议中走向实用外,其他空时编码技术还处 于理论研究阶段。

目前,关于新一代个人移动通信的国内外研究文献,往往 限于 Turbo 码与 STBC<sup>[4~6]</sup>、Turbo 码与 BLAST<sup>[7]</sup>、Turbo 乘 积码(TPC)与 STBC<sup>[8-9]</sup>、TPC 与 OFDM 的结合<sup>[10]</sup>,而将 TPC、STBC、OFDM 三者的结合构成多天线 OFDM 系统还未 见报道。本文采用 Alamouti 提出的空时分组码<sup>[11]</sup>,选取 TPC(64,57,4)<sup>2</sup>、(32,26,4)<sup>2</sup>、(16,11,4)<sup>2</sup> 作为外码,比较了 它们在两根发射天线、两根接收天线下的多天线 OFDM 系统 在 IMT2000 步行信道下的性能。

本文第2节描述系统模型,第3节介绍 TPC 的纠错能力 与性能界,第4节是数值仿真,最后是结论。

#### 2 系统模型

图 1 为基于 TPC 的 STBC 编码的多天线 OFDM 系统模型。IFFT/FFT 分别用作 OFDM 的调制器与解调制器,图中 采用 2 根发射天线、2 根接收天线的系统,共有 4 条径。它还可以推广到 M 根发射天线和L 根接收天线的情形。

考虑第 i根(共 M 根)发射天线和第 j根(共 L 根)接收 天线的一般情形,每根接收天线通过一条统计独立的衰落信 道与每根发射天线相对应,接收信号受到加性噪声的干扰,这 种加性噪声是在 L 根接收天线之间和传输周期中统计独立 分布的。

\*)基金项目;国家自然科学基金重大资助项目(60496315),国家"863"高科技基金资助项目(2003AA12331005)。何业军 工学博士,主要研究 方向为信道编码和调制、宽带无线与多媒体通信技术;朱光喜 教授、博士生导师,主要研究方向为宽带无线与多媒体通信。



图 1 TPC-STBC 编码的多天线 OFDM 系统模型

每根接收天线的接收信号经过 OFDM 的解调制器后的 频域表示为:

$$r_{j}[n,k] = \sum_{i=1}^{m} H_{ij}[n,k]t_{i}[n,k] + w_{j}[n,k]$$
(1)

其中  $j=1,...,L;n=1,...,N;k=0,...,K-1;w_j[n,k]$ 为在时 刻 n 接收夭线 j 上的均值为 0、方差为  $\sigma^2$  的加性复高斯白噪 声。 $H_{ij}[n,k]$ 为时刻 n 的第k 个子载波的频率响应,对应第 i根发射天线和第 j 根接收天线。 $t_i[n,k]$ 为进入 OFDM 调制 器前的输入信号。

## 3 TPC 的纠错能力与性能界

### 3.1 TPC 的纠错能力

由于乘积码的结构特性,决定了它们是既能纠正随机错 误又能纠正突发错误的码类。这里以一个二维乘积码 *c* = *c*<sup>1</sup> ⊗*c*<sup>2</sup> 为例来说明。假定在第四行接收到一个包含突发错误 且长度为 *n*<sub>1</sub> 的码字 W,被码字 W 干扰的噪声如图 2 所示。



图 2 第四行有突发错误的乘积码

如果该乘积码的译码器先以行用 C 译码器译码,那么它 在对第四行译码时就会失败。但是在用 c<sup>2</sup> 译码器对所有列 译码的时候,对在第四行中出现的突发错误在相应每列码字 的第四个符号位置上将出现一个突发错误,列码字上的单个 错误就能被 c<sup>1</sup> 译码器纠正。

