

95, 22(1)

超协调逻辑

超协调性

优先语义

1995

/ 12

/ 17

/ 022

/ 00

计算机科学 1995 Vol. 22 No. 1

超协调逻辑^{*}(Ⅲ)

——超协调性的逻辑基础

林作铨

(汕头大学计算机科学系)

(北京航空航天大学计算机系)

李未

(北京航空航天大学计算机系)

(汕头大学计算机科学研究所)

摘要 这是关于超协调逻辑研究的第三篇,文中将给出一种优先语义作为超协调性的模型论基础,并给出一种表演算系统作为超协调性的证明论基础,这种优先语义和表演算系统,不仅可以包括各种超协调逻辑,而且能够导出新的超协调逻辑,在一定意义上,是超协调逻辑的统一基础,容易统一地刻画非单调性。

1 超协调模型论

形式上,各种超协调逻辑的共性都是为了破坏经典逻辑的平凡性,根据超协调逻辑的新定义,应该存在一定的统一的逻辑基础。¹⁾ 我们将从模型论角度研究这种基础,进一步提出研究超协调逻辑的一种一般技术途径,可以捕捉很大一类超协调逻辑作为特例。

从模型论看,在经典逻辑中,若 $S \models A$, 则满足 S 的模型也是 A 的模型,由于任一模型满足 $S = \{A \wedge \neg A\}$ (或 S 没有模型),故对任何 $B, A \wedge \neg A \models B$; 但是,如果我们对 S 的模型有一定的优先选择使得 $S \models A$, 则满足 S 的优先模型也是 A 的模型,例如,我们可以选择 S 中一些有模型子集的模型作为它的优先模型,如 A (或 $\neg A$) 的模型,这样,若存在一个 B 使得 $A \models B$ (或 $\neg A \models B$), 则 $S \models B$, 可见,基于优先模型定义的 $\models$ 是不平凡的。我们称这种基于选择优先模型定义语义后承的途径为优先语义,它能基于经典逻辑,从模型论基础直接地刻画超协调性,由于协调前提的优先模型等同于经典模型,因此基于优先语义定义的超协调逻辑能满足新超协调逻辑的性质。

优先语义作为一种强有力的逻辑手段,在许多方面被应用,特别是,可以作为一种定义非单调逻辑的统一基础,文[3]中把它扩展作为容错逻辑的统一基础,²⁾ 从中容易得出一种超协调逻辑的统一基础,

同时证明了非单调的优先语义与超协调的优先语义具有一致的逻辑性质,从而可以作为一种非单调超协调逻辑的统一基础。这里,我们将定义一种更一般的超协调优先语义,由它能够更细致地研究超协调逻辑的特性。

令 L 是一个基础逻辑,我们将基于 L 定义超协调逻辑, L 的作用是提供基础模型论,例如, L 是经典逻辑,由它提供 Tarski 模型,记 $\models$ 为 L 的语义后承,设 α 为 L 的公式(集), $\|\alpha\|^L$ 表示 L 中所有满足 α 任意子集的模型集。

一个优先模型 $M = \langle I, \|\cdot\|^M, \|\cdot\|^M \rangle$, 其中: 1) I 是 L 的所有模型的集; 2) $\|\cdot\|^M: L \rightarrow P(I)$ 是基本函子,使得 $\|\alpha\|^M = \|\alpha\|^L$; 3) $\|\cdot\|^M: L \rightarrow P(I)$ 是优先函子,使得 $\|\alpha\|^M \subseteq \|\alpha\|^L$ 。

基于优先模型 M , 给定一个理论 T , 优先函子 $\|\cdot\|^M$ 选择与 T 相干的模型,这里相干性基于一定的优先准则来决定。仅用基本函子,我们可定义经典的语义后承如下: $A \models B$ 当且仅当 $\|A\|^L \subseteq \|B\|^L$, 可见,基本函子保证了优先模型能包含基础模型作为特例,这样,在基础逻辑 L 上,基于优先模型,我们可定义超协调的优先逻辑 L_M 的语义后承,记为 $\models_M$, 如下:³⁾

$$S \models_M A \text{ 当且仅当 } \|S\|^M \subseteq \|A\|^M$$

显然,当 $\|\alpha\|^M = \|\alpha\|^L$ 时,优先逻辑 L_M 等价于基础逻辑 L , 因此能包含经典逻辑作为它在协调前提下的特形。但是,我们感兴趣的是 $\|\alpha\|^M$ 不同于 $\|\alpha\|^L$

