

# 基于自相似性和小波分析的图像增强与去噪

焦 峰 毕硕本 赵英男 耿焕同

(南京信息工程大学计算机与软件学院 南京 210044)

**摘 要** 图像的去噪是图像质量提高问题中的一个重要分支。由于噪声的种类很多,性质和表现各不相同,因此很难确定哪一种去噪算法针对当前的图像是最好的。介绍了一种针对随机噪声、利用图像的自相似性的小波域的双边滤波去噪算法。算法不仅利用了小波的时频定位和多分辨率分解特性,也利用了图像的自相似性的特点。去噪的过程分为 3 个步骤。首先利用图像的自相似性将其分解成多个相似的、分辨率较低的子图,并重新组合(分解变换)。然后进行小波分解,并针对小波系数进行滤波。最后用调整后的小波系数进行逆小波变换和逆分解变换,生成去除噪声和增强后的结果图。实验结果证明,算法不仅能够有效地实现去噪,还使图像的边缘和对比度也得到了增强。

**关键词** 图像去噪,图像增强,自相似性,小波变换,Daubechies 小波

中图分类号 TP391 文献标识码 A

## Image Denoise and Enhancement Based on Structure Self-similarity in Wavelet Domain

JIAO Feng BI Shuo-ben ZHAO Ying-nan GENG Huan-tong

(Computer and Software Institute, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

**Abstract** Image denoise is a very important problem in image quality enhancement. For the image noises are different from each other, it is difficult to select one best denoise algorithm for all images which are degraded by different kinds of noises. In the paper, a novel algorithm based on wavelet transform and structure self-similarity was introduced, which is effective to confine the random noise. Beside the properties of time frequency localization and multi-resolution of wavelets, the self-similarity of image were used. It first separated the image into several blocks equally based on the self-similarity. And then, wavelet transform coefficients were used to enhance edge information. At the same time, image noises were confined. Experiment results show the excellent effect of the algorithm.

**Keywords** Denoise, Enhancement, Self-similarity, Wavelet transform, Daubechies wavelet

## 1 引言

随着计算机软硬件技术的飞速发展,计算机的相关技术已被应用到越来越广泛的领域,例如各类视频监控、机器人、医学图像分析、数值天气预报和数字家庭等等。在这些应用中,都有一个共同的特点,亦即对计算机视觉和图像处理技术有较高的要求。虽然在不同的系统和应用中,图像的分辨率、颜色和含量,甚至表现形式都很不相同,但是它们都对图像的质量有着内在的要求。

然而,在很多情况下,无法获得较高质量的图像。例如,一些常见的医学图像,如 CT、MRI、B 超等,在其形成过程中,由于受到成像设备、介质和噪声的干扰,导致图像质量不高。图像质量的下降,会影响用图像数据进行处理与分析而得到的结果的可靠性和准确性。因此,在无法获得更高质量的图像的前提下,一般都必须采用图像增强技术尽可能地提高图像的质量。图像增强技术是一种提高图像质量方法的统称。

一般来说,它不仅能够突出图像中的特征信息,同时还能够削弱或者消除干扰信号。图像增强的目标是使得处理的结果既能保持原始的、有用的信息,同时又能够更有利于得到正确的分析结果。

在图像增强的过程中,通常要同时处理几种不同的问题,如低对比度、低分辨率、重影、噪声等,其中尤以噪声的去除最为棘手。

图像中的噪声、低对比度和边缘模糊都会造成图像质量的下降。中值滤波是一种使用很广泛的图像平滑、去噪算法,但是在噪声滤除的过程中,图像中的边缘信息也被削弱。同时,它对对比度的提高也没有任何的效果。因此,在去除噪声的同时还要考虑图像特征的增强。

比较常见的图像增强算法大致可以分成两类。一种是基于空域的像素值的统计方法。例如基于直方均衡算法,就是一种增强图像对比度的有效方法<sup>[1,2,14]</sup>。但是,不论是基于全局的直方统计,还是基于局部的直方统计,都不容易获得良好

到稿日期:2009-11-13 返修日期:2010-01-26 本文受国家自然科学基金项目(40471101,60702076),中国博士后基金项目(20080431114),南京信息工程大学科研基金项目(20080304,20070113)资助。

焦 峰(1974-),男,博士后,讲师,主要研究方向为图像处理、模式识别等,E-mail: jiao\_feng423@sina.com;毕硕本(1965-),男,副教授,CCF 高级会员,主要研究方向为 GIS、数据挖掘、图像处理等;赵英男(1972-),女,副教授,主要研究方向为图像处理、模式识别等;耿焕同(1973-),男,副教授,主要研究方向为计算智能、资料同化等。

