

52-54

## 贝叶斯网学习算法模型及参数学习算法\*)

Uniform Bayesian Network Learning Model and Parameter Learning Algorithms

程小平 邱玉辉

TP18

(西南师范大学计算机科学系 重庆 400715)

**Abstract** An uniform parameter learning model for bayesian networks is presented in this paper. This model serves as an uniform framework to derive bayesian network parameter learning algorithms based on different choice of distance measurement. Two kinds of parameter learning algorithms are derived from this model and discussed in depth.

**Keywords** Bayesian network, Parameter learning, Distance measurement

## 1 引言

近年来,贝叶斯网(又称随机信息网)作为处理人工智能中不确定性问题的建模工具受到学术界的广泛关注,并成功地应用在医学诊断、模式识别、故障诊断各个方面<sup>[1]</sup>。

作为一种有向图表示的建模方法,贝叶斯网由于其表达方式自然、紧凑,深受知识工程师喜爱,已广泛地用于知识获取和表示。但是,利用专家知识构造贝叶斯网是一件烦琐的工作,特别是网络节点数很大时更是这样。因此,利用数据例子,通过学习自动生成贝叶斯网的方法日益受到重视,有一些学习算法已被提出<sup>[2]</sup>。一般说来,这些学习算法可以粗略分为两大类:一类算法采用类似神经网络的学习算法,有些就是直接由某类神经网络算法略加修改而成;另一类算法基于统计分析,一般假定贝叶斯网参数成正态分布。本文力图提出一个更一般贝叶斯网学习算法模型,这个模型在更高的抽象级别上为贝叶斯网学习提供统一的构造,使它可以包括神经网络学习类和统计分析两类学习算法。

## 2 贝叶斯网参数学习算法模型

## 2.1 贝叶斯网参数化模型

本文中所讨论的是离散取值的贝叶斯网  $B$ ,其结构为  $S$ ,网络中:

$X_i$ : 贝叶斯网中的一个节点,  $X_i \in S$ ;

$x_i$ :  $k=1, 2, \dots, r$ , 表示点  $X_i$  的可能取值;

$Pa_i$ : 网络结构  $S$  中节点  $X_i$  的父节点集;

$pa_i^j$ :  $j=1, 2, \dots, q$ , 表示父节点集  $Pa_i$  的可能取值;

$\theta_{i,k}$ : 条件概率  $P(X_i = x_i^k | Pa_i = pa_i^j)$ 。

对于所有的  $i, j, k, \theta_{i,k}$  构成条件概率向量  $\theta$ 。因此,结构为  $S$  的贝叶斯网参数化为条件概率向量  $\theta$ 。

## 2.2 参数学习问题描述

贝叶斯网参数学习问题描述如下:对于某贝叶斯网  $B$ ,有当前参数模型  $\bar{\theta}$ ,数据例子集  $D = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ ,其中有的  $y_i \in D$  可能用于给  $\bar{\theta}$  直接赋值。根据当前模型  $\bar{\theta}$  和数据集  $D$ ,试图找到另一  $\tilde{\theta} \neq \bar{\theta}$ ,使参数模型  $\tilde{\theta}$  比  $\bar{\theta}$  更贴合数据集  $D$ ,也就是说使

$$L_D(\tilde{\theta}) \geq L_D(\bar{\theta})$$

其中:  $L_D(\theta)$  表示似然函数,是后验概率  $P(\theta | D)$  的度量,记为  $P_\theta(D)$ 。

## 2.3 参数学习模型

我们不希望  $\tilde{\theta}$  偏离  $\bar{\theta}$  太远,其理由是:1)在线学习时,  $\tilde{\theta}$  应随参数集  $D$  中加入的新观测数据而改变,但不希望完全忽略当前模型;2)成批处理时,超过一定迭代步数后,  $\tilde{\theta}$  则与  $\theta$  比较接近。因此,取目标函数:

$$J(\tilde{\theta}) = \eta L_D(\tilde{\theta}) - d(\tilde{\theta}, \bar{\theta}) \quad (1)$$

