

外逆 P-集合与数字图像的双信息伪装-还原及应用

张景晓¹ 徐凤生¹ 刘新华² 张立华¹

(德州学院数学科学学院 德州 253023)¹ (德州学院化学化工学院 德州 253023)²

摘 要 将算子引入外逆 P-集合的研究中,拓宽逆 P-集合的应用领域。把外逆 P-集合的理论应用于数字图像的信息伪装研究,建立了 $\bar{f}$ 信息伪装、 $\bar{g}$ 信息伪装、双信息伪装以及信息伪装度量的概念。给出了信息伪装度量性质定理、 $\bar{f}$ 信息伪装-还原定理、 $\bar{g}$ 信息伪装-还原定理以及数字图像的双信息伪装-还原定理。最后给出了应用实例。

关键词 外逆 P-集合,算子,数字图像,双信息伪装,双信息伪装-还原,应用

中图法分类号 O144 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.2.052

Outer Inverse P-sets and Double Information Camouflage-Recovery for Digital Image and its Application

ZHANG Jing-xiao¹ XU Feng-sheng¹ LIU Xin-hua² ZHANG Li-hua¹

(School of Mathematical Sciences, Dezhou University, Dezhou 253023, China)¹

(School of Chemistry and Chemical Engineering, Dezhou University, Dezhou 253023, China)²

Abstract This paper first introduced operator into study of outer inverse P-sets and broaden the application of inverse P-sets. Then the theory of outer inverse P-sets was applied in information camouflage of digital image, and the concepts such as $\bar{f}$ information camouflage, $\bar{g}$ information camouflage, double information camouflage and information camouflage metric were established. The information camouflage metric property theorem, $\bar{f}$ information camouflage-recovery theorem, $\bar{g}$ information camouflage-recovery theorem of digital image and double information camouflage-recovery theorem of digital image were proposed. Finally, the application example was given.

Keywords Outer inverse P-sets, Operator, Digital image, Double information camouflage, Double information camouflage-recovery, Application

1 引言

自 2013 年 6 月美国斯诺登“棱镜门”丑闻败露以来,信息安全问题越来越引起各国高层的重视,探求用于国家安全、军事机密的更先进、更安全的信息传递技术,已成为一个十分活跃、倍受信息安全工作者关注的研究领域。寻求能够用于支撑动态信息安全方面的数学理论框架,已成为动态信息理论系统的迫切需求。P-集合系列理论^[1-6],这一新兴数学工具所建立起来的数学模型,已成为动态信息系统理论研究的工具之一。文献[6,7]利用逆 P-集合、函数逆 P-集合研究了信息规律融合以及信息智能隐藏的隐性传递问题;文献[8,9]利用 P-集合研究了 P-信息规律智能融合与软信息图像智能生成以及 F-信息的伪装与伪装还原辨识问题;文献[10-12]以 P-集合为基础,讨论了 P-推理与信息的 P-推理发现-辨识问题;文献[13-18]分别研究了内 P-推理与内收敛信息的辨识、信息智能融合-过滤辨识、信息规律的属性等问题。而文献[19-26]以函数 P-集合、逆 P-集合、函数逆 P-集合为基础分别讨论了逆 P-信息嵌入隐藏、逆 P-推理、信息智能融合、属性析取特征及其应用等问题。以上文献都对 P-集合、函数 P-集合、逆

P-集合、函数逆 P-集合在动态信息系统方面的应用做了大量的研究工作,均取得了令人满意的结果,同时也为 P-集合系列理论在动态信息系统的深入研究奠定了基础。

P-集合、逆 P-集合不同于普通集合,它们都具有动态特征和规律特征,P-集合族的这些特征为动态信息系统的理论研究构建了新颖的数学框架。本文将对逆 P-集合在数字图像伪装方面的应用展开研究,将逆 P-集合的理论应用于数字图像的伪装与还原,给出双信息伪装-还原定理、数字图像的双信息伪装生成,以及数字图像的双信息伪装恢复-还原定理。

2 逆 P-集合的结构和外逆 P-集合的算子描述

2.1 逆 P-集合的结构

2012 年,文献[4,6,15]给出:

给定集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_q\} \subset U, \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \subset V$

是 X 的属性集合,称 $\bar{X}^F$ 是 X 生成的内逆 P-集合(internal inverse packet set),简称 $\bar{X}^F$ 是内逆 P-集合,而且

$$\bar{X}^F = X \cup X^+ \quad (1)$$

X^+ 称作 X 的 F -元素补充集合,而且

到稿日期:2015-10-17 返修日期:2015-11-28 本文受山东省自然科学基金(ZR2013AQ005)资助。

张景晓(1957—),男,教授,主要研究方向为代数学与系统理论及其应用,E-mail:zhangjingxiao2004@163.com;徐凤生(1965—),男,教授,主要研究方向为粗糙集理论与应用、信息系统与信息识别理论与应用;刘新华(1956—),女,教授,主要研究方向为计算机在化学化工中的应用以及 QSPR 研究;张立华(1981—),女,博士,副教授,主要研究方向为非线性发展方程的理论和应用。

$$X^+ = \{u | u \in U, u \in X, f(u) = x' \in X, f \in F\} \quad (2)$$

如果 $\bar{X}^F$ 的属性集合 α^F 满足:

$$\alpha^F = \alpha \cup \{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} \quad (3)$$