如果构成码  $c^1$  能纠正长度 $\leqslant b_1$  的突发错误,构成码  $c^2$ 能纠正长度 $\leqslant b_2$  的突发错误,则乘积码  $c = c^1 \otimes c^2$  能纠正长 为<sup>[12]</sup>

$$b \leq \max(b_2 n_1, b_1 n_2)$$

的突发错误。

由于乘积码  $c=c^1 \otimes c^2$  的最小距离为  $\delta=\delta_1 \times \delta_2$ ,因而该 乘积码能纠正长为

$$t = \lfloor (\delta_1 \delta_2 - 1)/2 \rfloor \tag{3}$$

的随机错误,这里 x 是下限函数(或地板函数),取不大于 x 的最大整数。

如果构成码  $c^{1}$  能纠正  $t_{1} = \lfloor (\delta_{1} - 1)/2 \rfloor$ 个随机错误,构 成码  $c^{2}$  能纠正  $t_{2} = \lfloor (\delta_{2} - 1)/2 \rfloor$ 个随机错误,则乘积码  $c = c^{1}$  $\otimes c^{2}$  能纠正长为

$$b \leq \max(t_2 n_1, t_1 n_2)$$
 (4)  
的突发错误。

#### 3.2 TPC 的性能界

假定一个线性分组码  $c=(n,k,\delta)$ 经过 BPSK 调制后通过 一个噪声功率谱密度为  $N_0/2$  的加性高斯白噪声(AWGN)信 道,通过最大似然译码(MLD, Maximum Likelihood Decoding)<sup>[13]</sup>方式译码后的比特错误概率  $P_i$  的上界可表示为<sup>[14]</sup>:

$$P_{b} \leqslant \sum_{w=\delta}^{n} \frac{w}{n} A_{w}(c) Q\left(\sqrt{\frac{2E_{b}}{N_{0}}Rw}\right)$$
(5)

这里 A<sub>w</sub>(c) 是码 c 的权重计数器,表示汉明重量为 w 的码字 的总数。E<sub>b</sub> 和 R 分别是信息比特能量和码率。Q(x) 是补余 误差函数,定义为:

$$Q(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x}^{\infty} e^{-t^2} dt$$
 (6)

如果在域 q 中使用  $c^1$  和  $c^2$  构成乘积码  $c = c^1 \otimes c^2$ ,那么 有<sup>[14]</sup>:

$$A_{w}(c) \approx \begin{cases} \frac{1}{q-1} \sum_{i} A_{i}(c_{1}) A_{w/i}(c_{2}), & \text{if } \mathbb{R} w < \delta_{1} \delta_{2} + \max \\ & (\delta_{1} \lceil \frac{\delta_{2}}{q} \rceil, \delta_{2} \lceil \frac{\delta_{1}}{q} \rceil) \\ & \lambda C_{n}^{w}, & \text{if } c \end{cases}$$

(7)

这里 x ] 是上限函数(或天花板函数),取不小于 x 的最小整数。当权重计数器用来对大权重的乘积码码字估值时就 引入 $\lambda$  参数。对于 q 进制的(n,k)分组码,该参数按以下公式 选取;

$$\sum_{i=0}^{n} A_i(c) = q^k \tag{8}$$

将公式(7)与(5)结合后则称联合边界的二项式近似。而 且,这个界与使用汉明码作为构成码的一些乘积码的仿真结 果是一致的<sup>[15]</sup>。

除了公式(5)所给的界以外,对最大似然译码器在高信噪 比时使用最大似然逼近(MLA, Maximum Likelihood Asymptote)还可以得到一个更紧的上界。这个逼近是只考虑那 些具有最小汉明重量的码字时得到的。对一个二维乘积码的 最大似然逼近可表示为<sup>[16]</sup>:

$$P_{\text{MLA}} = \frac{\delta_1 \delta_2}{n_1 n_2} A_{\delta_1} (c^1) A_{\delta_2} (c^2) Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} R_1 R_2 \delta_1 \delta_2\right)$$
(9)

使用汉明码的权重计数器公式[17]:

$$A_{i} = \frac{1}{n+1} \left\{ C_{n} + n \cdot (-1)^{\left[\frac{i+1}{2}\right]} C_{\frac{n-1}{2}}^{\left[\frac{i}{2}\right]} \right\}$$
(10)