的效果,并且很容易造成不同程度的灰度失真。另一种是基于信号高低频率的分解,并根据一定的规则对不同的频率进行调整,然后根据调整后的频率系数做逆变换,生成增强的结果<sup>[3,8,9,12]</sup>。这种方法的不足是很难在增强图像的同时非常有效地抑制噪声。

正因为图像增强和去噪的过程中还存在很多问题,许多学者都做了很多更为深入的工作<sup>[4-6,13,15]</sup>。这些工作的主要内容包括在提高图像的视觉效果、增强对比度的同时保持低失真度、增强图像细节特征以及消除噪声等。这些算法在提高图像质量、改善图像整体视觉效果方面都能有较好的表现,但是图像中的一些细节信息也在抑制噪声的过程中被消除了。

本文提出一种新的图像去噪和边缘增强算法。该算法基于一个简单的规则,即适当地降低图像的分辨率后得到的图像仍旧能够与源图像保持基本相似,称之为自相似性(structure-self-similarity, SSSI)。

本文第2节将对算法进行详细的介绍;第3节是实验结果和比较;最后是对算法的一个简单总结。

## 2 去噪算法

### 2.1 多分辨率分解与 SSSI

与傅立叶变换不同,小波变换引入了多尺度的概念,在时域和频域同时具有良好的局部化特性,因此有信号分析“显微镜”之称。由于小波的引入,使得能够对图像的一些细节特征进行分析。

对于任何平方可积函数空间内的可测函数  $f(x) \in L^2(R)$ ,其连续小波变换如式(1)所示。

$$WT(b, a) = \langle f(x), \psi_{a,b}(x) \rangle = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx \quad (1)$$

式中,  $\psi_{a,b} = |a|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$  为小波函数,由母小波  $\psi(x)$  经过伸缩和位移生成。 $a$  是伸缩参数,通常又称为尺度。 $b$  是位移参数。母小波必须满足允许条件  $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dx = 0$ 。对小波变换进行二维扩展,生成二维小波变换。选择尺度为  $2^j$ , 即  $a = 2^j, b = 2^j k$ , 则为适用于数字图像的离散小波变换。这时的  $\psi_{a,b}$  可表示为  $\psi_{j,k} = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}x - k), j, k \in Z$ 。设  $\{V_j\} (j \in Z)$  是一多分辨率分析,  $\phi(x)$  和  $\psi(x)$  为相应的尺度函数和小波函数,对于任意信号  $f(x) \in L^2(R)$ ,其多分辨率分解如式(2)所示。

$$f(x) = \sum_k c_k \phi_{j,k} + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_k d_k \psi_{j,k}(x) \quad (2)$$

相应的小波分解和重构的 Mallat 算法如式(3)和式(4)所示。

$$\begin{cases} c_k^{i-1} = \sum_l h_{l-2k} c_l^i \\ d_k^{i-1} = \sum_l g_{l-2k} c_l^i \end{cases} \quad (3)$$

$$c_k^j = \sum_l [h_{k-2l} c_l^{j-1} + g_{k-2l} d_l^{j-1}] \quad (4)$$

一幅图像经过一层小波分解成为  $LL_1$  子图像(水平、垂直方向都是低频分量)、 $LH_1$  子图像(水平方向是低频,垂直方向是高频)、 $HL_1$  子图像(水平方向是高频,垂直方向是低频)、 $HH_1$  子图像(水平垂直方向都是高频),上述子图像统称为第一层子图像。如果对  $LL_1$  继续分解,则可得到下一层分解结果。

能够作为母小波的函数已经有很多,如 Haar 小波、May-

er 小波、Daubechies 小波、Symlet 小波和 Shannon 小波等等。由于紧支性、平滑性、正交性等方面所表现出的性质,不同的小波函数对应相同的信号进行分析时,都有各自不同的表现效果。但是,针对不同特征的信号应该选择哪一种小波最为合适,目前还没有一个很好的理论。本文中主要采用 Daubechies 小波函数,因为它在正交性、时频紧支撑、高正规性以及奇异性信号的敏感性等方面都具有很好的特性。

