

离散时延双神经网络的渐近稳定性^{*}李绍文^{1,2} 李绍荣³ 廖晓峰⁴(西南财经大学数学系 成都610074)¹ (电子科技大学电子工程学院 成都610054)²(电子科技大学光电信息学院 成都610054)³ (重庆大学计算机学院 重庆400030)⁴

Asymptotic Stability Criteria for a Two-Neuron Network with Different Time Delays

LI Shao-Wen^{1,2} LI Shao-Rong³ LIAO Xiao-Feng⁴(Department of Maths, Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu 610074)¹(College of Electronic Engineering, UEST of China, Chengdu 610054)²(College of Photoelectric Information, UEST of China, Chengdu 610054)³ (College of Computer, Chongqing University, Chongqing 400044)⁴

Abstract New sufficient conditions for the asymptotic stability of a two-neuron network with different time delays are derived. These conditions lead to delay-dependent and delay-independent asymptotic stability. Our results are shown to be less conservative and restrictive than those reported in the literature. Some examples are given to illustrate the correctness of our results.

Keywords Neural networks, Time delay, Asymptotic stability, Nyquist criterion

1 引言

神经网络是复杂且大规模的非线性动力学系统,而引入时延则神经网络的动态行为更加复杂^[1-13]。为了简化,人们主要研究简单系统的动力学行为。这些研究对复杂的大型网络上也很有用。Gopalsamy 和 Leung 提出了一种神经元模型,通过构造 Lyapunov 函数可以证明对于时延的任何值其平衡点都是渐近稳定的,称之为 Gopalsamy 神经元模型。廖晓峰教授等研究了连续时延以及离散时延的 Gopalsamy 神经元模型的局部稳定性,给出了当激活函数非单调时的局部稳定性条件^[6]。根据稳定性准则是否依赖于时延的参数变量,时延系统的稳定性准则分为两类,即独立于时延和依赖于时延的准则。

本文研究离散时延双神经网络的渐近稳定性,得到了独立于时延和依赖于时延渐近稳定性的充分条件,这些结论比在文[8]中给出的结果更好,然后给出了一些例子说明我们的结论。

2 神经网络模型和依赖于时延的稳定性准则

考虑下面的离散时延双神经元系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + a_1 \tanh [x_2(t) - b_2 x_2(t-\tau)] \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) + a_2 \tanh [x_1(t) - b_1 x_1(t-\sigma)] \end{cases} \quad (1)$$

其中 a_1, a_2, b_1 和 b_2 是任意实数。在这个模型中, x_1 和 x_2 分别表示神经元的状态,而 a_1 和 a_2 分别对应于连续变量的变化范围。并且 b_1 和 b_2 表示过去对当前状态影响的大小。双曲正切函数中的变量 x_1 和 x_2 表示局部正反馈。在生物学的文献中,这种反馈被称为反射。在人工神经网络有关文献中,这被当作其它神经元来的刺激。对系统(1)式作如下变换:

$$\begin{cases} y_1(t) = x_1(t) - b_1 x_1(t-\sigma) \\ y_2(t) = x_2(t) - b_2 x_2(t-\tau) \end{cases} \quad (2)$$

则系统(1)式化为:

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = -y_1(t) + a_1 \tanh [y_2(t)] - a_1 b_1 \tanh [y_2(t-\sigma)] \\ \dot{y}_2(t) = -y_2(t) + a_2 \tanh [y_1(t)] - a_2 b_2 \tanh [y_1(t-\tau)] \end{cases} \quad (3)$$

根据文[8]的结论,称 $(0, 0)$ 是系统唯一的平衡点,是指

$$a_1 a_2 (1 - b_1)(1 - b_2) \leq 1 \quad (4)$$

线性化系统相应的特性方程是:

$$F(s) = (s+1)^2 - a_1 a_2 (1 - b_1 e^{-\sigma s})(1 - b_2 e^{-\tau s}) = 0 \quad (5)$$

系统在 $(0, 0)$ 点局部渐近稳定的充分必要条件是 $F(s)$ 的所有零点都具有负实部。由于 $F(s)$ 的极点个数是零,由奈奎斯特理论知,如果 s 环绕右半复平面绕行一周,那么曲线 $F(s)$ 绕原点旋转的次数等于 $F(s)$ 在右半复平面上零点的个数。