* 1) 本文是在国家自然科学基金、国家基础研究攀登计划、国家高技术八六三计划与李嘉诚学术基金的支持下完成的。1) 我们将直接引用而不重复文[1]与[2]的内容与文献。2) 文[3]给出一种基于优先语义的超协调与非单调逻辑的统一基础,它是容错逻辑的一种基本而特殊的形式。

的情况,各种超协调逻辑 $\models_P$ 可以看成基于不同的优先准则选择相干的优先模型而定义的优先逻辑 $\models_{L_M}$ 的特殊情形。

注意到,这里给出的优先逻辑是文[3]中结果的另一种转换的一般化形式,在那里优先函子被表达为一种优先关系,基于不同的优先准则,优先逻辑也能定义各种非单调逻辑,因此,优先逻辑是一种超协调非单调逻辑的统一基础。进一步,基于优先后承关系,我们可以研究优先逻辑的一般逻辑特性,从而获得一般的超协调逻辑的基本性质。³⁾

例如,Rescher 提出的极大协调子理论 MCS 是一种简单的超协调逻辑,基本上能满足新超协调逻辑定义的大多数条件。⁴⁾我们定义 $wff(i) = \{\psi \mid i \in \|\psi\|^M\}$, 记 $WFF = \{wff(i) \mid i \in I\}$, MCS 的语义后承,记为 $\models_{MCS}$ 定义如下:

$$A \models_{MCS} B \text{ 当且仅当 } |A| \subseteq \|B\|$$

其中, $|A| = \{wff(i) \mid i \in |A|^M\}$, $\|B\| = \{\Psi \in WFF \mid B \in \Psi\}$ 。事实上,这里所给出的是一种基于语形的优先语义定义,⁵⁾容易证明,两种定义是等价的。

2 捕捉各种超协调逻辑

优先语义是一种定义超协调逻辑的一般途径,可作为一种超协调逻辑的统一基础,从中可以研究各种超协调逻辑的共性以及关系。通过具体地确定优先准则来定义优先函子,可定义出新的超协调逻辑,这里准备论证优先语义能够捕捉很大一类超协调逻辑作为它的特殊形式,为此只要说明各种超协调逻辑都提供了确定某种定义优先函子的准则。

我们先看传统超协调逻辑中基于相干途径的悖论逻辑 LP,基于优先语义,定义 $\models_{LP}$ 如下:

$$S \models_{LP} A \text{ 当且仅当 } |S|^M \subseteq \|A\|^M$$

这时,定义优先函子如下: $|S|^M = (\|s\|^M \mid \forall s \in S)$, LP 的语义后承是基于它的前提的协调子集的经典结论。由此可见, $\models_{LP}$ 相当于基于弱后承关系定义的 MCS 逻辑,这样,就得到一种 LP 逻辑三值语义的经典解释。进一步,也可以把优先语义定义的基础逻辑 L 看成 LP,通过确定极小矛盾作为优先准则,定义极小化悖论逻辑 LP₀。作为一种优先语义,它与非单调逻辑和超协调逻辑的优先语义非常类似。其它一些传统超协调逻辑也可以基于优先语义进行定义,

例如,对分域逻辑 DL 可类似于 MCS 逻辑规定它的优先准则,对系统 C 的优先函子则可定义使其类似于 C-赋值。

如上所述,优先语义满足新超协调逻辑定义的性质,基于优先语义,我们可以给出各个新超协调逻辑的模型论。对论证逻辑 AL,可定义它的模型类似于经典逻辑,而其优先函子捕捉各种论证可推条件,对分步逻辑 SL,可定义其分步模型捕捉其优先函子,对标记逻辑 PT,可定义其标记传播作为优先准则。