这里 n 为码长, i 为码的重量。

(2)

并使用扩展汉明码的重量分布[18]:

$$\{A'_i\} = \{1, 0, 0, 0, A_3 + A_4, 0, A_5 + A_6, 0, \cdots, A_{n-1} + A_n\}$$
(11)

可计算出扩展汉明码(64,57,4)、(32,26,4)、(16,11,4)的汉 明重量为4的码字的总数分别为:

 $A'_4(64,57,4) = A_3(63,57,3) + A_4(63,57,3) = 651 +$ 9765=10416

$$A'_4(32,26,4) = A_3(31,26,3) + A_4(31,26,3) = 155 +$$

1085 = 1240

 $A'_4(16,11,4) = A_3(15,11,3) + A_4(15,11,3) = 35 + 105$ = 140

由它们构成子码相同的二维乘积码,代入式(9),可求得 二维乘积码的最大似然逼近。图 3 给出了子码分别为(64, 57,4)、(32,26,4)、(16,11,4)的两个相同的扩展汉明码构成 的二维乘积码的最大似然逼近。



图 3 TPC 64,57,4)<sup>2</sup>、(32,26,4)<sup>2</sup>、(16,11,4)<sup>2</sup> 的最大似然逼近

这里我们分析上述系统中由 STBC 实现的多天线 OFDM 系统的仿真实现,如图 4 所示。假定经过 STBC 编码 后,定义在某时刻有两个复数信号  $S_1[n,k], S_2[n,k]$ (对应天 线 1 和 2)分别进入两个 OFDM 调制器,则在下一时刻定义两 个信号  $S_1[n+1,k], S_2[n+1,k]$ (对应天线 1 和 2)分别进入 两个 OFDM 调制器,这里为子信道序号(k=1,2,...,N)。

于是,STBC 编码器按如下方式编码:

参照公式(1),通过接收天线 j = 1,2 经过 FFT 进行 OFDM 解调后在子信道 k 的子符号为

$$R_{j}[n,k] = H_{1j}(k)S_{1}[n,k] + H_{2j}(k)S_{2}[n,k] + W_{j}[n,k]$$

$$= H_{1j}(k)s[n,k] + H_{2j}(k)s[n+1,k] + W_{j}[n,k]$$
(13)
$$R_{j}[n+1,k] = H_{1j}(k)S_{1}[n+1,k] + H_{2j}(k)S_{2}[n+1,k]$$

$$+ W_{j}[n+1,k]$$

$$= -H_{1j}(k)s^{*}[n+1,k] + H_{2j}(k)s^{*}[n,k] + W_{j}[n+1,k]$$
(14)







对应接收天线 j 的 STBC 译码器 j 中的合并器输出为:

 $S_{j}[n,k] = H_{1j}^{*}(k)R_{j}[n,k] + H_{2j}(k)R_{j}^{*}[n+1,k]$ 

S<sub>j</sub>[n+1,k]=H<sup>\*</sup><sub>2j</sub>(k)R<sub>j</sub>[n,k]-H<sub>1j</sub>(k)R<sup>\*</sup><sub>j</sub>[n+1,k](15)
 对 STBC 译码器中合并器输出后的信号,使用最大似然
 译码的方法进行判决,即可完成信号的检测。最后,对两个
 STBC 译码器输出的信号通过线性处理后输出 s[n,k],s[n+1,k]。

## 5 仿真结果

结合本文提出的技术方案,选定信道为 IMT-2000 信道 中的步行 A 信道、步行 B 信道。空时分组码采用码率为 1 的 Alamouti 结构,它是多天线的一种实现方式。假定信道估计 器是理想的,即能真实再现信道信息。仿真参数如表 1 所示。 用 SPW 软件搭建的系统,经仿真后的结果如图 6~9 所示,图 6 中的实芯垂线表示该点后的误比特率为 0。图中的信噪比  $E_s/N_0 = 2E_p/N_0$ ,指接收端的信噪比,这里  $E_p$ 表示每根发射 天线的信号功率, $N_0$  是噪声功率。