因此,在 $(0, 0)$ 点局部渐近稳定的条件为:

$$(i) F(0) = 1 - a_1 a_2 (1 - b_1)(1 - b_2) > 0,$$

$$\text{即 } a_1 a_2 (1 - b_1)(1 - b_2) < 1,$$

(ii) 曲线 $F(iv)$, $v \in (-\infty, +\infty)$ 绕原点旋转的次数等于零。

令 $s = iv$, 并将等式(5)中实部和虚部分离,得:

$$\operatorname{Re} F(iv) = -v^2 + 1 - a_1 a_2 + a_1 a_2 b_1 \cos(\sigma v) + a_1 a_2 b_2 \cos(\tau v) - a_1 a_2 b_1 b_2 \cos[(\sigma + \tau)v] \quad (6)$$

$$\operatorname{Im} F(iv) = 2v - a_1 a_2 b_1 \sin(\sigma v) - a_1 a_2 b_2 \sin(\tau v) + a_1 a_2 b_1 b_2 \sin[(\sigma + \tau)v] \quad (7)$$

$$\text{如果 } \frac{d}{dv} \operatorname{Im} F(iv) \geq 0. \quad (8)$$

那么曲线 $F(iv)$, $v \in (-\infty, +\infty)$ 绕原点旋转的次数等于零。

定理1 令 $a_1 a_2 (1 - b_1)(1 - b_2) < 1$, 如果

$$\sigma + \tau \leq \frac{2}{|a_1 a_2| [\max(|b_1|, |b_2|) + |b_1 b_2|]} \quad (9)$$

其中 $\sigma \geq 0$ 和 $\tau \geq 0$, 则平衡点 $(0, 0)$ 局部渐近稳定。

证明: 对等式(7)两边关于 v 求导

$$\frac{d}{dv} \operatorname{Im} F(iv) = 2 - a_1 a_2 b_1 \sigma \cos(\sigma v) - a_1 a_2 b_2 \tau \cos(\tau v) + a_1 a_2 b_1 b_2 (\sigma + \tau) \cos[(\sigma + \tau)v] \quad (10)$$

^{*} 国家自然科学基金(60271019),教育部博士点基金(20020611007)和重庆科委应用基础研究(7370)资助。

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\nu} \operatorname{Im} F(i\nu) &\geq 2 - |a_1 a_2 b_1 \sigma| - |a_1 a_2 b_2 \tau| - |a_1 a_2 b_1 b_2 (\sigma + \tau)| \\ &\geq 2 - |a_1 a_2| [\max(|b_1|, |b_2|) + |b_1 b_2|] (\sigma + \tau) \end{aligned} \quad (11)$$

这样,如果

$$\sigma + \tau \leq \frac{2}{|a_1 a_2| [\max(|b_1|, |b_2|) + |b_1 b_2|]} \quad (12)$$

那么曲线 $F(i\nu)$, $\nu \in (-\infty, +\infty)$ 绕原点旋转的次数等于零。

注1:在文[8]的定理1中,渐近稳定性条件是:

$$a_1 a_2 (1 - b_1)(1 - b_2) < 1$$

$$\text{并且 } \sigma + \tau \leq \frac{2}{|a_1 a_2| [|b_1| + |b_2| + |b_1 b_2|]}.$$

显然,式(9)给出的条件比这个条件更宽。

3 与时延无关的局部稳定准则

由于 $a_1 a_2 (1 - b_1)(1 - b_2) \neq 1$, 则只有当某些 ν 的值使得 $\operatorname{Re} F(i\nu) = 0$ 且 $\operatorname{Im} F(i\nu) = 0$ 时,才会影响 $(0, 0)$ 点稳定性。将研究 $(0, 0)$ 与任意的 σ 和 τ 无关的稳定性准则。

假定 $\hat{\sigma}, \hat{\tau}, \hat{\nu}$ 满足 $\operatorname{Re} F(i\nu) = 0$ 和 $\operatorname{Im} F(i\nu) = 0$, 即

$$\hat{\nu}^2 - 1 + a_1 a_2 + a_1 a_2 b_1 b_2 \cos[(\hat{\sigma} + \hat{\tau})\hat{\nu}] = a_1 a_2 b_1 \cos(\hat{\sigma}\hat{\nu}) + a_1 a_2 b_2 \cos(\hat{\tau}\hat{\nu}) \quad (13)$$

$$2\hat{\nu} + a_1 a_2 b_1 b_2 \sin[(\hat{\sigma} + \hat{\tau})\hat{\nu}] = a_1 a_2 b_1 \sin(\hat{\sigma}\hat{\nu}) + a_1 a_2 b_2 \sin(\hat{\tau}\hat{\nu}) \quad (14)$$

