

关于 Vague 集概念的一点注记^{*}

A Note on the Concept of Vague Sets

张 卓

陈世权

(暨南大学华文学院 广州510630) (五邑大学智能技术与系统研究所 广东江门 529020)

Abstract Gan W. L. and Daniel J. B. discussed the concept of Vague Sets at 1993^[1]. Actually, such concept was first introduced by Ren P. at 1990, i. e. Generalized Fuzzy Sets^[2]. Some historical backgrounds are given.

Keywords Fuzzy sets, Vague sets, Generalized fuzzy sets

1. 中国台湾学者 Wen-Lung Gan 与 Daniel J. Buehrer 于 1993 年引入了所谓 Vague 集的概念^[1]. 按照文[1], 论域 X 中的一个 Vague 集 V 是由 X 到 $[0, 1]$ 的两个映射 t_v 与 f_v 所确定:

$$t_v(x) + f_v(x) \leq 1, \forall x \quad (1)$$

$t_v(x)$ 表示支持“ x 属于 V ”成立的程度, 称为真隶属函数; $f_v(x)$ 表示反对“ x 属于 V ”成立的程度, 称为假隶属函数. 在此基础上, Gan 等讨论了 Vague 集的包含关系, 并、交、补运算及其简单性质.

然而, 应该指出, 早在 1990 年, 上述所谓 Vague 集的概念已被大陆学者任平所给出^[2]. 在文[2]中, 任平提出了广义模糊集的概念, 它是由一对隶属函数 $u_A^-(x)$ 与 $u_A^+(x)$ 所确定. 确切地说, $u_A^-(x)$ 表示 x 属于 A 的程度, 即命题“ x 属于 A ”的真值; $u_A^+(x)$ 表示命题“ x 属于 A ”的假值, 即从另一角度看 x 不属于 A 的程度. 两个隶属函数 u_A^-, u_A^+ 自然满足

$$0 \leq u_A^-(x) \leq 1, 0 \leq u_A^+(x) \leq 1, \forall x \quad (2)$$

与文[1]有所不同, 文[2]对广义模糊集的隶属函数 $u_A^-(x)$ 、 $u_A^+(x)$ 未作其它进一步的限制. 特别是, 允许

$$u_A^-(x) + u_A^+(x) \geq 1 \quad (3)$$

成立, 并把它称为信息冗余. 相应地, 式(1)则称为信息不足. 事实上, 广义模糊集或称 Vague 集的一些基本性质的推导如交、并、补运算的交换律、结合律、分配律、德·摩根律、双重否定律、两极律、等幂律, 本质上并不依赖于式(1)或(3). 从应用的角度, 对 $u_A^-(x)$ 、 $u_A^+(x)$ 附加式(1)或(3)的条件也是不必要的. 例如, 对两个备选方案的选择, 若要求投票人二者必选其一且只能选其一, 则为常规情况; 若要求二者中只能选其一(允许都不选), 则为信息不足情况; 若要求二者至少选其一(允许二者都选), 则为信息冗余情况.

2. 1992 年, 吴望名在文[3]中进一步考察了文[2]意义下的广义模糊集, 说明它实际上是 K. T. Atanassov 在 1986 年引入的直觉模糊集(Intuition fuzzy sets)的推广, 并指出广义模糊集 A 可转化为区间值模糊集(IVFS) $\bar{A} = [A^-, A^+]$, 只需令

$$A^-(x) = \begin{cases} u_A^-(x), & \text{当 } u_A^-(x) + u_A^+(x) \leq 1 \\ 1 - u_A^+(x), & \text{当 } u_A^-(x) + u_A^+(x) > 1 \end{cases}$$

$$A^+(x) = \begin{cases} 1 - u_A^-(x), & \text{当 } u_A^-(x) + u_A^+(x) \leq 1 \\ u_A^+(x), & \text{当 } u_A^-(x) + u_A^+(x) > 1 \end{cases}$$

关于 IVFS 的进一步讨论, 可参看文[3].

