

TP18

不精确推理中的信度网络方法^{*}

阎平凡 (清华大学自动化系)

摘 要

Belief network is a method of uncertainty management, proposed recently. By it the coherent and causal relations between variables can be handled completely. Algorithm for belief updating is very simple. Influences of new evidence can be properly propagated to all propositions. The belief network method is introduced briefly in this paper. Advantages and problems of this method are also discussed.

一、引 言

不精确推理是人工智能中的一个重要问题,其目的是要寻求一种形式化的方法,能很好的表达各种不精确知识,并且能有效地利用这些知识进行推理,同时计算过程简单易于实现,现在已经提出了许多方法,文献[1][2]对现有方法作了详细的综述,对这些方法可以从不同的观点去分类,例如可分为数值的方法与非数值的方法,也可分为概率的与非概率的方法。这种区分是表面上的,更本质的区分应划分为两大类,即外延的(Extensional)与内涵的(Intensional)两种[3]。

1.1 外延的方法

内延的方法是目前最常用的。典型的代表是MYCIN的推理过程,它是一种过程性的方法,不精确性被作为一种广义真值赋给推理公式,它可按类似传统逻辑的方式由于公式的不精确性组合出新公式的不精确性来。例如, $A \wedge B$ 的不确定性可由A和B的不确定性算出来(取二者之乘积或最小者)。规则 $A \xrightarrow{m} B$ 的意义理解为若A为真则不管其它事物

及A是如何导出的都可以以可信度m视B为真,以上性质使在外延系统中不精确推理具有局部性和模块性。大大简化了计算的过程。

外延的方法是对实际推理模型的一种简化,它是不严格的,往往会得出不正确的结论,文摘[4][5]对MYCIN的分析涉及了这一问题,同时外延系统存在以下问题。

1. 不能进行双向推理,使得知识的传播是单向的(只保留诊断推理,预报推理过程被去掉了)
2. 不能正确处理相关的多证据源。

1.2 内涵的方法

内涵方法是一种陈述性的方法,不直接指出推理过程,不精确的表示基于当前事物的状态。在以概率为基础的表示中 $P(A \wedge B)$ 由A、B两个集合的交集(即A、B皆为真的那一部分)的概率确定,不能直接由 $P(A)$ 、 $P(B)$ 给出,对规则的理解也与外延的方法不同,如以条件概率 $P(B/A)$ 作为规则 $A \rightarrow B$ 的强度,即使已知A为真,B的真假度 $P(B)$ 也不能直接算出,还要考虑其他事实K,即 $P(B|A, K, \dots)$ 可见其计算较复杂。

如何将上述两种方式取长补短是当前的研究方向之一。J. Pearl在Bayes似然比推理

^{*} 本工作是在教委哲土点基金资助下完成的。

公式的基础上提出了一种基于 Bayes 规则的新的推理模型^{[6][7]}, 其中心思想是为内涵系统提供一个有效的推理步骤, 使计算过程简化。最近此模型进一步发展为一个在因果网络中有效传播, 综合不同源的事实和证据的模型^[8], 称之为信度网络 (Belief Networks) 方法, 下边我们对这一方法作简要介绍。

二、信度网络

2.1 基本概念

信度网络是一种模拟人类推理过程中因果关系的有向图, 它的每个节点是一个可取多值的变量 (用以代表某一假设或观测结果), 节点间的关系由其间连线表示, 若节点 M 的值对节点 N 之值有直接影响 ($M \rightarrow N$) 则二者之间直接连线, 连线强度用条件概率 $P(N|M)$ 表示。

一般说来有关 n 个命题 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 之间相互关系的一般知识可用联合概率分布来描述, 但这一描述十分复杂, J. Pearl 认为人在推理时知识并不是以联合概率分布形式表示的, 而是以变量之间的相关性和条件相关性表示的, 也就是说由条件概率表示, 由 Bayes 链规则有

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(x_n/x_{n-1}, \dots, x_1) \cdot P(x_{n-1}/x_{n-2}, \dots, x_1) \dots P(x_2/x_1) \cdot P(x_1)$$