这里, $\beta \in V, \beta \in \alpha, f \in F$, 把 β 变成 $f(\beta) = \alpha' \in \alpha$ 。

式(1)中 $\bar{X}^F = \{x_1, x_2, \dots, x_r\}, q \leq r, q, r \in N^+$ 。

给定集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_q\} \subset U, \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \subset V$

是 X 的属性集合, 称 $\bar{X}^F$ 是 X 生成的外逆 P-集合 (outre inverse packet set), 简称 $\bar{X}^F$ 是外逆 P-集合, 而且

$$\bar{X}^F = X - X^- \quad (4)$$

X^- 称作 X 的 F -元素删除集合, 而且

$$X^- = \{x | x \in X, \bar{f}(x) = u \in X, \bar{f} \in \bar{F}\} \quad (5)$$

如果 $\bar{X}^F$ 的属性集合 α^F 满足:

$$\alpha^F = \alpha - \{\alpha_k | \bar{f}(\alpha_k) = \beta_k \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}\} \quad (6)$$

这里, $\alpha_k \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}$, 把 α_k 变成 $\bar{f}(\alpha_k) = \beta_k \in \alpha$ 。式(4)中, $\bar{X}^F = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}, p \leq q, p, q \in N^+; \bar{X}^F \neq \emptyset, \alpha^F \neq \emptyset$ 。

由内逆 P-集合 $\bar{X}^F$ (internal inverse packet set $\bar{X}^F$) 与外逆 P-集合 $\bar{X}^F$ (outre inverse packet set $\bar{X}^F$) 构成的集合对, 称作 X 生成的逆 P-集合 (inverse packet sets), 简称逆 P-集合, 而且

$$(\bar{X}^F, \bar{X}^F) \quad (7)$$

有限普通集合 X 称作逆 P-集合 $(\bar{X}^F, \bar{X}^F)$ 的基集合 (基础集合)。

由式(3)得到:

$$\alpha \subseteq \alpha_1^F \subseteq \alpha_2^F \subseteq \dots \subseteq \alpha_{n-1}^F \subseteq \alpha_n^F \quad (8)$$

由式(7)得到内逆 P-集合满足:

$$X \subseteq \bar{X}_1^F \subseteq \bar{X}_2^F \subseteq \dots \subseteq \bar{X}_{n-1}^F \subseteq \bar{X}_n^F \quad (9)$$

由式(6)得到:

$$\alpha_n^F \subseteq \alpha_{n-1}^F \subseteq \dots \subseteq \alpha_2^F \subseteq \alpha_1^F \subseteq \alpha \quad (10)$$

由式(9)得到外逆 P-集合满足:

$$\bar{X}_n^F \subseteq \bar{X}_{n-1}^F \subseteq \dots \subseteq \bar{X}_2^F \subseteq \bar{X}_1^F \subseteq X \quad (11)$$

由式(8)、式(10)得到:

$$\{(\bar{X}_i^F, \bar{X}_j^F) | i \in I, j \in J\} \quad (12)$$

式(12)是逆 P-集合的集合对族形式, 是逆 P-集合的一般形式; I, J 是指标集 (index set)。

值得说明的一点是, 外逆 P-集合定义中的迁移实质上就是泛函分析中算子的一个特例, 如果将迁移换成算子, 必将拓宽外逆 P-集合的应用领域。另外, α 与 X 上的迁移可以相同也可以不同, 为方便下文叙述且不易引起混淆, 把 X 上的迁移改用符号 g 和 $\bar{g}$ 来表示, 与之对应的迁移族也分别改为 G 和 $\bar{G}$ 。

2.2 外逆 P-集合的算子描述

为拓宽 P-集合、逆 P-集合的应用领域, 从另一个角度来重新认识 P-集合、逆 P-集合的深奥含义。将“算子”一词引入 P-集合、逆 P-集合的研究中, 下面以外逆 P-集合为例, 给出它的算子描述。

为便于读者接受和理解下文内容, 先给出一个简例: 给定普通集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_6\} \subset U$, X 的属性集合 $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\}$, 在 α 中删除属性 α_4, α_5 后, α 变成 $\alpha^F = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$,

