

信度网推理——方法及问题(下)*

Inference in Belief Network—Methods and Problems(2)

刘启元 张 聪 沈一栋

(重庆大学计算机科学与工程学院 重庆400044)

3.2 团树传播方法^[20]

信度网推理的第二类算法为基于团树传播的方法^[3,9,7,10]。该方法采用了另一种图形表达方式来表达联合概率分布,即采用了另一种对联合概率分布进行参数化的方法。该方法所对应的图形结构是一棵无向树——团树。该树必须满足如下特征:

·每一个节点为一个团,每一个团里面将包含一定量的随机变量;

·每两个相邻团节点 X 和 Y 之间,都有一个分隔节点 S ,该节点中的随机变量为相邻两节点中随机变量的交集: $S = X \cap Y$;

·对于任意两个团节点 X 和 Y ,如果它们随机变量集合的交集 S 不为空,则在连接 X 和 Y 路径上所有节点的随机变量集合均包含集合 S 中的随机变量(即满足 Join Tree 特征);

·对于团树中的每一个节点 X_i (包括团节点和分隔节点),都包含有一个函数 Φ_{X_i} 。该函数表达了该节点内各个随机变量间的联合概率分布,它将节点 X_i 中随机变量的每一种取值组合映射为一个 ≥ 0 的数,该数被习惯称作——势。

·对于每一个如下子结构: $\textcircled{X} - \boxed{S} - \textcircled{Y}$, 其函数 Φ_X 、 Φ_Y 和 Φ_S 必须满足如下公式:

$$\Phi_S = \sum_{X \setminus S} \Phi_X = \sum_{Y \setminus S} \Phi_Y$$

即 Φ_S 为 Φ_X 和 Φ_Y 的边缘化。该条件被称作局部一致性。如果对于任意两个分隔节点 S_i 和 S_j ,只要 $S_i = S_j$, 都有 $\Phi_{S_i} = \Phi_{S_j}$, 则称该团树满足全局一致性。如果团树满足联合树(Join Tree)特性,则只要满足局部一致性就一定满足全局一致性;

·所有随机变量间的联合概率分布 $P(U)$ 可以表达为:

$$P(U) = \prod_i \Phi_{C_i} / \prod_i \Phi_{S_i}$$

满足如上特征的树被称作团树。对于图1(见上篇)所示信度网对应如下一棵团树:

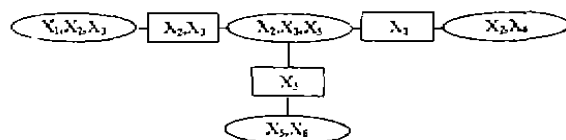


图4 图1所示信度网的团树

基于团树的推理计算也采用了消息传递的思想。在实际推理时,当接收到证据以后,所有包含证据节点的团节点的 Φ 函数值将发生变化。该变化将向团树中的所有团节点传播,以改变这些节点的 Φ 函数值。其具体的计算公式如下:

$$\Phi_S = \sum_{X \setminus S} \Phi_X, \Phi_Y = \Phi_Y \cdot \frac{\Phi_S}{\Phi_S}$$

首先节点 X 的函数值发生变化,然后对变化后的函数 Φ_X 边缘化以得到分隔节点 S 的新函数 Φ_S ,最后利用 Φ_S 可以计算新的 Φ_Y ,这样节点 X 的改变就传递给了节点 Y ,如此继续直到传遍整个团树。由于该算法所对应的图形结构是一棵树,因此不会出现多树(Polytree)传播算法在多连通情况下消息往复传播的问题。当系统达到稳态以后,该团树表达的所有分布都将变为给定证据下的后验分布:

· $\Phi_{C_i} = P(X_{d1}, \dots, X_{d1} | E = e)$, 其中 $X_{d1}, \dots, X_{d1}$ 为团节点 C_i 的随机变量集合

$$P(U | E = e) = \prod_i \Phi_{C_i} / \prod_i \Phi_{S_i}$$

在后期处理时,只需要对上面一些分布进行边缘化就可求得感兴趣的概率值。在采用该方法进行推理的第一步就是首先构造一棵团树。目前有几种方法,通常采用 Jensen 提出的方法,用该方法构造的团树被习惯称为连接树(Junction Tree),该构造过程通过对信度网进行交换得到,一般分为3个步骤。第一步——Moralization,该步对信度网中各节点的父节点间两两连线,并去掉所有连接边的箭头,形成一个无向图(Moral Graph),第二步——Triangulating,该步向第一步所得

* 本文受国家自然科学基金、教育部跨世纪优秀人才培养基金以及重庆市科技攻关项目《面向工业应用的智能开发平台及系统研究》的支持。

到的 Moral Graph 中添加一些边,以使得得到的图形结构被三角化(即在该图中任意一个长度大于3的环路中,至少存在一条边连接两个非相邻节点);第二步就是在第二步所得到的结果中,识别出一系列的节点集合,每一个节点集合称作一个团(要求每一个节点集合中的节点必须满足两个特性:即每一个节点集合中的节点在原图中必须两两连边(Complete),而且不存在另一个包含该节点集合的完备节点集(Maximal));第四步就是利用得到的这些团,添加一些边和分隔节点以构成一棵团树。在构造过程中,第一步和第三步是一个确定性的构造过程。但是第二步和第四步都是一个寻优的过程。其中第二步要求得到一个最优的三角化图,即通过该三角化图得到的团节点集合的组合状态数最小,这个过程经证明是 NP-完全的^[1],现在常用的方式是采用启发式的贪婪搜索得到一个次优解^[4,6]。算法的第四步要求构造一棵最优团树,即分隔节点中所包含的变量数的和最小。最后还需要给团树中的第一个节点设置它的 Φ 函数,具体设置过程见文[7]。通过构造一棵团树得到了对联合概率分布进行参数化的另一种方式,该方式避免了多连通情况下消息往复传播的问题,对联合概率分布进行参数化的目的是为了能够实现求和运算的局部化。Clique Tree Propagation 算法同 Polytree Propagation 算法一样,采用在图形结构上的消息传播机制进行运算。消息从每一个接收到证据的团节点开始向图形上的其它节点传播,在传播的过程中每次计算只使用相邻节点的 Φ 函数值。

3.3 图归约(Graph Reduction)方法

图归约方法是 Shachter 于1990年提出的一种信度网推理算法。同多树传播算法一样,图归约方法也是直接利用信度网对联合概率分布进行参数化。只是它的局部计算方式同多树不一样,它采用了节点消元的方式来模拟边缘概率的计算。假设有信度网 $B_0 = (G(V, A), P_T)$ (其中 V 为信度网节点的集合, A 为有向边的集合, P_T 为信度网条件概率表的集合),它表达如下一个联合概率分布: $P(V_1, V_2, \dots, V_n)$ 。为了计算边缘概率 $P(V_1)$,理论上讲需要对变量 $V_2, \dots, V_n$ 进行逐个求和,以消去多余的变量。该计算过程可以分为 $n-1$ 步来完成,首先对 V_n 求和(消去 V_n),然后对 V_{n-1} 求和(消去 V_{n-1}),最后对 V_2 求和(消去 V_2)。其中第一步需要 2^{n-1} 次求和运算,第二步需要 2^{n-2} 次求和运算,最后一步需要2次求和运算,其计算时间复杂度非常高。图归约方法则是利用图形消元的方式来模拟上述的求和过程。首先将 B_0 变为 $B_1 = (G'(V', A'), P'_T)$, 信度网 B_1 将表达联合概率分布: $P(V_1, V_2, \dots, V_{n-1})$;然后将 B_1 变为 $B_2 = (G''(V'', A''), P''_T)$, 信度网 B_2 将表达联合概率分布: $P(V_1, V_2, \dots, V_{n-2})$;如此变换,直到信度网

