

# IBARM: 一种基于区间表示 的不精确推理模型

蔡经球 郭红 (厦门大学)

## 摘要

This paper develops an interval-valued-based approximate reasoning model, which includes different kinds of approximate reasoning methods, such as those based on probability, fuzzy set or evidence theory etc, and provides a single framework for dealing with different types of uncertainty information, which may exist in application systems. This model bases on the idea of evidence-theory. It uses an interval value to describe the degrees of certainty, uncertainty and unknown of the uncertainty information. Finally, some examples of this model using in expert system and dealing with default knowledge are given.

不精确推理是根据应用系统中的不确定信息(可能是概率的、模糊的、不完备的等),按一定的搜索策略(如深度优先或广度优先),采用一定的推理技术(如正向、反向或双向)和不确定值传播算法,得出应用系统中近乎合理的结论。一个不精确推理模型主要包括知识的不确定性描述方式、不确定值传播算法以及推理控制算法等。

目前已提出不少不精确推理方法,比较著名的有基于概率论的主观Bayes方法、基于模糊集的可能性理论、Shafer的证据理论等。它们都试图从某些侧面来处理不确定信息<sup>[1]</sup>。但所有这些方法都不能完整地、实用地描述应用领域中可能存在的各类不确定信息。这主要表现在以下几方面:

1. 通常所用的不确定信息描述方法,大多是采用“点估计”法,即用 $[0, 1]$ 上的单个数值刻划信息的不确定性。但实际应用中,信息的不确定性是很难用单个数值描述的。通常只能给出一个可能区间范围来描述信息的不确定性。

2. 几种常用的处理方法或者只适用于处理某类

不确定信息,或者处理方法在实际系统中不好使用。如基于概率的Bayes方法能处理概率信息,但它不能处理模糊信息和不知道信息;基于模糊集的可能性理论主要处理模糊信息,也能处理部分概率信息,但它不能处理不知道的信息,它规定事实A的不确定性度量与事实A的否定的不确定性度量之和等于1;证据理论虽然提出了不知道信息的处理方法,但它要求给出基本概率分布函数,这在实际系统中通常是不易给出的。在实际应用中,信息的不确定性类型往往不是单一的,为了尽可能全面地刻划不确定信息,不但应给出对某一不确定信息肯定和否定的程度,还应给出对该信息不知道(不了解)的程度。一个不确定信息其肯定与否定的不确定性度量之和不一定等于1。

3. 有些著名的推理模型(如Zadeh与Lukasiewicz的基于模糊集的推理模型),其不确定值传播的算法存在着不一致的缺陷。在传播信息的不确定值过程中,一般要求:要么保持其下界,要么保持其上界或者要么同时保持其上、下界<sup>[2]</sup>。但是Ruspini<sup>[3]</sup>指出,如果信息A、B的不确定性采用“点估计” $gm_A$ 、 $gm_B$ ,信息传播采用Zadeh或Lukasiewicz逻辑运算规则,则两个信息逻辑与的不确定值 $t(A \wedge B)$ 以采用Lukasiewicz的逻辑与运算 $L(A \wedge$

$B) = \max(gm_A + gm_B - 1, 0)$  所得值为下界, 以采用 Zadeh 的逻辑与运算  $Z(A \wedge B) = \min(gm_A, gm_B)$  所得值为上界。类似地, 两个信息的逻辑或的不确定值  $t(A \vee B)$  以采用 Zadeh 的逻辑或运算  $Z(A \vee B) = \max(gm_A, gm_B)$  所得值为下界, 以采用 Lukasiewicz 逻辑或运算  $L(A \vee B) = \min(gm_A + gm_B, 1)$  所得值为上界。这样无论采用 Zadeh 还是采用 Lukasiewicz 的逻辑运算规则传播信息的不确定值都不能同时保持不确定值的上界或下界。

