

流网络可靠度的计算算法综述^{*}

孙伟平 周敬利 余胜生

(华中科技大学计算机学院 武汉430074)

Survey of Algorithms on Reliability Evaluation of Flow Networks

SUN Wei-Ping ZHOU Jing-Li YU Sheng-Sheng

(Department of Computer Science, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract A flow network is usually used to describe real world systems such as telecommunication system, computer system and so on. Given the demand d , the system reliability is defined as the maximum flow of the network is not less than d . The researchers in the field have presented many algorithms on the reliability evaluation of flow-networks. In this paper, classifies of flow-networks and the properties of each algorithm, mainly those algorithms based on MPs and MCs, are summarized.

Keywords Flow network, Reliability, MPs, MCs

1 引言

网络的可靠度是网络性能的一个重要指标,可靠性分析一直是各研究者研究的热点问题。根据网络或其组成部分的状态的多少,网络可分为二态网络和多态网络。

• 二态网络是指网络或网络的每个元素(节点或弧)只有两种状态:好/坏。网络的每条弧的容量的取值或为0,或为某一正整数。

• 有的网络的组成部分具有多种状态或容量,比如计算机网络、电信网络、电力传输与分布网络、运输网络等等。另外,在某些情况下,除了考虑网络状态的好与坏,还要研究不同的性能指标。这种网络我们称为多态网络。在本文中,又称为随机流量网络。

网络一般用有向图来表示。设 $G=(N, A, M)$ 是从源 s 到汇 t 的一个流网络,其中 N 为节点集, A 为弧集, $M=(M^1, M^2, \dots, M^r)$, M^i 为组元 a_i (弧或节点)的最大容量。假设 G 还满足:①每个组元 a_i 的容量 x_i 为整数, $0 \leq x_i \leq M^i$; ②不同组元的容量概率无关; ③网络 G 满足流守恒(flow-conservation)定律。

上述假设2保证系统的最大流不小于给定要求的概率(即可靠度)能够计算出来。假设3是应用最大流最小割定理的前提。

记 $X=(x_1, x_2, \dots, x_r)$ 为系统的(当前)容量向量,其中 x_i 为组元 a_i 的(当前)容量。记 $V(X)$ 为容量向量为 X 时的最大流。给定 d , 系统的可靠度 R_d 定义为最大流不小于 d 的概率,即

$$R_d = \Pr\{X | V(X) \geq d\}$$

目前的文献多只考虑系统中弧的容量的限制,参见文[1~7], [9~12], [14, 15]。但是有些现实世界中的网络,比如有的计算机网络,其节点代表网关,网关在一定时间内允许的流量是有限的,而且可能失效。对这类网络的可靠度问题的研究成果可以参考文[8, 13]。

如果按照网络中传输的信息流的种类来分,网络可分为

single-commodity 网络和 multi-commodity 网络。顾名思义, single-commodity 网络是指网络中只有一种信息(“货物”)流传输;而 multi-commodity 网络是指同时有多种信息(“货物”)流在同一网络中传输。目前对系统可靠度的研究多是针对 single-commodity 网络的,而对更一般的情况,即 multi-commodity 网络的研究则少得多。

2 算法综述

2.1 二态系统

许多文献研究了二态系统的可靠度。其中 Lee^[1]利用词典排序法计算系统的可靠度; Abraham^[2], Aggarwal 等^[3]则通过 MCs 或 MPs 等方法来研究系统的可靠度。这些研究者的研究成果为后来者研究多态系统等更复杂的系统奠定了基础。可以看到,后来得到的许多算法及其原理与这些成果都是一脉相承的。

2.2 多态系统

注意到系统可靠度

$$R_d = \Pr\{X | V(X) \geq d\}$$

$$= \Pr\{X | X \geq X', X' \text{ 为水平为 } d \text{ 的最小上界.}\}$$

$$R_d = \Pr\{X | V(X) \geq d\}$$

$$= 1 - \Pr\{X | V(X) \leq d-1\}$$

$$= 1 - \Pr\{X \leq X' | X' \text{ 为水平为 } d-1 \text{ 的最大下界.}\}$$

故只要找到系统的所有水平为 d 的最小上界或最大下界,再利用 inclusion-exclusion 等方法就可以计算出系统的可靠度了。最小上界相当于网络的最小路径的概念,最大下界相当于最小割(Minimal Cuts)的概念。

文[9]提出了最小上界与最大下界的概念,但没有讨论怎样得到最小上界与最大下界。文[10]在离散函数理论中提出了一些算法来获得最小上界与最大下界。Xue^[11]发现这些算法也可用来研究多态系统的水平为 d 的最小上界与最大下界。其算法先要将系统进行模块分解,然后利用离散函数理论获得算法。可以看到,MPs 或 MCs 就是系统的两种自然的模块分解。对 non-serial parallel 的情形,文[11]需先扩展系统,