然而,不论用哪一种小波,图像中主要的轮廓都体现在小波系数的低频部分,而小波系数的高频分解部分则总是主要对应于噪声和图像细节。一般来说,通过增强小波分解系数中的低频部分和低频通高频部分,可以达到去除部分噪声的目的。但是,低通的门限不容易恰当地选择。当设置一个规定的低通门限将所有高频系数抑制之后,图像中的部分细节信息也随之被消除,结果图像从整体上可能会比较平滑(噪声消除),但是也会造成图像的模糊(细节消失)。这说明,如果要做到对高频分量中的噪声、细节两类不同的信息进行分离,只从频率上做简单区分是不够的。

在利用小波对图像做多分辨率分解的过程中发现,小波系数在其时频分布上反映了源图像的边缘分布特征;同时,分解得到的低频信号,即适当的降低图像的分辨率后得到的图像仍旧能够与源图像保持自相似性(SSSI)。这说明,噪声和细节虽然都表现在小波分解的高频部分,但是其在空间上的分布却有着显著的差别。

一般情况下,图像中的噪声,特别是白噪声,其时-频分布都是随机的。而图像中的细节特征的分布则正好相反,它们大多分布在与边缘相关的时-频段附近。这说明可以根据频率在空间的分布特征对高频分解部分进行区分,从而达到对噪声有效去除并保留图像细节的目的。

### 2.2 基于 SSSI 的图像去噪算法

结构自相似性几乎是所有图像都具有的一种性质,如同在不同的分辨率下观察同一幅图像,都能够得到关于图像内容的共同信息。

图1中,小矩形框内的数字对表示像素在图像中的坐标位置。4个相邻的像素构成1个子区域(如图1(a)中左上粗线区域所示),且每个像素只能存在于一个区域中。将每个子区域中的左上角的像素提取出来可构成一幅子图像,如图1(b)所示。按照此方法,共可生成4幅子图像。这4幅子图像和源图像之间都保持了较高度度的相似性。如果按照图1中的方式,对于一个分辨率为  $R$  的图像,首先将所有像素划分为多个互不重叠的4临域,然后将每个4临域中的像素分配到4个不同的子图像中去,并且保留其所属4临域在源图中的空间位置和顺序,则首先,4个子图像的分辨率是源图像的  $R/4$ ;其次,4幅子图像基本相似。图1中每个小矩形区域内的数字对表示所对应像素在源图像中的坐标。一个将源图划分成4个子图的实例如图2所示。在去噪的过程中,这种划分的过程可以进行多次,将源图划分成  $4^k (k \leq N)$  个子图像。

由于噪声的干扰,抑制了部分源图中的信息。如果消噪的过程能将属于噪声的频率消除,则剩下的就是被还原的图像信息。但是,由于噪声在与源图进行混叠以后在多数情况下已经很难彻底清除,因此,在抑制噪声频率的同时,如果能够适当增强源图中的特征,如边缘、纹理、对比度等(称抑噪特征),则可以将其看成是源图中的信息对噪声的反抑制,即从

另一个角度达到了去噪的目的。本文的基于 SSSI 的算法是希望能将源图中的抑噪特征突显出来,从而达到去噪、提高图像质量的效果。

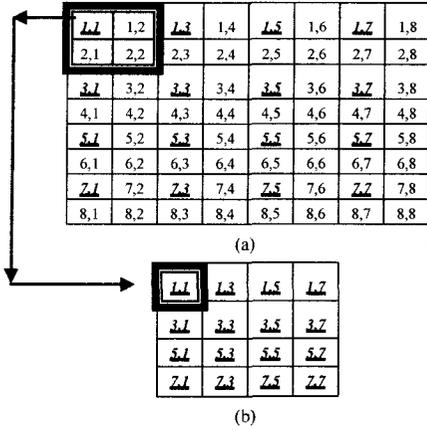


图 1 源图像(a)被分解成四幅相似的子图像,子图像的分辨率降为源图像的 1/4。(b)为由全部 4 临域中的左上角像素构成的子图像。图中所示数字对表示每个像素在源图像中的坐标。

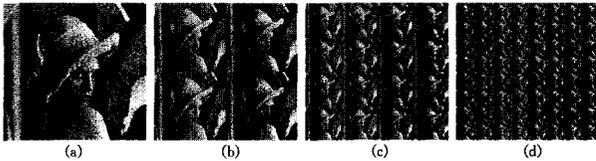


图 2 源图像(a)被分解成 4 幅(b)、 $4^2$  幅(c)和  $4^3$  幅(d)相似的子图像,子图像的分辨率分别降为源图像的 1/4、1/16 和 1/64,并保持与源图像基本相似。