为了更完整、合理地描述应用领域中可能存在的各类不确定信息, 在一定程度上统一基于概率论、模糊集理论以及证据理论等不精确处理方法。本文按 Baldwin<sup>[5]</sup> 的观点阐述一种基于区间表示的不精确推理模型 IBARM, 其核心是采用证据理论的思想, 使用区间  $[S_n, S_p]$  描述信息 A 的不确定性, 其中  $S_n$  是 A 为真的必要支持程度,  $1 - S_p$  是 NOT A 为真 (即 A 为假) 的必要支持程度, 通常  $S_n + (1 - S_p) \leq 1$ ,  $S_p - S_n$  是对 A 不知道 (不了解) 的程度。为了适应各种需要, 推理模型中不确定值传播算法从独立性角度以及保持传播时不确定值的上、下界角度分别给出两组算法。本文最后给出该模型的两个应用示例。

## 一、知识的不确定性描述

在实际应用领域中, 领域专家往往将领域知识以事实和规则的形式记录下来, 并根据实践经验主观地对这些事实和规则进行量化, 用之描述领域知识的不确定性。

基于区间表示的不精确推理模型 IBARM 之知识描述形式如下。

### 1.1 事实描述的一般形式

$$A: [S_n, S_p]$$

其中  $0 \leq S_n \leq S_p \leq 1$ , A 为某一用谓词表示的事实。

$S_n$ : 表示事实 A 为真的必要支持程度。

$S_p$ : 表示事实 A 为真的可能支持程度。

$1 - S_p$ : 表示事实 NOT A 为真的必要支持程度。

$1 - S_n$ : 表示事实 NOT A 为真的可能支

持程度。

$S_p - S_n$ : 表示对事实 A 不知道 (不了解) 的程度。

注意  $S_n, S_p$  几个特殊值的含义。

$A: [1, 1]$  表示事实 A 绝对真。

$A: [0, 0]$  表示事实 A 绝对假。

$A: [0, 1]$  表示对事实 A 完全不了解。

例如用谓词 guilty(Z) 表示 Z 犯罪。为了查明张某是否犯罪, 请 12 人对 guilty(Zhang) 的真假表态, 其中 5 人认为此谓词为真, 4 人认为此谓词为假, 而另外 3 人不表态。这样至少 5 人认为此谓词为真, 而至多 8 (5 + 3 = 8) 人认为此谓词为真; 类似地, 至少 4 人认为此谓词为假, 而至多 7 (4 + 3 = 7) 人认为此谓词为假。因而有  $S_n = \frac{5}{12}$ ,  $S_p = \frac{8}{12}$ ,  $1 - S_p = \frac{4}{12}$ ,  $1 - S_n = \frac{7}{12}$ , 而  $S_p - S_n = \frac{3}{12}$  则反映了有 3 人对此谓词未表态。

一般情况下,  $S_n + (1 - S_p) \leq 1$ ,  $S_p - S_n$  用于描述有部分信息未掌握 (不知道, 不了解), 这就反映了证据理论的思想, 又可避开基本概率函数不易给出的困难。

对于概率信息 A, 如果该信息可用“点估计” a, 则可表示为  $A: [a, a]$ , 即  $S_n = S_p = a$ 。如果 A 的不确定值只能给出一个可能范围  $a \leq p(A) \leq b$ , 则可表示为  $A: [a, b]$ , 即  $S_n = a$ ,  $S_p = b$ 。

如果信息 A 是模糊信息, 可用隶属函数定义其不确定值或不确定分布。可以直接用数值区间  $[S_n, S_p]$  来描述 A 的模糊性, 也可以用一些系统设置的某些模糊标志 (诸如 very (true)、uncertain、somewhat (false) 等); 若系统可用汉字表示, 则可使用诸如轻、较轻、中等、较重、重等标志来描述 A 的模糊性, 这些模糊标志在系统内部定义为可根据实际应用需要适当调整的区间  $[S_n, S_p]$ 。

### 1.2 规则描述的一般形式

通常要求规则以成对形式出现:

$$A: -B: [S_{n1}, S_{p1}] \quad (1)$$

$$A: \neg \text{NOT } B: [Sn_2, Sp_2] \quad (2)$$

其中  $0 \leq Sn_1 \leq Sp_1 \leq 1$ ,  $0 \leq Sn_2 \leq Sp_2 \leq 1$ ;  
A 是规则结论谓词, B 为规则前提谓词, 它可以是若干前提谓词的逻辑组合(与、或、非)。跟事实表示类似, 两个规则区间值  $[Sn_1, Sp_1]$  和  $[Sn_2, Sp_2]$  的含义是:

$Sn_{11}$ : 表示前提 B 为真, 结论 A 为真的必要支持程度。

$Sp_{11}$ : 表示前提 B 为真, 结论 A 为真的可能支持程度。

$Sn_{21}$ : 表示前提 NOT B 为真(即 B 为假), 结论 A 为真的必要支持程度。

$Sp_{21}$ : 表示前提 NOT B 为真(即 B 为假), 结论 A 为真的可能支持程度。

$1-Sn_{11}$ : 表示 B 为真, A 为假的可能支持程度。

$1-Sp_{11}$ 、 $1-Sn_{21}$ 、 $1-Sp_{21}$  均有类似的含义。

$Sp_1-Sn_{11}$ : 表示对规则 (1) 不了解的程度。

$Sp_2-Sn_{21}$ : 表示对规则 (2) 不了解的程度。

一般情况下, 规则应成对出现, 共同起作用。但如果规则未能成对给出, 可假定我们对不能给出的那条规则完全一无所知, 即相应规则的区间值为  $[0, 1]$ 。

例如有规则

$\text{shoe-size}(x, \text{large}); \neg \text{height}(x, \text{tall})$ :  $[0.7, 0.9]$ 。表示大多数高个子的人都穿大号鞋, 仅少数高个子穿小号鞋, 这里高(tall), 大(large)是用隶属函数定义的模糊分布。

与上述规则成对的另一规则没有给出, 我们就假定:

$\text{shoe-size}(x, \text{large}); \neg \text{NOT height}(x, \text{tall})$ :  $[0, 1]$ 。

## 二、不确定值的传播算法

按上述方式将领域知识以事实和规则形式描述下来, 当系统给出目标  $A(i)$  或  $A(x)$  时, 推理机应用推理控制算法, 将目标与系统中的事实和规则进行部分匹配。系统的应答不是简单的真或假,

而是要附上一个区间值  $[Sn, Sp]$ , 用以刻划对系统目标肯定的程度  $[Sn, Sp]$ , 否定的程度  $[1-Sp, 1-Sn]$  以及不知道(不了解)的程度  $Sp-Sn$ 。如系统应答:

yes  $[Sn, Sp]$  或者  
 $x=y_1[Sn_1, Sp_1], x=y_2[Sn_2, Sp_2], \dots, \text{no more answer.}$

与一般二值推理不同, 不精确推理机在对系统目标与系统知识进行部分匹配时, 不是仅找出一种可能的解, 而是要将不同推理路径上所有可能解都找出, 并对相应的区间值进行合并才能得出系统目标的最终解。以下根据证据理论的思想, 分别从证据独立以及保持传播证据不确定值的上下界角度讨论不确定值的传播算法。算法的推导依据见附录。