3 超协调证明论

理论上,为了达到超协调性,各种超协调逻辑都必须付出一定的代价,即一些在经典逻辑中行之有效的推理规则在超协调逻辑中失效,因此,超协调逻辑是对经典逻辑的某种弱化,但是,根据新超协调逻辑的定义,它们与经典逻辑却有密切的关系,通过细心地考察经典逻辑中导致平凡性的原因,如果能控制矛盾的平凡传播,那么我们就限制经典逻辑中导致平凡性的推理规则的使用,解决超协调逻辑的证明论问题,由此统一地研究存在于各种超协调逻辑的共性和关系。我们将从证明论角度研究超协调逻辑的统一基础,这里主要从基础角度进一步研究超协调逻辑的证明论基础,它可以表达广泛一类超协调逻辑作为它的特例。

从证明论看,在经典逻辑中,基于反证律,若 $S = \{A, \neg A\}$,则对任一命题 B, $S \vdash B$ 当且仅当能从 $S \wedge \neg B$ 推出一个矛盾,这样,如果 A 已经是一个矛盾,那么对任何 B 肯定能推出矛盾,也就有矛盾可推出一切命题的平凡性问题。我们可通过各种方法破坏从矛盾推出任何命题绕过平凡性问题,最简单的也许是使反证律无效,许多超协调逻辑正是以此为出发点的。另一种使平凡性的证明不成立的办法是限定反证律的使用,如: A 推出 B 当且仅当能从 A 与 $\neg B$ 推出一个矛盾,但从 B 使用一些相关的信息。

反证规则是证明论,特别是表(tableaux)演算的基础,⁶⁾对超协调逻辑,超协调性的体现可这样理解:如果 S 是一个矛盾 $A \wedge \neg A$,那么只能推出有关矛盾方面的命题 A 与(或) $\neg A$,因为我们想使从一个矛盾 S 可推出任何 B 不成立,我们可以从 B 使用

3) 这里,我们给出的是一种优先逻辑的强后承关系,也可定义一种弱优先后承如下: $A \models_{L_M} B$ 当且仅当 $|A|^M \cap \|B\|^M \neq \emptyset$ 。

4) 参见对非单调优先逻辑的有关结果[4]。5) 极大协调子理论变体也可作为一种非单调逻辑,因此它是一种超协调非单调逻辑[3]。6) 某种意义上,它可作为一种优先语义的证明论[5]。

一些相关的信息改变表演算的封闭条件,即检查 B 是否为矛盾的有关方面。由此想法,一般地,可有两种办法做出超协调的表系统。一是使用新的表演算规则来排除平凡性问题,而保留经典的封闭性条件;二是我们将采用的,保留经典逻辑中标准的表演算规则,但修改其封闭准则来排除平凡性问题,这样做的好处不仅能给出一种有效的超协调证明论,而且可尽量地使用经典逻辑的推理方法。这种想法首先体现在文[Dunn, 1976]中作为一类相干逻辑的证明论,并可应用到其它超协调逻辑^[4],在文[7], [8]中进一步提出极小表系统作为超协调与非单调逻辑的证明论。⁹⁾ 我们下面将给出一种记号(signed)表系统,由它可以表达许多超协调逻辑。

在 $\mathcal{L}$ 中引入两个符号 T 与 F, 一个记号公式是形如 TA 或 FA 的公式, 其中 $A \in \mathcal{L}$ 。我们扩充赋值 π 到记号公式如下:

对任一公式 A, 1) $\pi(TA) = 1$ 当且仅当 $\pi(A) = \text{true}$; 2) $\pi(FA) = 1$ 当且仅当 $\pi(\neg A) = \text{true}$ 。

一个表是一棵其结点为公式的树, 令 ψ 是一个记号公式, 对 ψ 的记号表根据下面的规则归纳地定义如下:

1) 只有 ψ 为唯一结点的表是一个对 ψ 的记号表。

2) 令 T 是一个对 ψ 的记号表, b 是 T 的一个分支。

(a) 若 $T \rightarrow \neg a$ 是 b 的一个结点, 则由 T 通过扩张 b 到 Ta 的表也是对 ψ 的记号表; 若 $F \rightarrow \neg a$ 是 b 的一个结点, 则由 T 通过扩张 b 到 Fa 的表也是对 ψ 的记号表;