^{*} 本项目得到国防预研基金资助。孙伟平 博士后,主要研究方向为存储网络及网络性能分析等。

然后进行系统分解,再利用算法找到系统的所有的水平为 d 的最小上界或最大下界。

文[12,13]采用 MPs 的方法,分析了系统的水平为 d 的最小上界的性质,在此基础上,得到关于系统的水平为 d 的最小上界的一个等价命题,从而得出一个简单的算法,能够找出系统的所有水平为 d 的最小上界。类似地,若采用 MCs 方法,利用最大流最小割定理也可得到关于系统的水平为 d 的最大下界的一个等价命题,从而也能得出一个算法,找出系统的所有水平为 d 的最大下界,这正是文[14,15]的主要内容。其中, Jane^[14]发现 Xue^[11]的算法中有一步对 serial parallel 的情形是多余的。他直接利用最大流最小割定理,所得到的算法在表述上比 Xue^[11]的简单明了。Lin^[15]得到了与文[13]类似的一个关于最大下界的等价条件,从而将算法进一步简化了。这些文章都有例子来说明算法的执行过程,以及系统的可靠度的计算方法。

除了上面提到的算法,还有一些论文也讨论了随机流网络的可靠度问题,例如: Doulliez, Jamoulle^[4]采用 Ford-Falkerson 流分析方法,将系统的状态空间分解为三种集合: accepted 状态, unaccepted 状态, unspecified 状态的不相交集合。每个 unspecified 状态用递归法继续分解,直至再也没有 unspecified 状态集了。accepted 状态的不相交集合的概率可以直接计算出来,它们的和就是系统的水平为 d 的可靠度。Fishman^[6]用 Monte Carlo 抽样法从有限个样本中分离出点估计和区间估计。Clancy 等^[7]则用逼近法估计系统的可靠度。先用 Doulliez, Jamoulle 的分解方法逐层分解系统的状态空间直到某一指定的水平,然后采用 Monte Carlo 拟合,用 unspecified 状态的不相交集合的分布来近似系统的可靠度。

2.3 允许节点失效的情形

通信网络的可靠度研究成功于在两个节点之间至少有一条通路。Wilkov^[16]对这些技术进行了总结。许多作者在研究问题时总是假设系统的节点是可靠的。然而,在一个通信系统中,节点也有可能失效,因此假设系统的节点可靠是不符合事实的。Hansler^[17]采用递归方法对节点也有限定的系统的可靠度估计问题进行了讨论,他的方法需要考虑大量的子系统,而且方法的表述非常复杂,因而不适用。

Aggarwal 等人^[8]在前提“The failure of a node implies the failure of links incident from it”下提出了一种技术,使得现有的可靠度计算方法不需要多少额外的工作就可以扩展到允许节点失效的情形。他的方法是在计算可靠度时,根据弧的类型(有向或双向),取不同的概率计算方式如下:如果弧 d_j 为有向弧,在计算过程中用 P'_{d_j} 代替原来的概率 P_{d_j} ,其中 $P'_{d_j} = P_{n_i} P_{d_j}$;如果弧 c_k 为无向弧,则用 P'_{c_k} 代替原来的概率 P_{c_k} ,其中 $P'_{c_k} = P_{n_s} P_{c_k} P_{n_t}$,如图1所示。

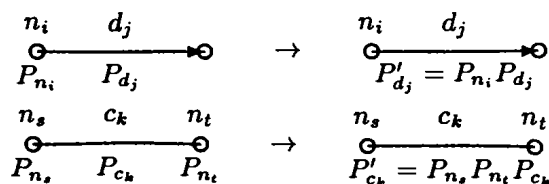


图1

需要说明的是 Aggarwal 的前提“The failure of a node implies the failure of links incident from it”只适用于二态系统。

Lin^[13]则研究了随机流量网络中允许节点失效下的可靠度问题。他重新定义了这类网络的 MPs,采用类似传统 MPs 的方法得到了一个简单而有效的算法,从而得到了系统所有的水平为 d 的最小下界向量,可进一步计算出系统的可靠度。

可以看到,若要用 MCs 的方法研究这类系统的可靠度,传统的最大流量最小割定理已经不适用,为将节点转化为弧,可以引入广义不连通集的概念。这个问题值得做进一步的研究。