在将一幅图像分成多个子图像之后,噪声由于其随机分布的特点,在子图像中同样也是随机分布的,因此对每个子图的影响是相同的。而各个子图在降低了分辨率之后,可以看到源图像中许多主要的特征在每一幅子图像中都有不同程度的体现(自相似性),子图像的边缘、纹理等特征的分布也保留了部分与源图相似分布规律。同时,子图之间也具有这种近似性。同一特征在各个子图像中表现越明显,这一特征为非噪声特征的可能性就越大。

由于小波分解具有多分辨率分析的特点,且小波系数分布本身就能够体现图像的特征和自相似性,因此它非常适合用于去噪。以下是关于算法的详细介绍。

基于 SSSI 的小波去噪算法(3SW)分 4 个步骤:首先,图像  $I$  被分成  $4^k$  ( $k=1,2,\dots,N$ ) 个子图像  $\{S_1, S_2, \dots, S_{4^k}\}$ 。再将这些子图像重新组合成图像  $I^s$ ,如图 2 中的(b)、(c)和(d) 3 幅图所示。

第二步,对  $I^s$  进行小波分解,得到小波分解系数  $WT^s$ 。 $I^s$  由  $4^k$  个子图像构成,对应于每一个子图像,每一种小波分解系数  $WT_{LH}^s, WT_{HL}^s, WT_{HL}^s, WT_{HH}^s$  也可以被对应地分解到  $4^k$  个不同的区域中。图 3 就是将图 2(b)的图像进行三层小波分解后的小波系数。分别对每个子区域中的小波系数由左上至右下进行编号。以第  $i$  层小波分解  $WT_{LH}^s$  系数区域中的第  $j$  个子区域为例,编号为  $C_{LH}^s(1), C_{LH}^s(2), \dots, C_{LH}^s(M)$ 。

第三步,根据图像的 SSS 按下面的方法对每一层中的 3 种小波系数—— $WT_{LH}^s, WT_{HL}^s, WT_{HH}^s$  进行调整。首先将所有高频系数放大 1.2 倍。然后,定义在第  $i$  层中,所有编号为  $m$  的  $WT_{LH}^s$  类小波系数的均值  $\mu$  和方差  $\sigma$  如式(5)、式(6)所示。

$$u_{LH}^i(m) = \frac{1}{4^k} \sum_{n=1}^{n=4^k} C_{LH}^s(n) \quad (5)$$

$$\sigma_{LH}^i(m) = \frac{1}{4^k} \left( \sum_{n=1}^{n=4^k} (C_{LH}^s(n) - u_{LH}^i)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

根据得到的均值和方差,将第  $i$  层中,所有编号为  $m$  的  $WT_{LH}^s$  类小波系数按照式(7)~式(9)进行调整。

$$\begin{cases} C_{LH}^s(m) = C_{LH}^s(m) - \lambda^i(m) * \tau^i, \\ \text{如果 } C_{LH}^s(m) \geq \sigma_{LH}^i(m) + u_{LH}^i(m) \\ C_{LH}^s(m) = C_{LH}^s(m) + \lambda^i(m) * \tau^i, \\ \text{如果 } C_{LH}^s(m) \leq \sigma_{LH}^i(m) - u_{LH}^i(m) \end{cases} \quad (7)$$

式中,

$$\lambda^i(m) = \sigma_{LH}^i(m) / u_{LH}^i(m) \quad (8)$$

$$\tau^i(m) = (\kappa - i) * \eta \quad (9)$$

式(9)中, $\kappa$  为小波分解最大层数, $\eta$  为抑制系数,实验中取经验数值 2.7。

各层小波分解系数及  $WT_{HL}^s, WT_{HH}^s$  类小波系数的调整方法相同。如果小波分解的层数较多,则最高层的小波系数对应的噪声成份较重,可考虑在这一层中将同时满足式(7)中两个约束条件的小波系数清零。

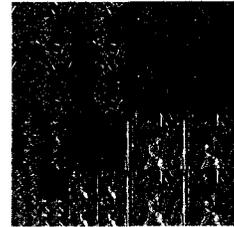


图 3 对图 2(b)进行处理后得到的三层小波分解系数

最后一步,根据调整后的小波系数还原图像  $I^s$ ,并将各个子图像中的像素重新写回到原来的位置,最终得到图像增强后的结果  $I^E$ ,如图 4(f)所示。

### 3 实验结果分析

线性拉伸(LCS)<sup>[11]</sup>和直方均衡(HE)<sup>[2]</sup>是常用的两种比较有效的针对低对比度图像进行增强的算法。实验中对这两种算法,以及文献[3]和文献[8]中的两种基于小波的增强算法都进行了比较,如图 4 所示。同时,实验中还将这几种不同的算法用于人工图像,如图 5 所示。