(b) 若 $T(a \wedge \beta)$ 是 b 的一个结点, 则由 T 通过扩张 b 到 Ta 与 T β 的表也是对 ψ 的记号表; 若 $F \rightarrow (a \wedge \beta)$ 是 b 的一个结点, 则由 T 通过扩张 b 到 $F \rightarrow a$ 与 $F \rightarrow \beta$ 的表也是对 ψ 的记号表;

(c) 若 $T \rightarrow (a \wedge \beta)$ 是 b 的一个结点, 则由 T 通过增加 $T \rightarrow a$ 与 $T \rightarrow \beta$ 作为 b 的两个子结点的表也是对 ψ 的记号表; 若 $F(a \wedge \beta)$ 是 b 的一个结点, 则由 T 通过增加 Fa 与 F β 作为 b 的两个子结点的表也是 ψ 的记号表。

对经典逻辑而言, 我们定义一个记号表 T 的一

个分支 b 为封闭, 若它满足如下条件之一: (1) 对某一公式 A, $TA \in b$ 且 $T \rightarrow A \in b$; (2) 对某一公式 A, $FA \in b$ 且 $F \rightarrow A \in b$; (3) 对某一公式 A, $TA \in b$ 且 $FA \in b$ 。一个记号表 T 是封闭的, 当且仅当 T 中的每个分支都是封闭的。

如所熟知, 记号表关于经典逻辑是反证完全的, 即对任意记号公式 ψ , ψ 为矛盾当且仅当存在一个对于 ψ 的记号表, 使得它的每个分支都是封闭的, 这样, 根据反证法, S 推出 B 当且仅当能有一个对于 TS 与 FB 为起点的记号表, 使得它的每个分支都是封闭的。⁸⁾

如上所述, 一种获得超协调逻辑的方法是使用限定的反证律规则, 我们仅需弱化经典逻辑记号表系统中的封闭性条件, 容易看出, 以上定义的经典封闭条件(1)是导致平凡性的直接原因, 通过修改封闭性条件, 而保留经典表规则, 我们可以定义新的超协调逻辑, 也能表达许多已有的超协调逻辑。

4 表达各种超协调逻辑

首先, 不难看出, 去掉经典封闭条件(1)就可以获得超协调性, 实际上, 这就是悖论逻辑 LP 的表系统^[4], 如果我们去掉经典封闭条件(1)和(2), 则得到一种基于四值语义的相干超协调逻辑 FDE 或 PT^[4], 因此能够给出标记逻辑的表系统。

通过修改经典封闭条件, 我们可得到一些新的超协调逻辑, 例如, 定义一个对 TS 与 FA 的记号表 T 是封闭的, 若: 对 TS 和 FA 的任一分支 b_1 和 b_2 , 对某一公式 a, $Ta \in b_1 \cup b_2$ 且 $Fa \in b_1 \cup b_2$, 则我们定义一个新的超协调逻辑其后承如下:

$S \vdash_r A$ 当且仅当对 TS 与 FA 的记号表是封闭的。

这个超协调逻辑能很好地满足新超协调逻辑的定义。

此外, 对系统 C_n 已有表系统^{[9], [12]}, 我们也能根据记号表原理重新给出。以上记号表系统相对于各自的语义都是完全的, 对其它一些超协调逻辑, 如分步逻辑与论证逻辑, 我们似乎不必专门给出表系统, 因为它们也是从证明论角度研究超协调逻辑的途径, 但对标记逻辑及其逻辑程序由记号表系统则可以给出它的一种新的证明论与实现过程, 并证明完全性定理。

7) 我们选择表系统作为证明论考虑, 是由于表系统能比较有效地分析证明过程, 而且由它可得出基本等价的自然推理系统(序列演算)和归结推理系统。8) 注意到, 在非单调逻辑中也有使用表系统作为证明论的。9) 读者可把记号表描述成树结构图可以更容易理解, 但注意, 如果不用记号表而采用标准表, 那么对超协调逻辑必须把前提与结论的表分开, 而定义封闭性条件对两表进行配对。