### 2.1 前提证据的逻辑组合

设已给出前提事实(证据)  $A: [s_1, u_1]$  和  $B: [s_2, u_2]$ 。

1. 如果前提事实 A、B 相互独立, 则选用“乘法模型”的不确定值合并算法, 即

$$A \text{ AND } B: [s_1 \cdot s_2, u_1 \cdot u_2]$$

$$A \text{ OR } B: [s_1 + s_2 - s_1 \cdot s_2, u_1 + u_2 - u_1 \cdot u_2]$$

$$\text{NOT } A: [1 - u_1, 1 - s_1]$$

2. 如果希望在传播事实的不确定值时, 能给出不确定值的上界与下界, 则选用“守界模型”的不确定值合并算法, 即

$$A \text{ AND } B: [\max(s_1 + s_2 - 1, 0), \min(u_1, u_2)]$$

$$A \text{ OR } B: [\max(s_1, s_2), \min(u_1 + u_2, 1)]$$

$$\text{NOT } A: [1 - u_1, 1 - s_1]$$

守界模型采用了 Zadeh 与 Lukasiewicz 逻辑运算规则的结合形式, 它避免了单独使用它们存在的弱点。

### 2.2 求规则结论之不确定值的算法

给出一个前提事实  $B: [s, u]$  和一对规则

$$A: \neg B: [s_1, u_1]$$

$$A: \neg \text{NOT } B: [s_2, u_2]$$

则结论 A 的不确定值为  $A: [x_1, x_2]$ , 其中

$$x_1 = s_1 \cdot s + s_2 \cdot (1 - u)$$

$$x_2 = 1 - (1 - u_1) \cdot s - (1 - u_2) \cdot (1 - u)$$

如果规则不能成对给出, 则假定未给出的规则其区间值为 $[0, 1]$ , 即对其完全不了解。

故若给出  $A: -B: [s_1, u_1]$

和  $B: [s, u]$ 。

则有  $A: [s_1 \cdot s, 1 - (1 - u_1) \cdot s]$

### 2.3 合并不同证据路径的算法

如果从某一路径上得到结论  $p: [x_1, y_1]$ , 而又从另一路径上得到结论  $p: [x_2, y_2]$ , 一般这两条路径是相对独立的, 合并这两条路径上的结论, 最终结果为  $p: [x, y]$ , 其中

$$x = (x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2 - w) / (1 - w)$$

$$y = y_1 \cdot y_2 / (1 - w)$$

$$w = x_1 \cdot (1 - y_2) + (1 - y_1) \cdot x_2 \quad \text{称为}$$

冲突。

## 三、IBARM的应用例示

受篇幅限制, 以下仅举两个简单的例子来说明IBARM的应用。

〔例1〕, 设知识库中存有以下事实和规则:

tall-person(x): -height(x, H), tall(H): [1, 1]。

tall-person(x): -short-person(x): [0, 0]。

height(mary, 170): [1, 1]。

tall(170): [0.8, 0.8]。

short-person(jill): [0.9, 1]。

likes(mary, jill): [0.7, 0.8]。

likes(jill, mary): [0.9, 1]。

系统目标:  $\gamma$  -likes(x, y), tall-person(y)。

系统应答:  $x=mary, y=jill: [0, 0.08]$

$x=jill, y=mary: [0.72, 0.8]$

对于绝对真的规则, 其成对的另一规则就认为是绝对假的, 即相应规则的区间值为 $[0, 0]$ 。对于知识库中未出现的事实可以认为是完全不了解的, 其相应的区间值为 $[0, 1]$ 。

〔例2〕一个缺省推理的简单示例

设在知识库中存有关于鸟类的如下事实和规则:

fly(x): -is-bird(x): [0.99, 1]。 ①

fly(x): -is-penguin(x): [0, 0]。 ②

fly(x): -is-ostrich(x): [0, 0]。 ③

is-bird(x): -is-penguin(x): [1, 1]。 ④

is-bird(x): -is-ostrich(x): [1, 1]。 ⑤

is-bird(x): -is-swan(x): [1, 1]。 ⑥

is-penguin(pen): [1, 1]。 ⑦

is-ostrich(ost): [1, 1]。 ⑧

is-swan(sw): [1, 1]。 ⑨

规则①表明绝大部分的鸟都会飞, 规则②与③分别表示企鹅和鸵鸟不会飞, 规则④⑤⑥分别表示企鹅、鸵鸟和天鹅是鸟, 事实⑦⑧⑨分别表示pen是一只企鹅、ost是一只鸵鸟、sw是一只天鹅。

系统询问 ? -fly(pen)

系统应答 yes: [0, 0] (即pen不会飞)

系统询问 ? -fly(sw)

系统应答 yes: [0.99, 1] (即sw会飞)

系统询问 ? -fly(ost)

系统应答 yes: [0, 0] (即ost不会飞)

例2表明, 在一般情况下, 鸟都会飞, 但也有例外(如企鹅、鸵鸟就不会飞)。由⑦知pen是一只企鹅, 由④推出pen是鸟, 再由②推出fly(pen): [0.99, 1], 但由⑦与②又可推出fly(pen): [0, 0], 合并由这两条不同路径推出的结论, 最终结论将是fly(pen): [0, 0]。对于sw, 由⑥知sw是一只天鹅, 由⑥推出sw是鸟, 只有一条路径(由④)推出fly(sw): [0.99, 1], 可解释为sw会飞。对于ost的情形, 其推理与pen的情形类似。

利用IBARM模型, 可以用上述方式来处理缺省推理, 即只需将例外的情况以规则形式(如②与③)列出, 附上区间值 $[0, 0]$ , 利用该模型合并不同路径结论的算法, 便可得到较合理的结论。

从系统的例示可见, 该模型所推出的结论是比较合理的。

附录: 不确定值传播算法的推导依据(略)。

### 参 考 文 献

- [1] J. Buckieg & W. Siler, Fuzzy Operators for Possibility Interval Sets, Fuzzy Sets and Systems 22 (1987) 215-227.
- [2] L. Appelbauri & E. H. RUSPINI, ARIES, AN Approximate Reasoning Inference Engine, Approximate Reasoning in Expert Systems, editors by M. M. Gupta ect. north-holland 1985 745-765.