2.4 Multi-commodity 情形

如果有限网络的每条弧的容量是确定的,许多研究者^[18~20]解决了 MMF (multi-commodity maximum flow) 问题,即在弧容量的限定条件下,找到一个流 $(H^1, H^2, \dots, H^p)$ 使得 $\sum_{j=1}^p H^j$ 最大。文[19]讨论了 two-commodity 的情形,证明了 two-commodity 情形下的最大流最小割定理。其证明中包括一个特别的分解过程,由此过程可以得到一个算法来找出系统的最大流。

另一个类似的问题就是当在汇点 t 要求 $(d^1, d^2, \dots, d^p)$ 给定,是否存在流 $(H^1, H^2, \dots, H^p)$,使得 $(H^1, H^2, \dots, H^p) \geq (d^1, d^2, \dots, d^p)$ 。Lin^[21,22]分别利用 MPs 和 MCs 讨论了随机流量网络的两个性能指标:系统容量 $\geq$ 给定要求的概率,与系统容量 $\leq$ 给定要求的概率。前者被称为系统的可靠度。

与 single-commodity 的情形相比:

1) 对 multi-commodity 网络而言,需要考虑每个组元对流的消耗指标 d^k ,其中 j 代表第 j 个组元, k 代表 commodity 的类型。记 $W(X)$ 为 single-commodity 情况下的最大流, $V(X)$ 为 multi-commodity 情形下的最大流。如果令 $d = \sum_{k=1}^p d^k$,将 multi-commodity 的情形作为 single-commodity 情形来处理,可以用文[12,14,15]的方法来计算 $\Pr\{W(X) \geq d\}$,看起来好象 $\{X | V(X) \geq (d^1, d^2, \dots, d^p)\}$ 等于 $\{X | W(x) \geq d\}$,事实并非如此。

2) 对 single-commodity 网络来说,显然有

$$\Pr\{W(X) \geq d\} = 1 - \Pr\{X | W(X) \leq d-1\}$$

但是对 multi-commodity 网络此关系式不成立,因此不能简单地将 multi-commodity 系统视为 single-commodity 系统来处理。

结束语 对网络的可靠度分析一直是研究者们研究的热点问题。给定 d ,系统的可靠度 R_d 定义为系统的最大流不小于 d 的概率。近几十年来,对二态网络、多态网络以及 single-commodity 系统、multi-commodity 系统的可靠度估计得到了很多结果。本文从完整性出发对这些技术进行了综述。可以看到,采用最小路径(MPs)与最小割集(MCs)等方法可以得到一些简单而有效的算法来计算系统的可靠度,但是这些方法也有局限性,如上面提到的,这些方法的前提是系统的所有 MPs, MCs 已知,而求解 MPs, MCs 是 NP-难的。

参考文献

- 1 Lee S H. Performance Indexes of a Telecommunication network. IEEE Trans. Reliability, 1980, R-29: 24~26
- 2 Abraham J A. An Improved Algorithm for Network Reliability. IEEE Trans. Reliability, 1979, 28: 58~61
- 3 Aggarwal K K, Chopra Y C, Bajwa J S. Capacity Consideration in Reliability Analysis of Communication System. IEEE Trans. Reliability, 1982, 31: 177~180

- 4 Doulliez P, Jamoulle J. Transportation Networks with Random Arc Capacities. RAIRO, Recherche Operationnelle, (Operations Research), 1972, 3: 45~60
- 5 Evans J R. Maximum Flow in Probabilistic Graphs-the Discrete Case. Networks, 1976, 6: 161~183
- 6 Fishman G S. Monte Carlo estimation of the Maximum Flow Distribution with Discrete Stochastic Arc Capacity Levels. Naval Research Logistics Quarterly, 1989, 36: 829~849
- 7 Clancy D P, Gross G, Wu F F. Probabilistic Flows for Reliability Evaluation of multiarea Power System Interconnections. Electrical Power and Energy Systems, 1983, 5: 100~114
- 8 Aggarwal K K, Gupta J S, Misbra K B. A simple Method for Reliability Evaluation of a Communication System. IEEE Trans. Communications, 1975, COM-23: 563~566
- 9 Block H W, Savits T H. A Decomposition for Multistate Momotone Systems. J. Appl. Prob., 1982, 19: 391~402
- 10 Davio M, Deschamps J D, Thayse A. Discrete and Switching Functions. Georgi Publishing Company, McGraw-Hill International Book Company, 1978
- 11 Xue J. On Multistate System Analysis. IEEE Trans. Reliability, 1985, R-34: 329~337
- 12 Lin J S, Jane C C, Yuan J. On Reliability Evaluation of a Capacitated-Flow Network in Terms of Minimal Pathsets. Network, 1995, 25: 131~138
- 13 Lin Y K. A Simple Algorithm for Reliability Evaluation of a Stochastic-Flow Network with Node Failure. Computers & Operations Research, 2001, 28: 1277~1285
- 14 Jane C C, Lin J S, Yuan J. Reliability Evaluation of a Limited-Flow Network in Terms of Minimal Cutsets. IEEE Trans. Reliability, 1993, 42(3): 354~361
- 15 Lin Y K. On Reliability Evaluation of a Stochastic-Flow Network in Terms of Minimal Cuts. J. Chinese Institute of Industrial Engineers, 2001, 18(3): 49~54
- 16 Wilkov R S. Analysis and Design of Reliable Computer Networks. IEEE Trans. Commun., 1972, COM-20: 660~678
- 17 Hansler E. A Procedure for Calculating the Reliability of a Communication Network. Arch. Elek. Ubertragung, 1971, 25: 573~575
- 18 Ford L R, Fulkerson D R. A Suggested Computation for Maximal Multicommodity Network Flows. Management Science, 1974, 20(5): 822~844
- 19 Hu T C. Multicommodity Network Flows. Oper. Rs., 1963, 11(3): 344~360
- 20 Rothechild B, Whinston A. On the Commodity Network Flows. Oper. Res., 1966, 14(3): 377~387
- 21 Lin Y K. Study on the Multicommodity Reliability of a Capacitated-Flow Network. Computer and Maths. Appl., 2001, 42: 255~264
- 22 Lin Y K. Study on the Performance Index for a Multicommodity Stochastic-Flow Network. J Chinese Ins. Industrial Engineers, 2002, 19(3): 42~48