例如, 图1表示了以下变量间关系的知识:

$$P(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = P(x_6/x_5) \cdot P(x_5/x_2, x_3) P(x_4/x_1, x_2) P(x_3/x_1) \cdot P(x_2/x_1) P(x_1)$$

图1甲中节点表示变量, 它们可以取多

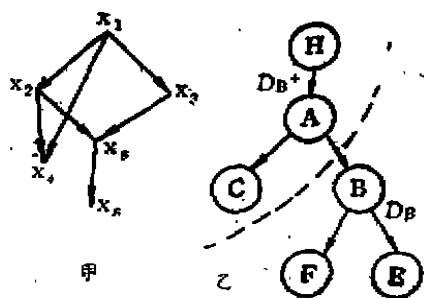


图1

值, 有向边表示命题之间的相关性和条件相关性, 边的强度用条件概率来表示。

这样, 有关命题之间静态结构关系的知识就得到了表示, 为了表示不断获得的新证据和新事实对每个命题可能取值的影响, 对每一节点定义一个信度, 记为 $BEL(x)$ (这里用符号 BEL 以示与 D-S 证据理论中的信度 $Bel(x)$ 区别)。

$$BEL(x) \triangleq P(X=x_i/D)$$

其意为在当前所拥有的所有事实和证据 D 条件下, 命题 x 取值 x_i 的可能程度。这样在网络中不管新来的证据或事实对哪一个命题直接施加影响, 改变了该节点的信度, 都可以通过网络中有向边的联系传播到网络中所有的命题变量而修改其信度值, 称这种网络为信度网络 (或 Bayes 网络)。

2.2 证据的传播与信度修改

信度网络表示考虑了各命题之间的相关性和修改过程, 是一种内涵的表示方法, 进一步的问题是研究一种简单有效的方法以据新证据修改各节点的信度 (新知识在网络中的传播)。

这里只考虑树形网络, 研究如图1乙所示的树形网络的一部分, 节点 B 的信度与三组数据有关, 一是以 B 为根节点的子树来的数据, 一是以 C 为根节点的子树来的数据, 最后一个是 A 以上子树来的数据。

我们可以把全部数据分为不相交的两部分, D_B^- 表示第一组数据, D_B^+ 表示其余二组数据, 如图中虚线所示。我们有

$$P(D|B_i) = P(D_B^+, D_B^-|B_i) \\ = P(D_B^+|B_i)P(D_B^-|B_i)$$

$$= P(D_B^-|B_i) \frac{P(B_i|D_B^+)P(D_B^+)}{P(B_i)}$$

$$\therefore BEL(B_i) = P(B_i|D) = \frac{P(D|B_i)P(B_i)}{P(D)}$$

$$= \frac{P(D_{\bar{B}} | B_i) P(B_i | D_{\bar{B}}) P(D_{\bar{B}})}{P(D)} \\ = \alpha P(D_{\bar{B}} | B_i) P(B_i | D_{\bar{B}}) \quad (1)$$

(1) 式是熟知的 Bayes 公式^[9]

$$O(H|E) = \lambda(E) O(H) \quad (2)$$

的广义形式, 在(2)中 $\lambda(E) = \frac{P(E|H)}{P(E|\bar{H})}$ 为似

然比, $O(H) = \frac{P(H)}{P(\bar{H})}$ 为先验几率 (Prior odds), 在使用(2)式的系统。如 PROSPECTOR 中, λ 作为规则强度用以修改假设之几率, $O(H)$ 要专家先给出, 且只能单向传播数据的影响。在(1)中相当于 $O(H)$ 的