相应的 X 变成 $\bar{X}^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ 。这一过程可以通过算子 $\bar{f}$ 和 $\bar{g}$ 的运算来实现:

$$\bar{f}(\alpha_i) = \begin{cases} \alpha_i, & i=1,2 \\ \alpha_3, & i=3,4,5 \end{cases}, \bar{g}(x_i) = \begin{cases} x_i, & i=1,2,3 \\ x_4, & i=4,5,6 \end{cases}$$

则有 $\bar{f}(\alpha) = \alpha^F, \bar{g}(X) = \bar{X}^F$, 由此可知外逆 P-集合可通过选取适当的算子得到。因此, 可以选取适当的算子 $\bar{f}_i$ 与 $\bar{g}_i$, 使得 $\bar{f}_i(\alpha) = \alpha_i^F, \bar{g}_i(X) = X_i^F$, 从而式(10)、式(11)变为:

$$\bar{f}_n(\alpha) \subseteq \bar{f}_{n-1}(\alpha) \subseteq \dots \subseteq \bar{f}_2(\alpha) \subseteq \bar{f}_1(\alpha) \subseteq \alpha, \bar{f}_i \in \bar{F} \quad (13)$$

$$\bar{g}_n(X) \subseteq \bar{g}_{n-1}(X) \subseteq \dots \subseteq \bar{g}_2(X) \subseteq \bar{g}_1(X) \subseteq X, \bar{g}_i \in \bar{G} \quad (14)$$

通过这一简单转换, 可以获得意想不到的收获。

众所周知, 一幅数字图像的数学描述是一个二维数组 (矩阵), 如果将式(12)、式(13)结合成二维集合对 (α, X) 和 $(\bar{f}_1(\alpha), \bar{g}_1(X)), (\bar{f}_2(\alpha), \bar{g}_2(X)), \dots, (\bar{f}_n(\alpha), \bar{g}_n(X))$, 并将 (α, X) 看作是一幅数字图像, 那么 (α, X) 经算子 $\bar{f}_i$ 与 $\bar{g}_i$ 运算后变成 $(\bar{f}_i(\alpha), \bar{g}_i(X))$, 成为了一幅全新的数字图像, $(\bar{f}_i(\alpha), \bar{g}_i(X))$ 可以看作是图像 (α, X) 的一个伪装, 这一过程实现了数字图像的伪装。如果对 (α, X) 进行一系列的算子的运算, 即可得到一连串的数字图像:

$$(\alpha, X) \Rightarrow (\bar{f}_1(\alpha), \bar{g}_1(X)) \Rightarrow (\bar{f}_2(\alpha), \bar{g}_2(X)) \Rightarrow \dots \Rightarrow (\bar{f}_n(\alpha), \bar{g}_n(X))$$

如果将上式连在一起播放, 就可得到一段连续播放的视频, 从而可将机密图像 (α, X) 隐藏在连续播放的视频 $(\alpha, X) \Rightarrow (\bar{f}_1(\alpha), \bar{g}_1(X)) \Rightarrow (\bar{f}_2(\alpha), \bar{g}_2(X)) \Rightarrow \dots \Rightarrow (\bar{f}_n(\alpha), \bar{g}_n(X))$ 中。由此可知将算子这一运算工具引入外逆 P-集合中, 其意义是明显的。

3 双信息伪装生成及其还原

借鉴文献[9, 25], 给出如下定义。

定义 1 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_q\} \subset D$ 是有限信息论域 D 上的信息, $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\}$ 是 X 的属性集合, $\bar{f}$ 和 $\bar{g}$ 分别是 α 和 X 上的算子, 则称 $\bar{f}(\alpha)$ 是属性集 α 的一个 $\bar{f}$ 信息伪装, 称 $\bar{g}(X)$ 是 X 的一个 $\bar{g}$ 信息伪装, 称信息对 $(\bar{f}(\alpha), \bar{g}(X))$ 是信息对 (α, X) 的一个双信息伪装, 也称 $(\bar{f}(\alpha), \bar{g}(X))$ 是由信息对 (α, X) 所生成的双信息伪装。

定义 2 ($\bar{f}$ 信息伪装度量) 设 $\bar{f}(\alpha)$ 是属性集 α 的一个 $\bar{f}$ 信息伪装, 数 $\gamma^{\bar{f}}$ 叫作 $\bar{f}(\alpha)$ 关于 α 的伪装度量系数, 而且 $\gamma^{\bar{f}} = \text{card}(\bar{f}(\alpha) - \alpha) / \text{card}(\bar{f}(\alpha))$, 其中 $\bar{f}$ 是 α 上的算子。