将等式(13)和(14)两端同时平方并相加,再作一些简化,则得到关于 $\hat{\sigma}, \hat{\tau}, \hat{\nu}$ 的如下方程:

$$\begin{aligned} \hat{\nu}^4 + [4 - 2(1 - a_1 a_2)]\hat{\nu}^2 + [(1 - a_1 a_2)^2 + (a_1 a_2)^2 (b_1^2 b_2^2 - b_1^2 - b_2^2)] \\ = -2a_1 a_2 b_1 b_2 (\hat{\nu}^2 - 1 + a_1 a_2) \cos[(\hat{\sigma} + \hat{\tau})\hat{\nu}] - 4a_1 a_2 b_1 b_2 \hat{\nu} \sin[(\hat{\sigma} + \hat{\tau})\hat{\nu}] + 2(a_1 a_2)^2 b_1 b_2 \cos[(\hat{\sigma} - \hat{\tau})\hat{\nu}] \end{aligned} \quad (15)$$

注意到方程(15)右端等于

$$-2a_1 a_2 b_1 b_2 \sqrt{(\hat{\nu}^2 - 1 + a_1 a_2)^2 + 4\hat{\nu}^2} \sin[(\hat{\sigma} + \hat{\tau})\hat{\nu} + \theta] + 2(a_1 a_2)^2 b_1 b_2 \cos[(\hat{\sigma} - \hat{\tau})\hat{\nu}] \quad (16)$$

其中 θ 满足

$$\tan \theta = \frac{\hat{\nu}^2 - 1 + a_1 a_2}{2\hat{\nu}} \quad (17)$$

可见,方程(15)右端总是小于下式:

$$2|a_1 a_2 b_1 b_2| \sqrt{(\hat{\nu}^2 - 1 + a_1 a_2)^2 + 4\hat{\nu}^2} + 2(a_1 a_2)^2 |b_1 b_2| \quad (18)$$

因此,如果不等式

$$\begin{aligned} z^4 + [4 - 2(1 - a_1 a_2)]z^2 + [(1 - a_1 a_2)^2 + (a_1 a_2)^2 (b_1^2 b_2^2 - b_1^2 - b_2^2)] \\ > 2|a_1 a_2 b_1 b_2| \sqrt{(z^2 - 1 + a_1 a_2)^2 + 4z^2} + 2(a_1 a_2)^2 |b_1 b_2| \end{aligned} \quad (19)$$

对所有 $z \in (0, +\infty)$ 都成立,那么方程(15)就不能满足。经过简化可得:

$$(\sqrt{(z^2 - 1 + a_1 a_2)^2 + 4z^2} - a_1 a_2 |b_1 b_2|)^2 > (a_1 a_2)^2 (|b_1| + |b_2|)^2 \quad (20)$$

$$|\sqrt{(z^2 - 1 + a_1 a_2)^2 + 4z^2} - a_1 a_2 |b_1 b_2|| > a_1 a_2 (|b_1| + |b_2|) \quad (21)$$

由于

$$\begin{aligned} \sqrt{(z^2 - 1 + a_1 a_2)^2 + 4z^2} = \\ \sqrt{z^4 + 2(1 + a_1 a_2)z^2 + (1 - a_1 a_2)^2} \geq |1 - a_1 a_2| \end{aligned} \quad (22)$$

如果 $|1 - a_1 a_2| \leq a_1 a_2 |b_1 b_2|$, 那么不等式(21)在某些 $z \in (0, +\infty)$ 情况下不成立。

令 $|1 - a_1 a_2| > a_1 a_2 |b_1 b_2|$, 不等式(21)变成:

$$|1 - a_1 a_2| > a_1 a_2 (|b_1| + |b_2| + |b_1 b_2|) \quad (23)$$

(i)若 $a_1 a_2 > 1$, 不等式(23)变成:

$$a_1 a_2 (1 - |b_1| - |b_2| - |b_1 b_2|) > 1 \quad (24)$$

当 $a_1 a_2 (1 - b_1)(1 - b_2) < 1$ 时,不等式(23)不成立。

(ii)若 $a_1 a_2 < 1$, 不等式(23)变成:

$$a_1 a_2 (1 + |b_1| + |b_2| + |b_1 b_2|) < 1 \quad (25)$$

根据上面的分析,我们即获得了下面的结果:

定理2 令 $a_1 a_2 (1 - b_1)(1 - b_2) < 1$, 在 $p^* = (0, 0)$ 点处存在与时延无关的稳定性的充分条件是:

$$a_1 a_2 (1 + |b_1|)(1 + |b_2|) < 1 \quad (26)$$

注:在文[8]的定理4中,与时延无关的稳定性准则由如下的不等式给出:

$$1) 1 < a_1 a_2, |1 - a_1 a_2| > a_1 a_2 |b_1 b_2|$$

$$(1 - a_1 a_2 + a_1 a_2 |b_1 b_2|)^2 > W^2$$

这里 W^2 由文[8]中的(29)式定义;

$$2) 1 \leq a_1 a_2, |1 - a_1 a_2| > a_1 a_2 |b_1 b_2|, \text{文[8]中(30)式给出;}$$

$$3) 0 < 1 - a_1 a_2 < |a_1 a_2 b_1 b_2|, \text{文[8]中(30)式给出.}$$

显然,用上面的条件确定渐近稳定性太复杂,而定理2给出的结果非常简明且便于应用。

4 数值实例

通常,与时延无关的稳定性准则对于系统参数的要求很严格。因此,判断系统稳定性时,首先应用与时延无关的稳定性准则。如果不满足条件,再应用依赖于时延的稳定性准则。为了说明定理1和2的结论,在表1中给出了一些简单的例子,并与文[8]的结论进行比较。

表1 依赖于时延的稳定性准则的比较

系统参数	文[8]的结论	本文的结论
$a_1 = 0.8, a_2 = 1$ $b_1 = 3, b_2 = -3$	$\sigma + \tau \leq 0.1667$	$\sigma + \tau \leq 0.2083$
$a_1 = 2, a_2 = 0.42$ $b_1 = 0.5, b_2 = 2$	$\sigma + \tau \leq 0.6803$	$\sigma + \tau \leq 0.7937$
$a_1 = 0.2, a_2 = 0.5$ $b_1 = 3.5, b_2 = -2$	$\sigma + \tau \leq 1.6$	$\sigma + \tau \leq 1.9048$
$a_1 = 2, a_2 = 1$ $b_1 = 0.4, b_2 = 0.2$	$\sigma + \tau \leq 1.4706$	$\sigma + \tau \leq 2.0833$
$a_1 = 1.75, a_2 = 0.5$ $b_1 = 0.2, b_2 = -0.4$	$\sigma + \tau \leq 3.3613$	$\sigma + \tau \leq 4.7619$
$a_1 = 0.35, a_2 = 2.5$ $b_1 = 0.2, b_2 = 0.1$	$\sigma + \tau \leq 7.1429$	$\sigma + \tau \leq 10.3896$

从表1中,我们很容易发现所给系统参数不满足定理2中与时延无关的稳定性条件,这说明与时延无关的准则比依赖于时延的准则更保守更严格。

参考文献

- Gopalsamy K, Leung I K C. Convergence under dynamical thresholds with delays. IEEE Trans. Neural Networks, 1997, 8: 341~348
- Gopalsamy K, Leung I K C. Delay induced periodicity in a neural network of excitation and inhibition. Phys. D, 1996, 89: 395~426
- Pakdaman K, Grotta-Ragazzo C, Malta C P. Transient regime duration in continuous-time neural networks with delay. Phys. Rev. E, 1998, 58(3): 3623~3627
- Pakdaman K, et al. Effect of delay on the boundary of the basin of attraction in a system of two neurons. Neural Networks, 1998, 11: 509~519
- Liao X F, Wu Z F, Yu J B. Stability switches and bifurcation analysis of a neural network with continuously delay. IEEE Trans. Syst., Man., Cybern., Nov. 1999, 29: 692~696
- Liao X F, Wong K W, Leung C-S, Wu Z. Hopf bifurcation and

带有多个可转化约束的频繁项集挖掘算法^{*})

宋宝莉¹ 张帮华² 何炎祥¹ 朱晓峰¹

(武汉大学计算机学院 软件工程国家重点实验室 武汉430072)¹ (广州军区司令部 广州510000)²

Mining Frequent Item Sets with Multiple Convertible Constraints

SONG Bao-Li ZHANG Bang-Hua HE Yan-Xiang ZHU Xiao-Feng

(School of Computer, State Key Lab of Software Engineering, Wuhan University, Wuhan, 430072)

Abstract Recent work has highlighted the importance of the constraint-based mining paradigm in the context of frequent item sets, associations, correlations. Some research has raised the notion "convertible constraints", and this method can push some constraints into the mining algorithm which essentially can't be pushed. This article has introduced a multiple convertible constraints mining algorithm, which analyzes the constraints by taking advantage of a sample database and then decides a optimal method to process data mining

Keywords Data mining, Multiple constraints, Convertible constraints, Sample database

1. 引言

频繁项集的挖掘是数据挖掘课题中的一个很重要的方面,然而频繁项集的挖掘过程通常会产生数目庞大的频繁项集,并且其中的绝大多数并不是客户所期望得到的,因而使挖掘过程的效果和效率都大打折扣。