将  $L_D(\theta)$  在  $\bar{\theta}$  附近展开成泰勒级数,并取一阶近似,可得:

\*) 受重庆市科委攻关项目《模糊贝叶斯网的研究》资助。

$$L_D(\theta) \approx L_D(\bar{\theta}) + \nabla L_D(\bar{\theta}) \cdot (\theta - \bar{\theta}) \quad (2)$$

式中  $d(\bar{\theta}, \bar{\theta})$  为参数  $\bar{\theta}$  到  $\bar{\theta}$  的距离;  $0 \leq \eta \leq 1$  为学习率;  $\nabla L_D(\bar{\theta})$  为似然函数的梯度向量。

将(2)式代入(1), 贝叶斯网参数学习问题就是找参数向量  $\bar{\theta}$ , 使其极大化目标函数:

$$J(\bar{\theta}) = \eta [L_D(\bar{\theta}) + \nabla L_D(\bar{\theta}) \cdot (\bar{\theta} - \bar{\theta}_i)] - d(\bar{\theta}, \bar{\theta}_i) \quad (3)$$

(3)式则为贝叶斯网参数学习的一般表达式。由于(3)式中  $d(\bar{\theta}, \bar{\theta}_i)$  为惩罚函数, 因此限制了  $\bar{\theta}$  对  $\bar{\theta}_i$  的偏离, 也就使一阶近似条件容易得到保证, 对这个模型的分析求解比二阶方法<sup>[3]</sup>简单得多。

按式(3), 学习算法可按似然函数  $L_D(\theta)$  和距离函数  $d(\bar{\theta}, \bar{\theta}_i)$  的不同选择有各种不同的形式, 为了便于求梯度, 取似然函数:

$$L_D(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln P_{\bar{\theta}}(y_i) \quad y_i \in D \quad (4)$$

对(4)式求偏导数, 并根据贝叶斯网的分解特性整理, 可得下式:

$$\nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\theta) = \frac{\partial L_D(\theta)}{\partial \theta_{i,k}} = \frac{\partial \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln P_{\bar{\theta}}(y_i)}{\partial \theta_{i,k}} = \frac{1}{\theta_{i,k}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N P_{\bar{\theta}}(x_i^k, pa_i^k | y_i)}{N} = \frac{E_{\bar{\theta}}(x_i^k, pa_i^k | D)}{\theta_{i,k}} \quad (5)$$

式中  $E_{\bar{\theta}}(x_i^k, pa_i^k | D) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{\bar{\theta}}(x_i^k, pa_i^k | y_i)$  为关于结点对  $x_i^k, pa_i^k$  的基于样本的统计平均。

条件概率向量  $\bar{\theta}$  必须满足条件(概率约束):

$$\forall i, j: \sum_k \bar{\theta}_{i,k} = 1$$

则式(3)是一个约束优化问题, 取拉格朗日乘子向量  $\lambda$ , 最优解  $\bar{\theta}$  必须满足:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_{i,k}} (J(\bar{\theta}) + \sum_{i,j} \lambda_{i,j} (\sum_k \bar{\theta}_{i,k} - 1)) = 0$$

$$\text{即 } \eta \nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\bar{\theta}) - \frac{\partial}{\partial \theta_{i,k}} d(\bar{\theta}, \bar{\theta}_i) + \lambda_{i,j} = 0 \quad (6)$$

对所有  $i, j, k$  成立。

### 3 两种贝叶斯网参数学习算法

如上所述, 参数学习算法取决于距离度量函数  $d(\bar{\theta}, \bar{\theta}_i)$  的选择, 我们分别在参数空间和参数概率分布空间各选一种常用的距离度量, 推导出相应的参数学习算法。

#### 3.1 基于 $L_2$ 范数的参数学习算法

$L_2$  范数在参数向量空间中定义参数向量  $\bar{\theta}$  和  $\bar{\theta}_i$  的距离为:

$$L_2(\bar{\theta}, \bar{\theta}_i) = \frac{1}{2} \|\bar{\theta} - \bar{\theta}_i\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^r (\bar{\theta}_{i,r} - \bar{\theta}_{i,r})^2$$