定义 3 ($\bar{g}$ 信息伪装度量) 设 $\bar{g}(X)$ 是有限信息集 X 的一个 $\bar{g}$ 信息伪装, 数 $\gamma^{\bar{g}}$ 叫作 $\bar{g}(X)$ 关于 X 的伪装度量系数, 而且 $\gamma^{\bar{g}} = \text{card}(\bar{g}(X) - X) / \text{card}(\bar{g}(X))$, 其中 $\bar{g}$ 是 X 上的算子。

定义 4 (双信息伪装度量) 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_q\} \subset D$ 是有限信息论域 D 上的信息, $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\}$ 是 X 的属性集合, $\bar{f}$ 和 $\bar{g}$ 分别是 α 和 X 上的算子, 信息对 $(\bar{f}(\alpha), \bar{g}(X))$ 是信息对 (α, X) 的一个双信息伪装。称数 $\gamma^{\bar{f}\bar{g}}$ 是双信息伪装 $(\bar{f}(\alpha), \bar{g}(X))$ 关于信息对 (α, X) 的双信息伪装度量系数, 而且 $\gamma^{\bar{f}\bar{g}} = \frac{\text{card}(\bar{f}(\alpha) - \alpha) \text{card}(\bar{g}(X) - X)}{\text{card}(\bar{f}(\alpha)) \text{card}(\bar{g}(X))}$ 。

由信息伪装度量的定义可直接得出信息伪装度量性质定理。

定理 1(信息伪装度量性质定理) 设 $\gamma^f, \gamma^g, \gamma^{\bar{f}\bar{g}}$ 分别是 $\bar{f}(\alpha)$ 关于 α 的伪装度量系数, $\bar{g}(X)$ 关于 X 的伪装度量系数, $(\bar{f}(\alpha), \bar{g}(X))$ 关于信息对 (α, X) 的双信息伪装度量系数, 则必有: $0 \leq \gamma^f \leq 1, 0 \leq \gamma^g \leq 1, 0 \leq \gamma^{\bar{f}\bar{g}} \leq 1$, 并且 $\gamma^f, \gamma^g, \gamma^{\bar{f}\bar{g}}$ 的值越大, 图像的伪装效果越好。

定理 2($\bar{f}$ 信息伪装-还原定理) 若 $\bar{f}(\alpha)$ 是 α 的一个 $\bar{f}$ 信息伪装, 则 $\bar{f}(\alpha)$ 唯一还原成 α 的充要条件是 $\bar{f}$ 是 α 上的一个可逆算子。

证明:(必要性)反证,若 $\bar{f}$ 不是可逆算子,则必有 $\beta \in \bar{f}(\alpha)$, 且 β 的原像不唯一, 因而 $\bar{f}(\alpha)$ 不可能唯一还原成 α , 这与 $\bar{f}(\alpha)$ 唯一还原成 α 矛盾, 因此, $\bar{f}$ 必是 α 上的一个可逆算子。

(充分性)若 $\bar{f}$ 是 α 上的一个可逆算子, 设 $\bar{f}^{-1}$ 是 $\bar{f}$ 的逆算子, 则有 $\bar{f}^{-1}\bar{f}(\alpha) = \alpha$, 从而 $\bar{f}(\alpha)$ 唯一还原成 α 。

定理 3($\bar{g}$ 信息伪装-还原定理) 若 $\bar{g}(X)$ 是 X 的一个 $\bar{g}$ 信息伪装, 则 $\bar{g}(X)$ 唯一还原成 X 的充要条件是 $\bar{g}$ 是 X 上的一个可逆算子。

证明:(必要性)反证,若 $\bar{g}$ 不是 X 上的可逆算子, 则必有 $\gamma \in \bar{g}(X)$, 且 γ 在 $\bar{g}$ 下的原像不唯一, 因而 $\bar{g}(X)$ 不可能唯一还原成 X , 这与 $\bar{g}(X)$ 唯一还原成 X 矛盾, 因此, $\bar{g}$ 必是 X 上的一个可逆算子。

(充分性)若 $\bar{g}$ 是 X 上的一个可逆算子, 设 $\bar{g}^{-1}$ 是 $\bar{g}$ 的逆算子, 则有 $\bar{g}^{-1}\bar{g}(X) = X$, 从而 $\bar{g}(X)$ 唯一还原成 X 。

定理 4(双信息伪装-还原定理) 若信息对 $(\bar{f}(\alpha), \bar{g}(X))$ 是信息对 (α, X) 的一个双信息伪装, 则 $(\bar{f}(\alpha), \bar{g}(X))$ 还原为 (α, X) 的充要条件是 $\bar{f}$ 和 $\bar{g}$ 都是可逆算子。