表1 仿真参数设置



图 6 TPC-STBC 编码的多天线 OFDM 系统在步行 A 信 道的性能

**结论** 本文针对:IMT2000 信道中的步行 A、步行 B 信 道,采用三种 Turbo 乘积码(TPC)(16,11,4)<sup>2</sup>、(32,26,4)<sup>2</sup>、 (64,57,4)<sup>2</sup> 作为 FEC 前向纠错码实现的多天线 OFDM 系统 在 SPW 平台下进行了仿真。在采用本文的仿真参数情况下, 低码率的 TPC 系统性能要优于高码率的 TPC 系统性能, TPC(16,11,4)<sup>2</sup>、(32,26,4)<sup>2</sup> 和(64,57,4)<sup>2</sup> 在步行 A 信道中 的系统性能超过了步行 B 信道系统的性能。对文中系统在步行 B 信道下性能的改善还有待进一步研究。



图 7 TPC-STBC 编码的多天线 OFDM 系统在步行 B 信 道的性能

#### 参考文献

1

- Berrou C, Glavieux A, Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes [A]. IEEE ICC' 93 [C]. Geneva, Switzerland, 1993. 1064~1070
- 2 van Nee Richard D J, Prasad R. OFDM for wireless multimedia communications. Artech House Publishers, 2000
- 3 Stube G L, Barr J R, Mclaughlin S W, et al. Broadband MIMO-OFDM wireless communications [A]. Proceedings of the IEEE [C], 2004, 92(2),271~294
- 4 Bauch G. Concatenation of space-time block codes and turbo-TCM [A]. IEEE ICC'99 [C], 1999,2:1202~1206
- 5 Liu Y J, Fitz M P, Takeshita O Y. Full rate space-time turbo codes [J], IEEE J Selected Areas in Commun, 2001, 19(5); 969~ 980
- 6 Cui D Z, Haimovich A M. Performance of parallel concatenated space-time codes [J]. IEEE Communications Letters, 2001, 5(6); 236~238
- 7 Sellathurai M, Haykin S. Turbo-BLAST for high-speed wireless communications [A]. IEEE WCNC'2000 [C]. Chicago, 2000, 1:23 ~28
- 8 Du Y G, Chan K T. Enhanced space-time block coded systems by concatenating turbo product codes [J]. IEEE Communications Letters, 2004,8(6):388~390
- 9 Zhu G X, He Y J, Liu G, et al. Concatenation of space-time block codes and turbo product codes over Rayleigh flat fading Channels [A]. IEEE VTC2005'Spring [C]. Stockholm, Sweden, 2005
- 10 He Y J, Zhu G X, Liu Y Z, et al. Turbo product codes and their application in the 4th generation mobile communication system [A]. Proceedings of SPIE 5284 [C], China, 2003. 210~218
- 11 Alamouti S M. A simple transmit diversity technique for wireless communications. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1998, 16(8), 1451~1458
- 12 Peterson W W, Weldon E J. Error-correcting codes. Cambridge, Massachusetts, The MIT Press, 1972
- 13 Proakis J G, Digital Communications(Third Edition). New York, McGraw-Hill, 1999
- 14 Wainberg S. Error-erasure decoding of product codes. IEEE Transactions on Information Theory, 1972, 18(6):821~823
- 15 Tolhuizen L, Baggen S, Hekstra-Nowacka E. Union bounds on the performance of products. IEEE Inter Symp on Inform Theory, 1998
- 16 Ferrari M, Bellini S. Importance sampling simulation of turbo product codes. IEEE ICC, 2001, 9:2773~2777
- 17 Rene Schoof, Families of curves and weight distributions of codes. Appeared in bulletin of the American Mathematical Society, 1995, 32(2),171~183
- 18 王新梅,肖国镇编著,纠错码--原理与方法(修订版).西安:西安电 子科技大学出版社,2001

• 83 •