中只剩下感兴趣的节点为止(此处为 V_1)。在整个计算过程中利用图形结构特征可实现局部计算,大大提高计算效率。比如对于图1(见上篇)的信度网,假设计算中需要消去节点(随机变量) X_6 ,即将联合概率分布: $P(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$ 边缘化为 $P(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$, 采用直接计算需要2⁶次求和运算。采用图归约只需由图1所示的 B_0 转换为如图5所示的 B_1 (即简单地从原信度网中删掉节点 X_6),从而大大节省了计算时间。该算法在实现时使用了两个算子: Node Removal 和 Arc Reversal, 其中 Node Removal 对应于联合概率表的边缘化操作, Arc Reversal 主要为实现 Node Removal 提供必要的前提条件——非证据节点中无子节点的节点均可以直接删除。比如在图5所示信度网中假设需要继续消去节点 X_1 , 由于节点 X_1 不满足消元的前提条件,因此必须采用 Arc Reversal 算子对信度网结构进行变换。其变换的主要思想是改变节点间的顺序关系。在图5所示信度网中节点间的顺序关系为: X_5, X_4, X_3, X_2, X_1 , 即:

$$\begin{aligned} P(X_1, \dots, X_5) &= P(X_5 | X_4, X_3, X_2, X_1) * P(X_4 | X_3, \\ &\quad X_2, X_1) * P(X_3 | X_2, X_1) * P(X_2 | X_1) * P(X_1) \\ &= p(X_5 | X_3, X_2) * P(X_4 | X_2) * P(X_3 | X_1) * P(X_2 | \\ &\quad X_1) * P(X_1) \text{ (应用条件独立性)} \end{aligned}$$

如果将节点间的顺序变换为: X_5, X_4, X_1, X_3, X_2 (即在图形结构上将 X_1 变为 X_2 和 X_3 的子节点), 得到的计算公式如下(其图形结构如图6所示):

$$\begin{aligned} P(X_1, \dots, X_5) &= P(X_5 | X_4, X_3, X_2, X_1) * P(X_4 | \\ &\quad X_3, X_2, X_1) * P(X_1 | X_3, X_2) * P(X_3 | X_2) * \\ &\quad P(X_2) \\ &= P(X_5 | X_3, X_2) * P(X_4 | X_2) * P(X_1 | X_3, \\ &\quad X_2) * P(X_3 | X_2) * P(X_2) \text{ (应用条件独立性)} \end{aligned}$$

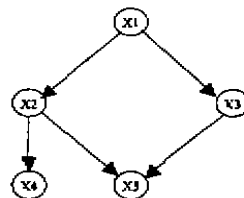


图5 删掉节点 X_6 以后的信度网结构

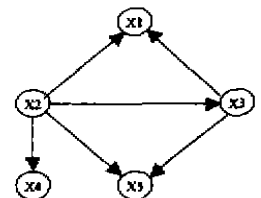


图6 Arc Reversal 后的信度网结构

得到图6所示信度网后就可以直接消去节点 X_1 以实现边缘化,而不需要求和运算。实现 Arc Reversal 步骤的关键是如何局部计算变换后的新概率值: $P(X_1 | X_3, X_2)$, $P(X_3 | X_2)$ 和 $P(X_2)$ 。其主要计算原理是采用 Bayes 原理,具体计算过程见文[19]。在一般情况下,对图7所示子结构进行 Arc Reversal 操作,将变为如图8所示的完全图结构。其变换时间是涉及节点数的指数