定理 4 可由定理 2、定理 3 直接得出, 不再赘述。

4 数字图像的双信息伪装-还原及应用

4.1 数字图像的双信息伪装与还原

设有 m 行 n 列矩阵:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

给出一幅数字图像 P , 矩阵的元素所在的行与列就是图像显示在计算机屏幕上诸像素点的坐标。元素的数值就是该像素的灰度(通常有 256 个等级, 用整数 0 至 255 表示)。为实现数字图像的双信息伪装, 把矩阵 A 中的元素 a_{ij} 用一个三维向量 $\alpha = (x, y, z)$ 来表示, 其中 $(x, y) = (i, j)$ 给出像素点的坐标, z 给出该点的灰度值, 因此可以用集合 $P = \{(x, y, z) | (x, y) \text{ 是像素点的坐标}, z \text{ 是该点的灰度值}\}$ 来表示数字图像。把集合 P 中的向量分别沿 x 轴和 y 轴方向作正投影, 得 yz 平面上的向量集合 $P_y = \{(y, z) | (x, y, z) \in P\}$ 和 xz 平面上的向量集合 $P_x = \{(x, z) | (x, y, z) \in P\}$ 。把集合 P_x 看作是信息集合 X , 即有 $X = P_x$, 将 $\alpha = P_y$ 看作 X 的属性集, 由于 X 中元素是随 α 中元素的增加而增加, 随 α 中元素的减少而减少, 因此符合逆 P -集合的变化规律, 而且 $(\alpha, X) = (P_y, P_x)$ 。再由 α 上的算子: $\bar{f}(Y) = B_1 Y + D_1$ (其中 B_1 是可逆矩阵) 计算出 α 的 $\bar{f}$ 信息伪装 $\bar{f}(\alpha)$; 由 X 上的算子 $\bar{g}(Y) = B_2 Y + D_2$ (其中 B_2 是可逆矩阵) 算出 X 的信息伪装 $\bar{g}(X)$, 由此得到图像 $(\alpha,$

$X)$ 的双信息伪装 $(\bar{f}(\alpha), \bar{g}(X))$ 。

为便于信息数据的恢复, 在集合 P_x 与 P_y 之间定义以下运算: 对于 P_x 中的任意元素 $\alpha = (x, z_1)$ 和 P_y 中的任意元素 $\beta = (y, z_2)$, 规定:

$$\alpha \oplus \beta = (x, z_1) \oplus (y, z_2) = (x, y, z) \Leftrightarrow z = z_1 = z_2$$

从而有 $P = P_x \oplus P_y = \{\alpha \oplus \beta | \alpha = (x, z_1) \in P_x, \beta = (y, z_2) \in P_y \text{ 且 } z_1 = z_2\}$ 。

定理 5(数字图像双信息伪装的唯一恢复-还原定理) 设 $(\bar{f}(\alpha), \bar{g}(X))$ 是数字图像 $P = (\alpha, X)$ 的一个双信息伪装, 则 $(\bar{f}(\alpha), \bar{g}(X))$ 可唯一还原成数字图像 P 。

证明: 由于 $\bar{f}$ 信息伪装 $\bar{f}(\alpha)$ 是由 α 上的可逆算子 $\bar{f}(Y) = B_1 Y + D_1$ 计算得到的, 因此有 $\alpha_i = B_1^{-1}[\bar{f}(\alpha_i) - D_1], i = 1, 2, \dots, m$; 从而由 $\bar{f}(\alpha)$ 可唯一恢复出 $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$ 。同理, 由 $\bar{g}$ 信息伪装 $\bar{g}(X)$ 可唯一恢复出信息集合 X , 从而得到 P 的分解集 P_x 和 P_y , 由于 $P = P_x \oplus P_y$, 因此得到数字图像 P 。

4.2 应用举例

前面的讨论是数字图像双信息伪装传递应用的理论准备。下面给出数字图像双信息伪装传递的具体应用, 应用实例取自于某军事院校现代化战争模拟实战训练系统 V , 该系统共有 5 个子系统构成, 分别是高空飞行预警机上的情报侦察与预警探测系统 x_1 、位于 A 地的指挥控制中心 x_2 、位于 B 和 C 两地的军事基地 x_3 和 x_4 , 另外还有位于海洋水面的舰艇作战系统 x_5 , 即有 $V = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, 训练系统框图如图 1 所示, 其中 V_i 是战斗力(火力)输出。