将其代入(6)式

$$\eta \nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\bar{\theta}) - (\bar{\theta}_{i,k} - \bar{\theta}_{i,k}) + \lambda_{i,j} = 0 \quad (7)$$

对  $x_i$  可取的  $r$  个不同值求和

$$\sum_{k=1}^r [\eta \nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\bar{\theta}) - (\bar{\theta}_{i,k} - \bar{\theta}_{i,k}) + \lambda_{i,j}] = 0$$

$$\text{即 } \eta \sum_k \nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\bar{\theta}) + r \lambda_{i,j} = 0 \quad (8)$$

从(8)式中解出  $\lambda_{i,j} = -\frac{\eta}{r} \sum_k \nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\bar{\theta})$  代入(7)式,

整理则得到基于  $L_2$  范数距离的参数学习算法

$$\bar{\theta}_{i,k} = \bar{\theta}_{i,k} + \eta (\nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\bar{\theta}) - \frac{1}{r} \sum_k \nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\bar{\theta})) \quad (9)$$

式中  $\nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\bar{\theta})$  由(5)式表示。

#### 3.2 基于 $\chi^2$ 距离的学习算法

$\chi^2$  距离在概率密度空间中定义两个参数向量的距离, 它是散度<sup>[4]</sup>的线性近似。

$$\chi^2(\bar{\theta}, \bar{\theta}_i) = \frac{1}{2} \sum_{i,j,k} (P_{\bar{\theta}}(D) - P_{\bar{\theta}_i}(D))^2 / P_{\bar{\theta}}(D)$$

在贝叶斯网中,  $\chi^2$  距离可表示为:

$$\chi^2(\bar{\theta}, \bar{\theta}_i) = \sum_j \sum_k P_{\bar{\theta}}(pa_i^k) \chi^2(\bar{\theta}_{i,j}, \bar{\theta}_{i,j}) \quad (10)$$

其中,  $\bar{\theta}_{i,j}$  是参数向量,  $(\bar{\theta}_{i,j_1}, \bar{\theta}_{i,j_2}, \dots, \bar{\theta}_{i,j_r})$ 。用统计量:

$$\hat{P}(pa_i^k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{\bar{\theta}}(pa_i^k | y_i) = E_{\bar{\theta}}(pa_i^k | D) \quad (11)$$

作为  $P_{\bar{\theta}}(pa_i^k)$  的近似。对(10)式求偏导数, 得:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}_{i,k}} \chi^2(\bar{\theta}, \bar{\theta}_i) = \hat{P}(pa_i^k) \cdot \left( \frac{\bar{\theta}_{i,k}}{\bar{\theta}_{i,k}} - 1 \right)$$

将其代入(6)式, 整理可得:

$$\bar{\theta}_{i,k} = \frac{\eta}{\hat{P}(pa_i^k)} \nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\bar{\theta}) \bar{\theta}_{i,k} + \frac{\lambda_{i,j}}{\hat{P}(pa_i^k)} \bar{\theta}_{i,k} + \bar{\theta}_{i,k} \quad (12)$$

将(5)式中  $\nabla_{\theta_{i,k}} L_D(\bar{\theta})$  代入(12)式并对  $k$  求和可得:

$$1 + \frac{\eta}{\hat{P}(pa_i^k)} \sum_k E_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}_{i,k}, pa_i^k | D) + \frac{\lambda_{i,j}}{\hat{P}(pa_i^k)} = 1$$

可求得  $\lambda_{i,j} = -\eta E_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}_{i,k} | D)$ 。

将  $\lambda_{i,j}$  及  $\hat{P}(pa_i^k)$  的值(11)式代入(12)式, 整理可得基于  $\chi^2$  距离的参数学习算法:

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{i,k} &= \frac{\eta E_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}_{i,k}, pa_i^k | D)}{E_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}_{i,k}, pa_i^k | D)} - \frac{\eta E_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}_{i,k}, pa_i^k | D)}{E_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}_{i,k}, pa_i^k | D)} \cdot \bar{\theta}_{i,k} + \bar{\theta}_{i,k} \\ &= \eta \frac{E_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}_{i,k}, pa_i^k | D)}{E_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}_{i,k}, pa_i^k | D)} + (1-\eta) \bar{\theta}_{i,k} \end{aligned}$$

当  $\eta=1$  时, 就退化为 EM 的算法<sup>[5]</sup>。

讨论 我们推导了两种贝叶斯网参数学习算法, 其中基于  $L_2$  范数距离参数学习算法与基于神经

MAS 合作机制 分布式人工智能 人工智能

# MAS 中合作机制的研究

Cooperation mechanism in MAS

丁晓明 刘博勤

(西南师范大学计算机系 重庆 400715)

**Abstract** Among the autonomous intelligent agents in MAS (Multi-Agent System), the cooperation is hard to be realized. In this paper, a cooperation mechanism based on the network coordinate computing is proposed. It realizes the cooperation among the agents by sharing the works and bidding on the tasks, and coordinates the actions of the agents by the deposit and the price of the labor force. A system model is built on this cooperation mechanism.

**Keywords** DAI, MAS, Cooperation, Network coordinate computing

目前,分布式人工智能(DAI:Distributed Artificial Intelligence)的主要研究方向是开放的多智能体系统(MAS:Multi-Agent System)、通用的DAI算法以及建立实际应用系统。在MAS方面,对独立自治智能体的合作行为的研究,可以为建立更为复杂的分布式人工智能系统提供依据。在MAS中,Agent群体合作行为的优化程度,以及这种合作行为是否具有自适应性,不但直接关系到整个系统的性能和开放性,而且也是衡量系统智能水平高低的标志。

网络学习算法<sup>[6]</sup>类似,但我们的算法并不强调贝叶斯网和某种特定的神经网络的联系,也不采用 $(1+e^{-x})^{-1}$ 函数作为非线性模型,并且不假定各条件概率是正态分布。因此,我们的模型更为一般化。采用概率空间距离定义,则得到统计类的学习算法,(标准EM算法是其特例)。因此,我们的学习算法模型实际上可以统一地表示贝叶斯网的两大类学习算法。

还有,我们提出的模型兼顾新数据和已有模型的影响,因此有利于导出在线参数学习算法。作为进一步的研究,我们有以下三个问题待解决:1)依据本文的学习算法模型,构造在线学习算法;2)采用另外的距离度量,导出其它学习算法;3)深入分析和比较由本文模型所得出的各类学习算法的联系及性能差异。

## 1 合作产生的困难

多智能体系统所针对求解的问题,是个体行为所难以胜任的复杂工作,即任务在时间或空间上的复杂性超越了个体能力,使任何依靠个体行为的实现成为不可能或不经济,合作成为必不可少的行为。然而,在没有集中控制的情况下,独立自治的Agent只追求自身的最大利益,自发地形成合作是十分困难的。至少有如下两个方面的因素会影响自发的合作能否产生。

## 参考文献

- 1 Heckerman D, Wellman M. Bayesian networks. CACM, 1995, 38(3): 27~30
- 2 Buntine W L. A Guide to the literature on learning probabilistic networks from data. IEEE Trasa on Knowledge and Data Engineering, 1996, 8: 195~210
- 3 Thiesson B. Accelerated quantification of bayesian networks with incomplete data. In: Proc. of First Intl. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining. Montreal, Canada, August, 1995. 306~311
- 4 Cover T M, Thomas J A. Elements of Information Theory. Wiley, 1991
- 5 Dempster A, et al. Maximum likelihood from incomplete data via EM algorithm. Journal of the Royal Statistical Society, 1997, 39(series B): 1~38
- 6 Neal R M. Connectionist learning of belief networks. Artificial Intelligence, 1992, 56: 71~113