表达式。

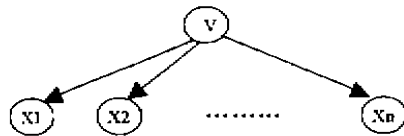


图7 Arc Reversal 前的信度网子结构

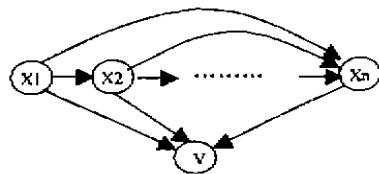


图8 Arc Reversal 后的信度网子结构

3.4 基于组合优化的方法

前面的三类方法都是利用了图形结构以寻求局部化的计算过程,而基于组合优化问题求解方法则是直接针对联合概率分布的组合爆炸问题,提出解决方案^[2,15]。该方法求解的主要思想是首先利用积链规则(Product Chain Rule)和条件独立性将联合概率分布分解为一系列条件概率表的乘积(参数化);然后在符号层面上对公式进行交换,改变求和时节点的消元顺序以及求和运算与乘积运算的先后秩序,以达到减少求和和乘积运算量的目的(见第2节例子);最后按照变换后的公式进行逐步的乘积和求和运算以得到待求结果。目前这类方法主要有 SPI 方法和桶消去(Bucket Elimination)^[6]方法。其中桶消去方法是 SPI 方法的一个子集,即寻优的方法不同,在 SPI 方法中,首先对公式变换问题进行形式化,将其定义为一个组合优化问题——最优因子分解问题(Optimal Factoring Problem, OFP)^[2]。该定义将每个条件概率表中所包含的节点(即每一个父子结构)作为原始集合。在初始情况下将有 n 个集合 $S_1, \dots, S_n$ (对应于 n 个父子结构),构成集合列表 SL。在求解时首先从 SL 中取出两个集合,对这两个集合进行组合得到一个新的集合,然后将新集合加入到原来的集合列表中。此时集合列表中将有 $n-1$ 个集合。重复上面一步直到集合列表中只有 1 个集合为止。在 OFP 的定义中为每一次组合定义了一个代价, OFP 的目的是寻找一个最优的组合过程,使得该过程中组合的总代价最小。比如在第2节的例子中,集合列表初始情况下有 6 个集合 $\{S_1: \{X_1\}, S_2: \{X_2X_1\}, S_3: \{X_3X_1\}, S_4: \{X_4X_2\}, S_5: \{X_5X_3, X_2\}, S_6: \{X_6X_5\}\}$ 。寻找到的组合顺序为:(((S1S2S3)S4)S5)S6)。它对应图9所示的计算树和第2节例子中的计

算公式。

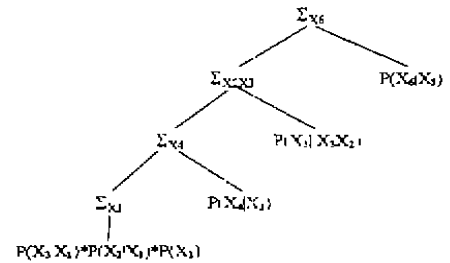


图9 信度网概率计算的计算树

SPI 方法的核心步骤是寻找一个最优的组合过程,但从另外的角度来讲该寻优过程也增加了计算时间。为此必须寻找一个高速的寻优算法。由于该寻优过程本身是一个 NP-难问题^[2],为此采用了一些启发式寻优算法以寻找次优解。目前最好的方法是集-因子分解(Set-Factoring)算法,它的寻优结果比 SPI 算法减少求和计算量平均 40% 左右。桶消去算法只是 SPI 的特例,它采用了另一种寻优算法。

4 信度网推理存在的问题

在上一节中介绍了信度网推理的常用算法,这些算法都是首先为联合概率分布寻找一种有效的参数化方式,然后基于该方式寻求计算局部化^[2,18]。其中多树传播算法直接利用信度网来对联合概率分布进行参数化,然后利用消息传播机制实现计算局部化。团树传播算法则采用另外一种图形结构——团树来表示一个联合概率分布,同样利用消息传播机制实现计算局部化,团树是一个无向树,避免了多树传播算法扩展到多连通图后消息在无向环路内往复传播的问题。图归约方法也直接采用信度网来参数化联合概率分布,然后通过删除图形中节点的办法来模拟概率的边缘化求和过程。在删除节点的过程中利用了图形结构特征,以使得删除计算局部化,基于组合优化问题的算法,采用了条件独立性来参数化联合概率分布,通过定义一个组合优化问题来寻找一个最优的乘积和求和顺序,以得到计算某概率所需的最少计算量和计算过程。从理论上讲基于组合优化问题的算法在不计寻优过程的额外开销的情况下,能够将计算量降低到最小限度。但由于该寻优过程的计算时间复杂度是 NP-难的,因此在多项式时间复杂度情况下只能寻找到一个次优解。以次优解为基础的计算效率同当前流行的团树传播算法相当^[2]。但是上面的算法都没有摆脱显式求和的计算方式,1990年 Cooper 证明^[15]在任意结构的信度网上推理计算都是 NP-难的。比如条件化方法需要对条件节点的不同组合进行加权求和,因此随着条件节点数的增