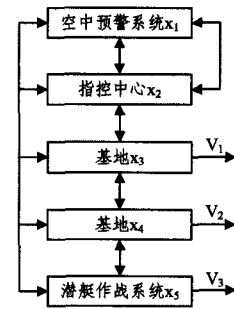


图 1 训练科目作战系统框图

模拟训练开始后, 需要从位于 A(信息发送者)地的指挥控制中心(x_2)向位于 C(信息接收者)地的军事基地(x_4)发送一幅作战地图 P , 地图 P 可看作是一个数字矩阵, 经扫描后得向量集合 $P = \{(x, y, z) | (x, y) \text{ 是像素点的坐标}, z \text{ 是该点的灰度值}\}$ 。为保密起见, 这里只介绍基本原理, 并将数字矩阵 P 技术简化为二阶方阵, $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, 即有 $P = \{(0, 0, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 2), (1, 1, 3)\}$, 从而得投影集合:

$$P_{XZ} = \{(0, 0), (0, 1), (1, 2), (1, 3)\}, P_{YZ} = \{(0, 0), (1, 1), (0, 2), (1, 3)\}$$

令 $X = P_{XZ} = \{(0, 0), (0, 1), (1, 2), (1, 3)\}$, 取 X 的属性集 α 为: $\alpha = P_{YZ} = \{(0, 0), (1, 1), (0, 2), (1, 3)\}$, α 上的线性可逆算子 $\bar{f}$ 为:

$$\bar{f}(Y) = B_1 Y + D_1, Y \in \alpha$$

其中, $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, D_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \bar{f}(\alpha) = \{(1, 2), (3, 3), (6, 6),$

$(8,7)\}$,同时取 X 上的可逆线性算子 $\bar{g}$ 为:

$$\bar{g}(Y)=B_2Y+D_2, Y\in X$$

其中, $B_2=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D_2=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$,由此得 X 的 $\bar{g}$ 信息伪装 $\bar{g}(X)=\{(2,1),(6,2),(8,3),(12,4)\}$,从而得数字图像 P 的双信息伪装 $(\bar{f}(\alpha),\bar{g}(X))$ 。

伪装信息的发送解密步骤如下:

(1) A (信息发送者)将双信息伪装 $(\bar{f}(\alpha),\bar{g}(X))$ 发送给 C (信息接收者);

(2) C 利用密钥 $\bar{f}^{-1}(Y)=B_1^{-1}Y+D_1, Y\in\bar{f}(\alpha)$, 将 $\bar{f}(\alpha)$ 还原成 $\alpha=P_{YZ}=\{(0,0),(1,1),(0,2),(1,3)\}$, 其中, $B_1^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $D_1=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$;

(3) C 利用密钥 $\bar{g}^{-1}(Y)=B_2^{-1}Y+D_4, Y\in\bar{g}(X)$, 将 $\bar{g}(X)$ 还原成 $X=P_{XZ}=\{(0,0),(0,1),(1,2),(1,3)\}$, 其中 $B_2^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D_4=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$;

(4) C 得到恢复图像 $P^*=\alpha\oplus X=\{(0,0,0),(0,1,1),(1,0,2),(1,1,3)\}$ 。

以上过程可通过编写程序自动完成。由于保密原因,以上实例中的算子选用了简单的线性可逆算子,实际应用中所采用的算子值得人们研究和探索。

结束语 众所周知,牛顿力学所描绘的世界是一幅静态的、简单的、可逆的、确定性的、永恒不变的自然景观,即是一个静态集合;而我们真正面临的世界却是地质变迁、生物进化、社会变革这样一幅动态的、复杂的、不可逆的、随机性的、千变万化的自然景观,是一个动态集合。2008 年以来文献[1-6]把动态特性补充给具有静态特性的普通集合,提出了 P -集合、逆 P -集合, P -集合的诞生引起了人们的广泛关注,到目前为止, P -集合已成为具有动态特性的信息科学和系统科学应用研究的热门课题。为进一步完善逆 P -集合的理论基础,拓宽逆 P -集合的应用范围,本文将算子这一数学工具引入外逆 P -集合的研究中,拓宽了逆 P -集合的应用领域;把外逆 P -集合的理论应用于数字图像的信息伪装研究,建立了 $\bar{f}$ 信息伪装、 $\bar{g}$ 信息伪装、双信息伪装以及信息伪装度量的概念;给出信息伪装度量性质定理、 $\bar{f}$ 信息伪装-还原定理、 $\bar{g}$ 信息伪装-还原定理、数字图像的双信息伪装-还原定理。从已有文献可以看出, P -集合这一新兴理论在系统科学和信息科学领域的应用已经结出丰硕成果,我们期待着这一新生理论进一步完善,在新的领域内开花结果。