$P(B_i | D_{\bar{B}})$ 可由数据得出, 它允许双向传播数据的影响。

令 $\lambda(B_i) = P(D_{\bar{B}} | B_i)$ 代表由症状推断病因, 称为诊断性的,

$\pi(B_i) = P(B_i | D_{\bar{B}})$ 代表由病因推断症状, 称为预报性的。

则(1)可写为

$$BEL(B_i) = \alpha \lambda(B_i) \pi(B_i)$$

当节点 B 取多值时

$$\lambda(B) = \lambda(B_1) \lambda(B_2) \dots \lambda(B_n)$$

$$\pi(B) = \pi(B_1) \pi(B_2) \dots \pi(B_n)$$

若节点 B 有许多子节点, 则 $D_{\bar{B}}$ 可分为 $D_{\bar{B}}^{(1)}, D_{\bar{B}}^{(2)}, \dots, D_{\bar{B}}^{(n)}$, $D_{\bar{B}} = D_{\bar{B}}^{(1)} \cup D_{\bar{B}}^{(2)} \cup \dots \cup D_{\bar{B}}^{(n)}$ 。当各数据独立时,

$$\lambda(B_i) = P(D_{\bar{B}} | B_i) = \prod_k P(D_{\bar{B}}^{(k)} | B_i) = \prod_k \lambda_k(B_i)$$

若 E 为 B_i 的第 k 个子节点, 则:

$$P(D_{\bar{B}}^{(k)} | B_i) = \sum_j P(D_{\bar{B}}^{(k)} | B_i, E_j) P(E_j | B_i) \\ = \sum_j \lambda(E_j) P(E_j | B_i)$$

$$\therefore \lambda_k(B_i) = \lambda_{E_j}(B_i) = \sum_j P(E_j | B_i) \lambda(E_j)$$

$\lambda_k(B_i)$ 表示 B 的第 k 个子节点的数据对 B 的影响, 它可由该子节点本身的 λ 值乘以它与 B 的连线强度(条件概率)得出, $\lambda(B)$ 即为各 $\lambda_k(B)$ 之乘积。

按同样分析, 任一节点之 π 值可由其父节点的 π 值与兄弟节点的 λ 值乘以连线强度算出, 仍参照图 1 乙,

$$\pi(B_i) = P(B_i | D_{\bar{B}}) \\ = \sum_j P(B_i | A_j) P(A_j | \text{除去 } D_{\bar{B}} \text{ 以外} \\ \text{之所有数据}) \\ = \sum_j P(B_i | A_j) \left[\alpha \pi(A_j) \prod_m \lambda_m(A_j) \right]$$

其中 m 计及 B 的所有弟兄, 方括弧中之值表示父节点传给 B 的影响, 可用 $\pi_B(A)$ 表示。

$$\therefore \pi(B_i) = \sum_j P(B_i | A_j) \pi_B(A_j)$$

据以上推导, 信度的修改过程可归结为以下步骤:

1. 修改节点 B 之信度值时应同时考虑由父节点 A 来的信息 $\pi_B(A)$ 及各子节点来的信息 $\lambda_1(B), \lambda_2(B) \dots$

2. λ 值按下式计算:

$$\lambda(B_i) = \lambda_1(B_i) \lambda_2(B_i) \dots = \prod_k \lambda_k(B_i)$$

3. π 值按下式计算:

$$\pi(B_i) = \beta \sum_j P(B_i | A_j) \pi_B(A_j), \beta \text{ 为归一化常数。}$$

4. 把修改过的 π 与 λ 传给父节点和子节点, 步骤为:

① 自下而上的传播

B 传给 A 的信息按下式计算

$$\lambda_B(A_i) = \sum_j P(B_i | A_j) \lambda(B_i)$$

② 自上而下的传播

$$\pi_E(B_i) = \alpha \pi(B_i) \prod_{m \neq k} \lambda_m(B_i)$$

有些节点如终节点和数据进入的节点应特殊处理:

① 对尚未计及之叶节点说, BEL 值等于 π , $\lambda = (1, 1, \dots, 1)$;

② 数据节点, 若观测到 B 的第 j 状态为真, 则应置

$\lambda = \pi = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ (1 在第 j 位置上);

③ 根节点之 π 值可用其先验概率值。

图2示出整个数据影响的传播过程。

开始树处于平衡状态(a),数据进入两个节点后(b),空心圆圈表示向父节点传播影响,下一步其父节点受到影响后产生出对相邻节点的影响并向它们传播(c),空心圆圈是传给父节点的,实心圆圈是传给子节点的。根节点受到来自它的两个子节点影响后又向下传播其影响(d),这种自上而下直到其叶节点后全树又达新的平衡。

