

遗传算法在多目标决策中的应用研究

An Application of Genetic Algorithm in Multi-Objective Decision-Making

石连栓¹ 达林² 戎卫东²(天津职业技术师范学院计算机系 天津 300222)¹ (内蒙古大学数学系 呼和浩特 010021)²

Abstract In this paper, Genetic Algorithm is used to solve multiobjective optimization. We mainly consider the algorithm to get Pareto optimal solution of multiobjective optimization, and the cone-order is used in algorithm procedure. Under the guidance of the schema theorem, cone order is used to decide the chromosome to go to the copy pool. Several examples show the algorithm is efficiency when it is used to solve multiobjective optimization.

Keywords Multi-objective optimization, Pareto optimal solution, Genetic algorithm, Cone order

1 引言

多目标优化是实践中广泛存在的一种优化问题,其理论研究已经取得了一些进展,但是在算法上还不太成熟。一种求解方法是将各个目标加权,从而将多目标问题转化为单目标问题。另一种方法是求多目标规划问题的非劣解(Pareto 意义下的最优解),供决策者从中选择。本文主要讨论如何求解多目标优化问题的 Pareto 有效解。现在,考虑如下带有等式约束和不等式约束的多目标优化问题。

$$\min(f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x))^T,$$

$$(VP) \quad s. t. g_i(x) \geq 0, i=1, 2, \dots, m$$

$$h_j(x) = 0, j=1, 2, \dots, l$$

其中:可行域 $D = \{x \in E^n | g_i(x) \geq 0, h_j(x) = 0\}$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 。

如何表示多个目标之间的关系,在算法实践中就成为一个难点,但同时也是重点。Goldberg 等提出一种 Pareto 排序算法^[1~3],其困难是计算量较大,效率较低,而且采用这种方法难以体现出遗传算法较其它算法的优越性和模式定理在遗传算法设计中的原则性、指导性意义。

2. 多目标规划解的概念

2.1 有效解的概念

设 $x^* \in D$, 如果不存在 $x \in D$, 使得

$$f(x) \leq f(x^*) \quad (\text{或 } f(x) < f(x^*))$$

则称 x^* 是 (VP) 的有效解(或弱有效解), 全体有效解集记作 R_{eff} (或弱有效点集 R_{wep})。

尽管多目标优化问题有各种意义下的最优解,但在应用中,重要的还是有效解和弱有效解。

2.2 有效解的几何刻画^[4]

为了更好地研究有效点和弱有效点的几何特征,给出有效点和弱有效点的直观概念,从而在算法设计时,方便地进行有效解的判断,这里给出锥的概念。

分别称集合 $E_+^n = \{x \in E^n | x \geq 0\}$ 为正锥; $E_{++}^n = \{x \in E^n | x > 0\}$ 为严格正锥。可以看出,若 $n=2$, E_+^n , E_{++}^n 分别是第一象限“带边”和“不带边”的点。

设 $x^0 \in X \subseteq E^n$, 容易证明:

$$(1) x^0 \in E_{\text{wep}} \Leftrightarrow X \cap (x^0 - E_+^n) = \{x^0\}$$

$$(2) x^0 \in E_{\text{wep}} \Leftrightarrow X \cap (x^0 - E_{++}^n) = \emptyset$$

这是有效点和弱有效点的几何特征,本文在遗传算法的设计中正是利用了锥的概念,并在模式定理的基础上,保证了遗传样本在遗传过程中的进化。

3. 算法

本文所用的遗传算法将锥的概念引入到算法中,以便求解极大化和极小化问题,另外不再删去染色体,而是将较好的染色体尽可能加以复制,以体现出遗传算法的优越性,这里以极小化为例。