多该算法的计算时间复杂度呈指数增长。特别对于信度网中环路数较多的情况下,所需要的解环节点数会很多,而结点聚集(Node Aggregation)方法需要将信度网中出现的环路聚集成一个节点以构成单连通的图形结构。该聚集节点中的节点数越多,与该节点相关的条件概率表就越大(其项数与该聚集节点中的节点数呈指数关系),因此与该节点相关的局部计算的计算量同聚集节点中的节点数也是指数关系,而整个推理过程的计算量将同最大聚集节点中的节点数呈指数关系。在信度网中,环路越长聚集节点中的节点数越多,所以该算法不适合于出现较长环路的信度网。星形分解(Star Decomposition)方法虽然是一种很好的方法,但采用该方法必须有一个前提,即信度网必须满足星形分解判定准则。团树传播算法虽然天生避免了多连通的问题,但在生成团的过程中(见第3节),其团的选取必须满足 Maximal 条件,这导致在连接密度很高(或局部连接密度很高)的信度网网络结构中,将会出现包含大量节点的团。导致在与该团节点相关的局部计算中,其计算时间随着团节点中的节点数的增多也呈指数增长。尽管如此,该方法的适用面在很大程度上高于条件化方法和结点聚集方法。由于该方法基于了一个更简单的图形结构——树,其灵活性和适应面都比较好,为此一些基于其它图形结构如:影响图(Influence Diagram)的推理也转换到团树上进行^[3]。目前针对该方法更进一步提出了一些加速推理的措施,比如:惰性传播(Lazy Propagation)等^[13,14,17]。图归约方法采用了简单的删除节点来实现需要大量计算才能达到的概率边缘化计算,但节点的删除需要一定的条件,为满足该条件需要进行 Arc Reversal 操作。但 Arc Reversal 操作的时间随着子结构中涉及的节点数的增多呈指数增长(见第3节)。基于组合优化的方法能够使计算时间缩短到最小限度,其计算时间取决于问题领域本身的复杂性。由于概率问题的组合本质,该算法也免不了指数计算时间复杂度的厄运,目前也采用其它的一些措施(如增量计算等方法^[12])来加速实际问题中的推理计算。同时也可根据不同算法对信度网网络结构的不同适应性,寻找一些综合算法以加快推理速度^[23,30]。关于上面一些算法的实验比较结果请参阅文[11]。

由于实际情况下,信度网的结构往往并不是很复杂(除特殊应用如 QMR(Quick Medical Reference——含有600种疾病和4000种症状的大型信度网)等外),因此这些算法在大多数情况下能够在人们可以忍耐的时间内完成推理计算。目前已开发出了一些系统,它们分别采用了一些主要的推理算法。在这些算法中,应用最广泛的是 Jensen 提出的连接树传播算法。

结束语 由于精确计算概率值必须实施显式的求和运算,其计算时间复杂度是 NP-难的,为此有许多学者提出了一些近似计算概率值的方法,这些方法要么避免了显式的求和运算,要么只进行部分的显式求和运算以提高计算速度,其计算结果将得到在一定误差范围内的待求概率近似值。在作者下一篇文章中将介绍该类算法的分类和主要思想。