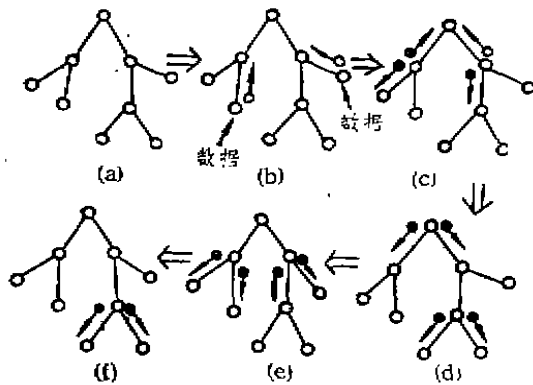


图2 新数据进入后的传播过程

三、讨论

信度网络方法较全面地考虑了各命题之间的相关性,是一种内涵系统,信度的修改有明确的步骤,可以双向传播新证据的影响,有利于模型知识和深层知识的使用,计算过程中有以下特点。

1. 基本处理是局部的,过程较简单;
2. 新证据在网中传播只须一次即可达新的平衡。所需时间与网的直径成比例;
3. 每个中间结果有明确意义;
4. 控制与知识的传播是完全分开的,控制十分灵活。

从实用角度看还存在以下问题需进一步研究

1. 以上计算过程只对单连通网络(特别是树结构)有效。许多实际问题不符合这一条件,对于某些简单的非树结构网络文献^[8]给出了利用虚拟变量将其化为树结构的方法。我们在文献^[10]中对此问题也作了一些讨论,但对多连通网络中信度的修改仍

是一个没有解决的问题。

2. 原始信度网络的建立仍须依赖领域专家,对于一个复杂的推理过程,如何建立起合理的信度网络作为计算的基础,也是一个不容易解决的问题。

本文介绍的信度网络中不精确知识是基于概率的表达方式,概率表示也可用于外延系统,如PROSPECTOR,其他表示如D-S证据理论可用于外延系统,也可用于内涵系统^[11]。

参考文献

- 1 H.E.Stephanon and A.P.Sage, Perspectives on Imperfect Information Processing, IEEE Trans.Vol.SMC-17, pp.780-798, 1987.
- 2 R.Bhatnagar and L.N.Kanal, Handling Uncertain Information, A Review of Numeric and Non Numeric Methods, in Uncertainty in Artificial Intelligence, Ed. by L.N. Kanal and J.F.Lemmen, North-Holland 1986.
- 3 A.Percz and R. Jirousek, Constructing an Intensional Expert Systems (INES), In Medical Decision Making, Elsevier Sc. Pub. 1985.
- 4 E.Horvitz and D. Heckerman, The Inconsistent Use of Measures of Certainty in AI Research, In Uncertainty in Artificial Intelligence, Ed. by L.N.Kanal and J. F. Lemmen, North-Holland 1986.
- 5 D. Heckerman, Probabilistic Interpretation for MYCIN'S Certainty Factors, ibid.
- 6 J.Pearl, Bayes' Decision Methods, Technical Reports of UCLA, R-45, Jan. 1986.
- 7 J.pearl, Reverenced Bayes on Inference Engine, A Distribution Hierarchical Approach, Proc. of AAAI Conf. on AI, PA (1982).
- 8 J.Pearl, Fusion, Propagation and Structuring in Belief Networks, Artificial Intelligence, 29, pp.241-288, 1986.
- 9 王申康, Bayes公式在专家系统中的应用, 计算机研究与发展 24 pp.55-64 1987.
- 10 徐雷, 陶平凡, 常超, 信度网络中因果树模型的建立, 计算机学报3, pp.137-145, 1988.
- 11 J.Pearl, Evidential Reasoning Under Uncertainty, Technical Report, UCLA, R-107 Feb. 1988.