超协调逻辑^{*}(IV)

——非单调超协调逻辑研究

林作铨

(汕头大学计算机科学系)

(北京航空航天大学计算机系)

李未

(北京航空航天大学计算机系)

(汕头大学计算机科学研究所)

摘 要 这是关于超协调逻辑研究的末篇,文中分析了超协调逻辑与非单调逻辑的关系,并提出非单调超协调逻辑作为一种新的逻辑研究及其在形式化常识推理中的重要意义。最后,讨论了超协调逻辑的应用,特别是非单调超协调逻辑在计算机科学与人工智能中的应用问题。

非单调逻辑是在不完全知识情形下推理的形式化,若 $S \vdash A$, 但存在 $S \subset S'$, 使得 $S' \not\vdash A$, 则逻辑 $\vdash$ 就称为非单调的,即增加新公理不一定使可推定理呈单调地增长。在非单调推理中,一个增加了新知识的前提集可能废除使一些先前有效的结论,而经典逻辑是单调的,即增加新公理只会导出更多的定理,或更快地推出已有的结论,但决不会使先前的结论无效,因此,经典逻辑不适于形式化非单调推理。非单调逻辑是 AI 研究中提出的一种新的非经典逻辑,用来描述人的常识表示及其推理。但是,正如超协调逻辑一样,大多数主要的非单调逻辑都是基于对经典逻辑的某种扩展,使得经典逻辑可作为非单调逻辑的一种特殊情形,从而可继承许多经典逻辑

已有的良好研究成果。

我们将研究超协调逻辑与非单调逻辑的相互关系,¹⁾论证了超协调逻辑有时需要非单调性,通过引入非单调性到超协调逻辑可以解决超协调逻辑中存在的一些弱性;另一方面,非单调逻辑有时需要引入超协调性,可以解决一些非单调逻辑中存在的困难问题,如以上所述,结合超协调逻辑与非单调逻辑在一起是可能的,超协调与非单调逻辑是一种更有意义的新非经典逻辑。

1 超协调逻辑需要非单调性

超协调逻辑可看作是在非协调知识情形下推理的形式化,在超协调推理中,含矛盾的知识不会推出

进一步,如 LP_m 所示的是一种极小化后承,为了用表系统表达 LP_m ,证明 A 是 S 的极小后承,必须修改记号表的构造使得能消除 S 中的不是极小非协调的模型。在文[7],[8]中,通过引入极小化记号表可很好地表达 LP_m 以及其它超协调非单调逻辑。因此,记号表系统也可作为一种超协调逻辑,以及超协调非单调逻辑的统一基础。

参考文献

- [1] 林作铨,李未,超协调逻辑(I)—传统超协调逻辑研究,计算机科学,Vol. 21, No. 5, 1994
- [2] 林作铨,李未,超协调逻辑(II)—新超协调逻辑研究,计算机科学,Vol. 21, No. 6, 1994
- [3] 林作铨,容错推理,计算机科学,Vol. 20, No. 2, 1993
- [4] Kraus K., Lehmann M., Magidor M., Nonmono-

tonic Reasoning, Preferential Models and Cumulative Logics, Artificial Intelligence 44 (1990), 167-207

- [5] Bell J., Pragmatic Logics, Proceedings of KR'91, 1991, 50-60
- [6] Lin F., Reasoning in the Presence of Inconsistency, Proceedings of AAAI'87, 1987
- [7] Lin Z., Paraconsistent Circumscription, in: the 3th International Symposium on Artificial Intelligence and Mathematics, 1994
- [8] 林作铨,李未,非单调与超协调逻辑,(1994,未发表)
- [9] da Costa N. Alves E., A Semantic Analysis of the Calculi C_n , Notre Dame J. of Formal Logic 15(1977), 621-630

^{*} 本文是在国家自然科学基金、国家基础攀登研究计划、国家高技术八六三计划与李嘉诚学术基金的支持下完成的。1) 我们将直接引用而不重复文[1],[2]和[3]的内容与文献。