(下转8页)

- Conference '86, pp.103-110.
- [13] Haraguchi, M., M. Arikawa, Reasoning by Analogy as a Partial Identity Between Models, in *Analogical and Inductive Inference*, LNCS 266 1986.
- [14] Polya, G. *Induction and Analogy in Mathematics*, Princeton University Press, 1954.
- [15] Greiner, R. Learning by Understanding Analogies, *Artificial-Intelligence*, Vol.35(1988), pp.81-125.
- [16] Falkenhainer, B. An Examination of the Third Stage in Analogical Process: Verification-Based Analogical Learning, in: *IJCAI-87*, pp.260-263.
- [17] Tversky, A. Features of Similarity. *Psychological Review*, 84, 1977, 327-352.
- [18] Davies, T. R. and S. J. Russell, A Logical Approach to Reasoning by Analogy, in: *IJCAI-87*, pp.264-270.
- [19] Bourrelly, L., Chouraqui, E., A formal Approach to Analogical reasoning, in: *Approximate Reasoning in Expert Systems*, M. M. Gupta, A. Kandel, etc. (Eds), Elsevier Science Publ., B. V. (North Holland) 1985.
- [20] Ulrich, J. W., Mojl, R. Synthesis of Programs by Analog. in Proc. of the ACM Symposium on Artificial Intelligence and Programming Languages, Rochester, N. Y., pp. 22-28, 1977.
- [21] Manna, Z., Waidinger, R., The Automatic Synthesis of Recursive Programs. *AIPL Conference Proceedings*, 1977.
- [22] Carbonell, J. G. Derivational Analogy: a Theory of Reconstruction Problem Solving and Expertise Acquisition, in: R. S. Michalski, J. G. Carbonell, & T.M. Mitchell (eds) *Machine Learning: An Artificial Intelligence Approach Volume II*. Morgan Kaufmann Publ. Inc., 1986.
- [23] Falkenhainer, B., Forbus, K. D. and Gentner, D. The Structure Mapping Engine, in *Proceedings AAAI-86*, Philadelphia, PA(1986) pp. 272-277.
- [24] Forbus, K. D., D. Gentner, Learning Physical Domains: Toward a Theoretical Framework, in R. S. Michalski, J. G. Carbonell, T. M. Mitchell (eds) *Machine Learning: An Artificial Intelligence Approach Volume II*. Morgan Kaufmann Publ. Inc. 1986.
- [25] 张光鉴, 张铁声. 一个类比推理的认知模型. *思维科学*, No.1, 1986.
- [26] 伊波, 徐家福: 相似论 (正在撰写中).

(上接24页)

- [3] E. H. Ruspini, Possibility Theory Approaches for Advanced Information systems. *Computer* 15(1982) 83-91.
- [4] D. G. Schwartz, The Case for an Interval-valued Representation of Linguistic Truth, *Fuzzy Sets and Systems* 17(1985) 153-166.
- [5] J. F. Baldwin, Evidential Support Logic programming. *Fuzzy Sets and Systems* 24(1987) 1-26.
- [6] L. A. Zadeh, Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, *Fuzzy Sets and Systems* 1(1978) 3-28.
- [7] L. A. Zadeh, A Theory of Approximate Reasoning. in. D. MICHIE and I. MIKULICH, eds., *Machine Intelligence*, vol. 9 (John Wiley, New York, 1979).
- [8] L. A. Zadeh. The Role of Fuzzy Logic in the Management of Uncertainty in Expert Systems. *Fuzzy Sets and Systems* 11(1983) 199-227.
- [9] D. Negoita. *Expert Systems and Fuzzy Systems*, (Benjamin Cummings, Menlo Park, CA, 1985).
- [10] 赵瑞清: 专家系统原理, 气象出版社1987.