参 考 文 献

- [1] Shi Kai-quan. P -Sets[J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2008, 43(11): 77-84(in Chinese)
史开泉. P -集合[J]. 山东大学学报(理学版), 2008, 43(11): 77-84
- [2] Shi Kai-quan. P -sets and its applications [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2009, 9(2): 209-219
- [3] Shi Kai-quan. Function P -sets [J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2011, 2(4): 281-288
- [4] Shi Kai-quan. Inverse P -Sete [J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2012, 47(1): 98-109(in Chinese)
史开泉. 逆 P -集合[J]. 山东大学学报(理学版), 2012, 47(1): 98-109
- [5] Zhang Li, Cui Yu-quan. Outer P -sets and data internal recovery [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 189-199
- [6] Shi Kai-quan. Function Inverse Packet Sets and Information Law Fusionc[J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2012, 47(8): 73-80(in Chinese)
史开泉. 函数逆 P -集合与信息规律融合[J]. 山东大学学报(理学版), 2012, 47(8): 73-80
- [7] Shi Kai-quan, Tang Ji-hua, Zhang Ling. Intelligent Fusion of Inverse Packet Information and Recessive Transmission of Information's Intelligent Hiding[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(3): 599-605(in Chinese)
史开泉, 汤积华, 张凌. 逆 P -信息智能融合与信息智能隐藏的隐性传递[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(3): 599-605
- [8] Shi Kai-quan. P -information law intelligent fusion and soft information image intelligent generation[J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2014, 49(4): 1-17(in Chinese)
史开泉. P -信息规律智能融合与软信息图像智能生成[J]. 山东大学学报(理学版), 2014, 49(4): 1-17
- [9] Geng Hong-qin, Zhang Guan-yu, Shi Kai-quan. F -information Camouflage and Camouflage-reduction Identification[J]. Computer Science, 2011, 38(2): 241-245(in Chinese)
耿红琴, 张冠宇, 史开泉. F -信息伪装与伪装-还原辨识[J]. 计算机科学, 2011, 38(2): 241-245
- [10] Zhang Li, Xiu Ming, Shi Kai-quan. P -sets and applications of internal-outer data circle[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 1(2): 581-592
- [11] Shi Kai-quan. P -Reasoning and P -Reasoning Discovery-identification of Information[J]. Computer Science, 2011, 38(7): 1-9(in Chinese)
史开泉. P -推理与信息 P -推理发现-辨识[J]. 计算机科学, 2011, 38(7): 1-9
- [12] Zhang Jing-xiao, Xu Feng-sheng, Shi Kai-quan. P -Sets and its Dynamic Equivalence Classes Characteristics [J]. Computer Science, 2011, 39(4): 246-249(in Chinese)
张景晓, 徐凤生, 史开泉. P -集合与它的动态等价类特征[J]. 计算机科学, 2012, 39(4): 246-249
- [13] Xu Feng-sheng, Yu Xiu-qing, Shi Kai-quan. Internal P -Reasoning and Identification of Internal Convergence Information [J]. Computer Science, 2012, 39(3): 212-215(in Chinese)
徐凤生, 于秀清, 史开泉. 内 P -推理与内收敛信息的辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(3): 212-215
- [14] Xiu Ming, Shi Kai-quan, Zhang Li. P -sets and $\bar{F}$ -data selection-discovery[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 1(2): 791-800
- [15] Shi Kai-quan. P -Sets, Inverse P -sets and the Intelligent Fusion-filter Identification of Information [J]. Computer Science, 2012, 39(4): 1-13(in Chinese)
史开泉. P -集合, 逆 P -集合与信息智能融合-过滤辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(4): 1-13

- [13] Feng Song-he, Xiong Wei-hua, Li Bing, et al. Hierarchical sparse representation based multi-instance semi-supervised learning with application to image categorization [J]. Signal Processing, 2014, 94(1): 595-607
- [14] Zhou Zhi-hua, Zhang Min-ling. Multi-instance multi-label learning with application to scene classification[C]// Advances in Neural Information Processing Systems 19, 2007. Cambridge, United Kingdom; MIT Press, 2007: 1609-1616
- [15] Zhou Zhi-hua, Zhang Min-ling, Huang Sheng-jun, et al. Multi-instance multi-label learning [J]. Artificial Intelligence, 2012, 176(1): 2291-2320
- [16] Li Yu-feng, Hu Ju-huan, Jiang Yuan, et al. Towards discovering what patterns trigger what labels[C]// Proceedings of the 26th AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2012. Toronto, Canada, 2012: 1012-1018
- [17] Yang Shu-jun, Jiang Yuan, Zhou Zhi-hua. Multi-instance multi-label learning with weak label[C]// Proceedings of the 23rd International Joint Conference on Artificial Intelligence, 2013. Beijing, China; AAAI Press, 2013: 1862-1868
- [18] Huang Sheng-jun, Gao Wei, Zhou Zhi-hua. Fast multi-instance multi-label learning[C]// Proceedings of the 28th AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2014. Quebec City, Canada, 2014: 1868-1874
- [19] Zhou Zhi-hua, Sun Yu-yin, Li Yu-feng. Multi-instance learning by treating instances as non-I. I. D. samples[C]// Proceedings of the 26th International Conference on Machine Learning, 2009. Montreal, Canada, 2009: 1249-1256
- [20] Rakotomamonjy A, Bach F R, Canu S, et al. SimpleMKL [J]. Journal of Machine Learning, 2008, 9(11): 2491-2521
- [21] Briggs F, Fern X, Raich R. Rank-loss support instance machines for miml instance annotation[C]// Proceedings of the 18th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, 2012. Beijing, China, 2012: 534-542
- [22] Maron O, Ratan A L. Multiple-instance learning for natural scene classification[C]// Proceedings of the 15th International Conference on Machine Learning, 1998. San Francisco, America, 1998: 341-349
- [23] Andrews S, Tsochantaridis I, Hofmann T. Support vector machines for multiple-instance learning[C]// Advances in Neural Information Processing Systems 15, 2003. Cambridge, United Kingdom; MIT Press, 2003: 561-568
- [24] Zhang Min-ling, Zhou Zhi-hua. Multi-label learning by instance differentiation[C]// Proceedings of the 22nd AAAI Conference on Artificial Intelligence. Vancouver, Canada; AAAI Press, 2007: 669-674
- [25] Zhang Min-ling, Zhou Zhi-hua. Multi-label learning by instance differentiation[J]. Pattern Recognition, 2007, 40(7): 2038-2048
- [26] Hao Hong, Ji Hua, Zhang Hua-xiang, et al. Multi-label scene classification based on I2C distance and label dependency [J]. Computer Science, 2014, 41(1): 88-90 (in Chinese)
- 郝虹, 计华, 张化祥, 等. 基于 I2C 距离和标记相关性的多标记场景分类 [J]. 计算机科学, 2014, 41(1): 88-90