近来的一些研究工作很重视带有约束条件的频繁项集的挖掘。在这种挖掘模式下,允许用户通过一组约束条件来表达其在频繁项集挖掘中的侧重点。除了用户可以对挖掘的方向和重点进行控制之外,还可以把这些条件放入到挖掘过程中进行检验,从而可以减少产生频繁项集的模式空间,进而提高整个挖掘过程的执行效率。

约束条件自身有一些可以遵循的规律,也正是这些规律才使我们可以把它们放入挖掘算法,以便在挖掘过程中进行检验。在文[2,3]中介绍了两大类约束条件:简明(succinct)约束和反单调(anti-monotone)约束。文[4,5]则在关联规则的挖掘中,既研究了上述两种约束,又研究了第三种类型的约束——单调(monotone)约束。尽管如此,还是有一些约束条件不在这三类约束条件之中,文[1]介绍了可转化约束的概念,其思想是:通过某种转换,使一些约束条件可以归为这三类之中,从而可以把它们放入挖掘算法中去。但是可转化约束的转

换是基于项的某个排序,不同的约束可能基于不同的排序才是可转化的。在多约束条件的情况下,要找到某个序列使那些可转化约束条件在该序列下都是可转化的,几乎是不可能的。

本文采取了一种折衷的办法,把焦点集中在一些常用的序列上,并采用一个抽样数据库对约束条件进行检验,进而找出一个较优的方案来进行频繁项集的挖掘。

2. 问题定义

设 $I = \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ 是所有项的集合,一个项是一个对象,有若干个预先定义好的属性,一般会经常用到项的“值”属性。事务 $T = \langle tid, I_t \rangle$, 是一个固定的数据结构,其中 tid 是事务标识符, I_t 是一个项集,并且 $I_t \subseteq I$ 。一个事务数据库 D_T 就是由事务 T 构成的集合。一个 k -项集 S 是 I 的一个子集,它包含有 k 个项。

当 $S \subseteq I_t$ 时,称事务 T 包含 k -项集 S , S 的支持度 $sup(S)$ 等于事务数据库 D_T 中包含 S 的事务的个数。给定一个最小支持度阈值 ξ , 当 $sup(S) \geq \xi$ 时,称 k -项集 S 为一个频繁项集。

单一约束条件 C 是一个 I 的幂集上的映射, $C: 2^I \rightarrow \{true, false\}$, 当且仅当 $C(S) = true$ 时,称 S 满足约束条件 C 。集合 $sat_C(I) = \{S | S \subseteq I \wedge C(S) = true\}$ 是由项集 I 的所有满

^{*}) 本工作得到国家自然科学基金重大研究计划(项目编号:90104005), 国家教育部重点项目, 软件工程国家重点实验室开放基金等资助。宋宝莉 博士研究生, 主要研究方向为信息系统与数据挖掘, 计算机应用等。张帮华 教授级高工, 总工程师, 主要研究方向为网络与分布并行处理。何炎祥 教授, 博士生导师, 主要研究方向为分布并行处理, 数据挖掘等。朱晓峰 硕士研究生, 主要研究方向为分布并行处理, 数据挖掘。

chaos in a single delayed neuron equation with nonmonotonic activation function. *Chaos, Soliton and Fractals*, 2001, 21: 1535~1547

7 Liao X F, Wong K W, Wu Z. Bifurcation analysis in a two-neuron system with distributed delays. *Phys. D*, 2001, 149: 123~141

8 Liao X F, Wong K W, Wu Z. Asymptotic stability criteria for a two-neuron network with different time delays. *IEEE Trans. Neural Networks*, Jan. 2003, 14(1), 222~227

9 Liao X F, Yu J B. Robust interval stability analysis of Hopfield neural networks with time delay. *IEEE Trans. Neural Networks*, 1998, 9: 1042~1045

10 Liao X F, Wong K W, Wu Z, Chen G. Novel robust stability

criteria for interval Hopfield neural networks with time delays. *IEEE Trans. Circuits. Syst. I*, 2001, 48: 1355~1359

11 Liao X F, Wong K W, Yu J B. Novel stability conditions for cellular neural networks with time delays. *Int. J. Bifurcation Chaos*, 2001, 11(7): 1853~1864

12 Liao X F, Chen G, Sanchez E N. LMI-based approach for asymptotically stability analysis of delayed neural networks. *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, 2002, 49: 1033~1039

13 Liao X F, Chen G, Sanchez E N. Delay-dependent exponential stability analysis of delayed neural networks; an LMI approach. *Neural Networks*, 2002, 15: 855~866