(上接第105页)

和过程实例表。〈BR〉各方法网络异常时均抛出 OperateException(操作不允许或者失败时抛出)。通过〈BR〉客户端系统和监控管理系统记录操作、操作人、时间和登录子系统。

结束语 与模式 Hub 相关的模式主要有适配器 Adapter、桥接器 Bridge 和中介者 Mediator。它们都是提供一个接口到另一个对象之间的交互,有利于系统的灵活性。适配器 Adapter 使两个不兼容的类必须协同工作,目的是避免代码重复,类适配器 Adapter 通过子类的多重继承机制实现一个接口与另一个接口进行匹配,对象适配器 Adapter 则依赖于对象的组合实现两个接口的对象匹配。桥接器 Bridge 则是对抽象接口与它的实现部分进行桥接,在实现过程中,它可以修改实现它的类,为用户提供一个稳定的接口。中介者 Mediator 则是用来封装对象的交互,使对象间不需要显示地相互引用,通过中介者 Mediator 集中的通信控制机制,实现分布式系统的耦合松散。

本设计模式在西安协同数码股份有限公司开发建筑整体解决方案和业务流程管理系统的设计过程中广泛应用。在业务流程管理系统 SynchroFlow 中,能够集成单个活动(工作项)、活动序列(工作流),以及以 servlet、applet、jsp、XML 和 .exe(可执行程序)等形式表现的应用程序。在智能建筑集成系统 SynchroBMS 中,能够集成以 485、232 协议通讯的非智能设备控制系统,也能集成支持 OPC (OLE for Process

Control) 协议、lonmark 协议的智能设备控制系统,并实现系统之间的联动控制。系统应用的集成性收到了较好的效果。

设计模式 HUB 设计是针对多应用企业分布式环境中流程和功能的集成提出来的,是设计模式适配器(Adapter)的扩展与延伸。它提供一种业务流程的调度机制,根据各企业应用的信息类别对不同应用的信息做出处理,使企业应用中的不同系统集成成为一个整体,特别是在基于 internet 的分布式应用中,可以把不同企业的应用集成起来,例如把一个企业的供应链管理系统与另一个企业的客户关系管理系统集成到一起,形成一个有机的虚拟企业下的电子商务环境。

参考文献

- 1 Gamma E, et al. Design Patterns: Element of Reusable Object-Oriented Software. Addison -Wesley
- 2 The Technical Benefits of EJB and J2EE Technologies over COM + and Windows DNA, Ed Roman and Rickard Berg, Dec. 1999
- 3 Professional XML, Didier Martin, et al. Wrox Press, 2000
- 4 Workflow Technology -White paper, Workflow Management Coalition, Feb. 1998
- 5 SynchroFlow 概要设计. 西安协同数码股份有限公司
- 6 SynchroBMS 概要设计. 西安协同数码股份有限公司
- 7 杨斌,郝克刚. 基于 Web 的工作流管理系统的解决方案. 西北大学学报(自然科学版), 1999, 6: 491~494
- 8 岳晓丽,杨斌,郝克刚. 令牌驱动式工作流计算模型. 计算机研究与发展, 2000, 12: 1513~1519