(上接第 253 页)

- [16] Lin Hong-kang, Li Yu-ying. P-sets and its P-separation theorems [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 209-215
- [17] Lin Rong, Shi Kai-quan. Function P-Sets and Attribute Control of Information Laws [J]. Computer Science, 2012, 39(7): 225-228 (in Chinese)
- 林蓉, 史开泉. 函数 P-集合与信息规律的属性控制 [J]. 计算机科学, 2012, 39(7): 225-228
- [18] Wang Yang, Geng Hong-qin, Shi Kai-quan. The mining of dynamic information based on P-sets and its application [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 234-240
- [19] Xu Feng-sheng, Yu Xiu-qing, Shi Kai-quan. Embedding camouflage of Inverse P-information and its Separation-discovery by Inverse Preasoning [J]. Computer Science, 2013, 40(8): 200-203 (in Chinese)
- 徐凤生, 于秀清, 史开泉. 逆 P-信息嵌入隐藏与它的逆 P-集推理分离-发现 [J]. 计算机科学, 2013, 40(8): 200-203
- [20] Fan Cheng-xian, Huang Shun-Liang. Inverse P - reasoning discovery identification of inverse P-information [J]. International Journal of Digital Content Technology and its Application, 2012, 6(20): 735-744
- [21] Wu Song-li, Chen Gui-you, Shi Kai-quan. Internal Inverse P-Information Intelligent Fusion and its Attribute Disjunctive Character Application [J]. Computer Science, 2014, 41(1): 262-266 (in Chinese)
- 吴松丽, 陈桂友, 史开泉. 内逆 P-信息智能融合与它的属性析取特征-应用 [J]. 计算机科学, 2014, 41(1): 262-266
- [22] Lin Hong-kang, Fan Cheng-xian. Embedding-camouflage of inverse P-information and application [J]. International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(20): 471-480
- [23] Tang Ji-hua, Chen Bao-hui, Zhang Ling, et al. Function inverse P-Sets and the dynamic Separation of Inverse P-Sets Information Laws [J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2013, 48(8): 104-110 (in Chinese)
- 汤积华, 陈保会, 张凌, 等. 函数逆 P-集合与逆 P-信息规律动态分离 [J]. 山东大学学报 (理学版), 2013, 48(8): 104-110
- [24] Zhang Jing-xiao, Xu Feng-sheng. Application of Function Internal Inverse P-Sets to QSPR Research [J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2013, 48(8): 92-96 (in Chinese)
- 张景晓, 徐凤生. 函数内逆 P-集合在 QSPR 研究中的应用 [J]. 山东大学学报 (理学版), 2013, 48(8): 92-96
- [25] Lin Rong, Shi Kai-quan. Internal Packet-information Camouflage and True-False Information Identification [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(4): 796-801 (in Chinese)
- 林蓉, 史开泉. 内 P-信息伪装与真伪信息辨识 [J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(4): 796-801
- [26] Zhang Jing-xiao, Liu Hin-hua. Function P-sets and Discovery of Structure-physical Properties Law in Analogues System [J]. Shandong University (Natural Science), 2012, 47(8): 98-102 (in Chinese)
- 张景晓, 刘新华. 函数 P-集合与同物系物质结构-物性规律发现 [J]. 山东大学学报 (理学版), 2012, 47(8): 98-102