适应值的确定:在编码时使用二进制串,直接以目标函数为适应值函数。

复制过程:每一次复制时,对于当前代中的任一染色体,记作染色体 1。对染色体 1 通过适应值函数得到该染色体的目标向量,若存在另一个染色体 2, 它的目标向量在染色体 1 的目标向量的正锥中,则染色体 1 不是当前的最优解,染色体 1 由染色体 2 代替。对所有的染色体进行一次判断,每次用得到的第一个比它优的染色体代替其本身,若当前代中不存在比它优的染色体,那么,它被保留并直接被复制到复制池中,这样就得到了复制池中的所有染色体,并保证了适应值高于平均适应值的染色体在复制过程中,按指数方式被采样。

杂交过程:采用通常的杂交算子,将染色体由随机发生器产生的位置取为杂交点,然后作一一交换。

变异过程:对于染色体中随机得到的位置采用变异算子,由于采用的是二进制染色体,因此对随机得到的染色体进行 0-1 交换。

经过一次(200 代)运算得到的 Pareto 最优解数量比较少,须采用循环的方式,尽管每次得到的解都不一样,但这种方法可以得到较多的 Pareto 最优解。 n 表示循环的次数, maxng 表示每一次循环中进化的最大代数, Flag 表示在一次循环中进化的代数。算法步骤如下:

- 1) 初始化(群体数,最大代数,杂交率,变异率), $\text{Flag} = 0$;
- 2) 随机生成二进制染色体;
- 3) 进行复制,杂交,变异运算;
- 4) $\text{flag} = \text{flag} + 1$;
- 5) if $\text{flag} < \text{maxng}$ goto 3;

* 天津市教委科研项目(20010210)。石连栓 教授,博士后,主要从事智能型算法的研究和基于流通领域的管理信息系统的研制与开发。

- 6) $n=n+1$;
7) if $n < 20$ Goto 2.

4. 试验与结果

在本文的算例中,群体数均取为 200,最大代数均取为 100,杂交率取为 0.2,变异率取为 0.02。

例 1 考虑带有两个目标值的约束多目标规划问题,
 $\min_{x \in D} f(x) = (f_1(x), f_2(x))^T$

其中:

$$f_1(x) = x_1 + 2x_2, f_2(x) = -x_1 - x_2,$$

$$D = \{(x_1, x_2)^T | 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1\}$$

利用本文的算法,得出的有效解集如图 1 所示,其中折线表示的是 Pareto 有效解集,* 表示用本算法求出的有效解,从图形中可以看出用本算法得到的有效解集比较接近 Pareto 有效解集。

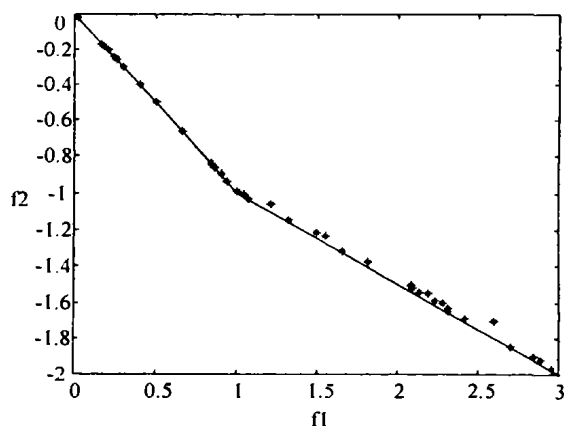


图 1 Pareto 有效解

例 2 $\max f(x) = (f_1(x), f_2(x))^T$, 其中:

$$f_1(x) = -x_1^2 + x_2$$

$$f_2(x) = x_1/2 + x_2 + 1$$

$$\text{s. t. } x_1 + x_2 - 13/2 \leq 0$$

$$x_1/2 + x_2 - 15/2 \leq 0$$

$$5x_1 + x_2 - 30 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

利用本文的算法,得出的有效解集如图 2 所示,其中 * 表示所求的有效解。

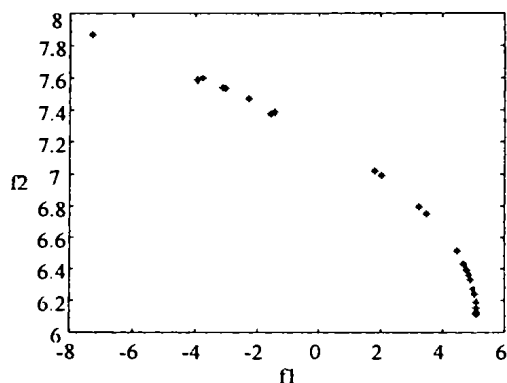


图 2 Pareto 有效解集

例 3 考虑下面约束多目标规划问题

$$\min f(x) = (f_1(x), f_2(x))^T$$

$$f_1(x) = x^3 + 3x^2 - 9x, f_2(x) = x^2 - 6x + 15$$

在文[5]中,利用模拟退火算法,得到两组 Pareto 最优解 $(-3.98, 8.58)$, $(-4.57, 9.24)$, 在图 3 中用 + 号表示,而用本算法得到的 Pareto 最优解集如下: $(11.875, 6.25)$, $(14.456, 6.16)$, $(-5, 10)$, $(-4.939, 9.61)$, $(2, 7)$, $(-4.752, 9.24)$, $(3.951, 6.81)$, $(27, 6)$, $(9.504, 6.36)$, $(20.272, 6.04)$, $(-3.976, 8.56)$, $(5.368, 6.64)$, $(7.337, 6.49)$, $(-1.717, 7.69)$, $(30.721, 6.01)$, $(-0.869, 14.41)$, $(-4.941, 10.41)$, $(-0.648, 7.44)$, $(-4.433, 8.89)$, $(17.253, 6.09)$, $(-3.625, 12.25)$, $(20.272, 6.04)$, $(23.519, 6.01)$ 。在图中用圆点表示。本算法得到的 Pareto 最优解在一条光滑的曲线上,而文[5]得到的 Pareto 最优解在该曲线上。

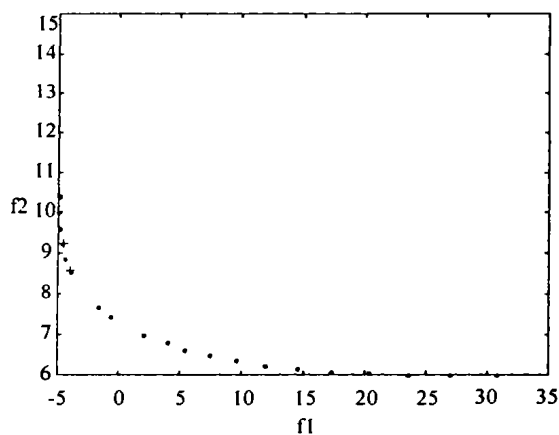


图 3 Pareto 有效解集

结束语 通过算例可以看出,本算法能够有效地寻找到较多的 Pareto 最优解,因此本文所提出的方法在求解多目标规划问题时是有效的。

参考文献

- 1 Horn J, Nafpliotis N, Goldberg D E. Aniched Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization. In: Proc. of 1st IEEE Conf. on Evolutionary Computation. 1994. 82~87
- 2 Srinivas N, Deb K. Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithm. Evolutionary Computation, 1994, 2(3): 221~248
- 3 Fonseca C M, Fleming P J. An Overview of Evolutionary algorithms in Multiobjective Optimization. Evolutionary Computation, 1995, 3(1): 1~16
- 4 施光燕, 董加礼. 最优化方法[M]. 高等教育出版社, 2000
- 5 马良. 无约束多目标优化问题的算法. 计算机工程与应用, 1997. 4
- 6 刘勇, 康立山, 陈毓屏. 非数值并行算法[M]. 科学出版社(第二册), 2000
- 7 胡静, 李金龙, 曹先彬. 模拟退火算法与遗传算法结合及多目标优化求解研究. 计算机软件, 2000. 19~23