参考文献

- 1 Amborg S, Corneli D G, Proskurowski A. Complexity of finding embeddings in a k-tree. *SIAM J. Alg. Disc. Meth.*, 1987, 8: 277~284
- 2 Li Zhaoyu, D'Ambrosio B. Efficient Inference in Bayes Networks As A Combinatorial Optimization Problem. *International Journal of Approximate Reasoning*, 1994
- 3 Andersen S K, et al. HUGIN-A shell for building Bayesian belief universes for expert systems. In: *Proc. of the 11th intl joint conf. on artificial intelligence*. Morgan Kaufmann, San Mateo. Also reprinted in Shafer and Pearl, 1990. 1080~1085
- 4 Becker A, Geiger D. A sufficiently fast algorithm for finding close to optimal junction trees. In: *Proc. of 12th Uncertainty in Artificial Intelligence*. 1996
- 5 Cooper G F. Computational complexity of probabilistic inference using Bayesian [Becker and Geiger 1996] Ann Becker and Dan Geiger, A sufficiently fast algorithm for finding close to optimal junction trees. In: *Proc. of 12th Uncertainty in Artificial Intelligence*. 1996
- 6 Dechter R. Bucket Elimination: A unifying Framework for probabilistic inference. In: *Proc. 12th Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence*. Portland, OR, 1996. 211~219
- 7 Huang Cecil, Darwiche A. Inference in Belief Networks: A Procedural Guide. *International Journal of Approximate Reasoning*, 1994, 11: 1~156
- 8 Jensen F, Jensen F V, Dittmer S L. From influence diagram to junction tree. In: *the 10th Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence*. 1994
- 9 Jensen F V, Lauritzen S L, Olesen K G. Bayesian updating in causal probabilistic networks by local computation. *Computational Statistics Quarterly*, 1990, 4: 269~282
- 10 Lauritzen S L, Spiegelhalter D J. Local computations with probabilities on graphical structures and their application to expert systems (with discussion). *J. Roy. Stat. Soc. Ser.*, 1988, B50(2): 157~224
- 11 Lepar V, Shenoy P P. A comparison of Lauritzen and Spiegelhalter, Hugin and Shafer and Shenoy architectures for computing marginals of probability distributions. In: Cooper G, Moral S, eds. *Proc. of the Fourteenth Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence*. Morgan Kaufmann Publishers, 1998. 328~337

(下转第84页)

2)多 QoS 约束的 port-to-port 度量计算;3)拓扑汇集误差界定或衡量标准;4)路由域间的路由算法的协调,及其对路由性能的影响(是否好于静态路由);5)保险路由和多路径路由如何在拓扑汇集中应用;6)计算减少和 Crankback 技术如何相互影响,能否混合使用;7)cache Crankback 是否可行,如果可行,cache 多长时间?8)组播机制对路由性能的影响。