3. 用一对而不是一个隶属函数来描述一个集合, 其原始思想来自模糊集论中的重于关系, 这是刘应明在 1984 年引入的^[4], 重于关系在模糊集论的研究中具有基本意义.

一些人工智能学者早就注意到, 描述概念存在着不同于内涵和外延的第三种办法. 事实上, 有一个概念, 相应地就应有一个对象的集合. 例如, 有狗的概念, 就有全部狗的集合. 给这个集合下定义有两个办法. 一是把狗的性质一个一个地叙述出来, 狗有四只脚、大约多重等等, 即用集合的内涵给集合下定义. 另一办法则是把所有的狗都列举出来, 即用外延给集合下定义. 原则上说, 这两种方法电子计算机都能做到. 但是, 日本的渡边慧指出, 母亲把狗的概念教给孩子却不采用经典数学的上述两种方法, 内涵和外延都没有给出, 只说这是狗、那不是狗, 让孩子看几次以后, 区别就清楚了. 这样, 母亲没有把全世界的狗都领给孩子看, 也没有给孩子讲清狗的严格定义, 而只靠极少数几个实例代表全体, 就教会了孩子掌握狗的概念. 这是一种不同于内涵和外延的第三种方法. 渡边慧甚至认为: “这是人类思考事物的独特的特点”^[5].

从这一思路出发, 文[5]构造了一个以重于关系为基础的决策模式, 即增加一个参加系统, 不仅从正面, 而且要从反面考察同一问题从而使人的主观思维活动更加切合客观实际. 例如, 考察某个备选的投资方案是否符合要求, 既要看看它的有利条件, 也要看它的不利条件; 评价一位管理人员是否胜任某项任务, 既要看看他的优点, 也要看他的缺点, 在多数情况下, 有利条件和不利条件、长处和短处、优点和缺点, 并不是“互补”的, 单看一个方面, 难以做出正确评价. 反映在模糊集概念的描述, 这就导出了所谓广义模糊集.

4. 对这类比 Zadeh 意义下的模糊集更为广泛的集合的准确定名, 值得商榷. 文[1]称为 Vague 集, 虽无可不可, 但 Fuzzy 与 Vague 在语义上的区别难以反映两种集合的异同. 有人将 Vague 集汉译为朦胧集, 似有不妥. 因为, 在模糊集论的早期文献中, 已将集的二元对定义为 flou set, 而译成朦胧集^[6]. [2]将之称为广义模糊集, 或许过于宽泛. 为避免误解, 不妨就简单地把它称为 L -模糊集, 其中 $L = [0, 1] \times [0, 1]$, 在数学文献中, L -模糊集的概念已被广泛应用.

参 考 文 献

- 1 Gan Wen-Lung, Daniel J B. Vague sets, IEEE Transaction on SMC, 1993, 23(2): 610~614 或见李凡, 等. Vague 集. 计算机科学, 2000, 27(9): 12~14
- 2 Ren P. Generalized Fuzzy Sets and Representation of Incomplete Knowledge. Fuzzy Sets and Systems, 1990, 36: 91~96
- 3 吴望名. 区间值模糊集和区间值模糊推理. 模糊系统与数学, 1992, 2(6): 38~47
- 4 刘应明. Fuzzy 集论中邻属关系的分析. 数学年刊, 1984(4): 461~466
- 5 Ren Ping. A kind of decision making model based on coincidence relation. Preprints of 2nd IFSA Congress, Tokyo, 1987. 564~567 或见任平. 模糊信息处理的数学基础. 贵州科技出版社, 1995
- 6 C V 尼古塔, 等. 模糊集在系统分析中的应用. 湖南科技出版社, 1980

^{*} 本文得到国家自然科学基金项目(60075014)资助. 张 卓 讲师, 研究方向为模糊数学. 陈世权 研究员, 研究方向为模糊信息处理.