参考文献

- 1 Kleinrock L, Kamoun F. Hierarchical routing for large networks: Performance evaluation and optimization. Computer Networks, 1977
- 2 Iwata A, et al. QoS aggregation algorithms in hierarchical ATM networks. In: Proc. of the Intl. Conf. on Communications, 1998
- 3 Zhang L, et al. A performance comparison of competitive on-line routing and state-dependent routing. In: Proc. of GLOBECOM97. 1997. 1813~1819
- 4 Lee W C. Topology aggregation for hierarchical routing in ATM networks. ACM Computer Communication Review, 1995, 25(2)
- 5 Hao F, Zegura E W. On scalable QoS routing: performance evaluation of topology aggregation. [Technical Report GIT-CC-99-04]. College of Computing, Georgia Tech, 1999
- 6 Breslau L M. Adaptive source routing of real-time traffic in integrated services networks. [PhD thesis]. University of Southern California, December 1995
- 7 Rexford S J, Shin K. Dynamics of quality-of-service routing with inaccurate link-state information. [Technical Report CSE-TR-350-97]. Computer Science and Engineering Division, Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of Michigan, November 1997
- 8 Apostolopoulos G, et al. Quality of service based routing: a performance perspective. In: Proc. of ACM SIGCOMM'98 Conference, September 1998
- 9 Apostolopoulos G, et al. Improving QoS routing performance under inaccurate link state information. In: Proc. of the 16th International Teletraffic Congress
- 10 Bahk S, Zarki M E. Dynamic multi-path routing and how it compares with other dynamic routing algorithms for high speed wide area networks. In: Proc. of ACM Sigcomm, August 1992
- 11 Ma Q, Steenkiste P. On path selection for traffic with bandwidth guarantees. In: Proc. of IEEE Intl Conf. on Network Protocols, Atlanta, GA, October 1997
- 12 Rexford S J, Shin K. Efficient precomputation of quality-of-service routes. In: Proc. Workshop on Network and Operating Systems Support for Digital Audio and Video, 1998. 15~27
- 13 Apostolopoulos G, Tripathi S. On reducing the cost of on-demand QoS path computation. In: Proc. of the Sixth Intl. Conf. on Network Protocols, October 1998
- 14 ATM Forum. Private Network-Network Interface specification version 1.0. [Technical Report af-pnni-055.000]. ATM Forum, March 1996. 14
- 15 Crawley E, et al. A framework for QoS-based routing in the Internet. [Technical report, RFC 2386]. August 1998
- 16 Hao F, Zegura E W, Bhatt S. Performance of the PNNI protocol in large networks. In: 1998 IEEE ATM Workshop Proceedings, 1998. 315~323
- 17 Hao F, Zegura E W. On scalable QoS routing: performance evaluation of topology aggregation. [Technical Report GIT-CC-99-04]. College of Computing, Georgia Tech, 1999
- 18 Madsen A L, et al. Independence of causal influence and lazy propagation. In: Proc. 5th European Conf. on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty. London, UK, 1999. 293~304
- 19 Madsen A L, Jensen F V. Lazy propagation in junction trees. In: Cooper G F, Moral S, eds. Proc. of the Fourteenth Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence. Morgan Kaufmann Publishers, 1998. 362~369
- 20 Madsen A L, Jensen F V. Lazy propagation: A junction tree inference algorithm based on lazy evaluation. Artificial Intelligence, 1999, 113: 203~245
- 21 Shachter R, et al. Symbolic probabilistic inference in belief networks. In: Proc. Eighth National Conf. on AI. AAAI, August 1990. 126~131
- 22 Shoikhet K, Geiger D. A partial algorithm for finding optimal triangulations. In: Proc of AAAI-97
- 23 Zhang N L, Yan L. Independence of causal influence and clique tree propagation. In: Proc. 13th Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence, Providence, RI, 1997. 472~480
- 24 Zhang N L, Poole D. A simple approach to Bayesian network computation
- 25 Shachter R. Probabilistic Inference and Influence Diagrams. Operations Research, 1988, 36: 589~605
- 26 刘启元, 张璐, 沈一棟. 信度网推理——方法及问题(上). 计算机科学, 2001, 28(1)

(上接第118页)

- 12 Madsen A L, et al. Independence of causal influence and lazy propagation. In: Proc. 5th European Conf. on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty. London, UK, 1999. 293~304
- 13 Madsen A L, Jensen F V. Lazy propagation in junction trees. In: Cooper G F, Moral S, eds. Proc. of the Fourteenth Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence. Morgan Kaufmann Publishers, 1998. 362~369
- 14 Madsen A L, Jensen F V. Lazy propagation: A junction tree inference algorithm based on lazy evaluation. Artificial Intelligence, 1999, 113: 203~245
- 15 Shachter R, et al. Symbolic probabilistic inference in belief

- 16 networks. In: Proc. Eighth National Conf. on AI. AAAI, August 1990. 126~131
- 17 Shoikhet K, Geiger D. A partial algorithm for finding optimal triangulations. In: Proc of AAAI-97
- 18 Zhang N L, Yan L. Independence of causal influence and clique tree propagation. In: Proc. 13th Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence, Providence, RI, 1997. 472~480
- 19 Zhang N L, Poole D. A simple approach to Bayesian network computation
- 20 Shachter R. Probabilistic Inference and Influence Diagrams. Operations Research, 1988, 36: 589~605
- 21 刘启元, 张璐, 沈一棟. 信度网推理——方法及问题(上). 计算机科学, 2001, 28(1)