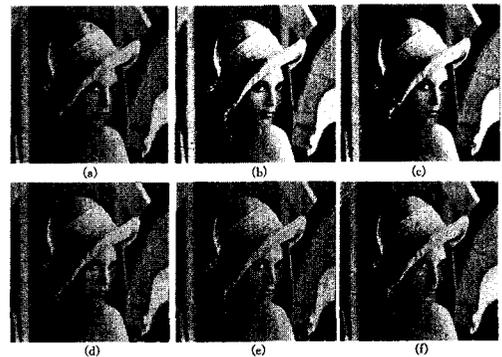


图 4 (a)为加入了随机噪声的图像,(b)、(c)、(d)、(e)依次分别为用 HE<sup>[2]</sup>、LCS<sup>[11]</sup>、Wavelet<sup>[3]</sup>、CWGCE<sup>[8]</sup>算法增强的结果,(f)是用本文的算法增强的结果

均方误差、信噪比(SNR)以及峰值信噪比(PSNR)等常在图像压缩、图像融合等领域被用于衡量图像处理结果的质

量<sup>[10,12]</sup>。但是,用这些参数评测的结果在很多情况下都与实际情况不符<sup>[7]</sup>。因此,试验中用峰值信噪比和主观评测相结合的方式对增强的结果进行分析。如果图像的大小为  $M \times N$  像素,则峰值信噪比的计算方法如式(10)所示。

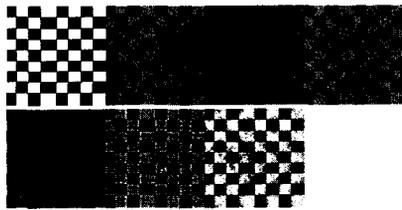


图5 左上第一幅图为人工图像,第二幅加入了随机噪声,随后的图像从上至下、从左至右依次为用 HE<sup>[2]</sup>、LCS<sup>[11]</sup>、Wavelet<sup>[3]</sup>、CWGCE<sup>[8]</sup>算法增强的结果,最后一幅是用本文的算法增强的结果。

$$PSNR=20 \times \log_{10} \left( \frac{1}{M \times N} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} (g_{i,j} - \hat{g}_{i,j})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

式中,“MAX”表示图像中最大灰度值(此时为 255), $g_{i,j}$ 和 $\hat{g}_{i,j}$ 分别为源图像  $I$  和增强结果图像的像素值。

在一般情况下,峰值信噪比越大,则说明增强的结果与源图的差别较大。因此,针对用不同的增强算法处理的结果,如果 PSNR 值相同,则视觉效果越好,说明增强算法越好;如果视觉效果相同,则 PSNR 越大,说明增强算法越好;或者说,如果 PSNR 值越大,同时又能使视觉效果更好,则增强算法越好。实验中对 20 幅不同的自然图像进行加噪后,用几种算法进行去噪增强,其平均 PSNR 值如表 1 所列。

表 1 用不同的增强算法得到的 PSNR 值的比较

增强算法	PSNR
HE <sup>[2]</sup>	18.608
LCS <sup>[11]</sup>	17.444
Wavelet <sup>[3]</sup>	22.416
CWGCE <sup>[8]</sup>	22.484
3SW	25.168

从表 1 中的数据可以看到,3SW 算法的 PSNR 平均值最高。同时,从视觉效果上看,用 3SW 算法得到的增强效果也是最好的。

**结束语** 本文提出了一种基于结构自相似性的小波增强算法,针对图像的边缘模糊、对比度降低等有比较好的增强效果,而且对噪声也有很好的抑制作用。通过实验证实了 3SW 算法优于普通的图像增强算法,对基于小波的增强算法也有改进,特别是对图像中的一些细小的纹理、边缘等特征有较好的增强作用,说明了将图像结构的自相似和小波分解系数结合,能够有效地提高图像特征的提取和增强的效果。

但是,3SW 算法对噪声同样也会有放大。而且,算法本身不能够自动地选择子图像的数量和小波分解的层数,这将是下一步需要解决的问题。

## 参 考 文 献

- [1] Vickers V E. Plateau equalization algorithm for real time display of high quality infrared imagery[J]. Optical Engineering, 1996, 1921-1926
- [2] Kim Y T. Contrast enhancement using brightness preserving bi-histogram equalization[J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 1997; 1-8
- [3] Wang Yu-ping, Wu Qiang, et al. Chromosome image enhancement using multiscale differential operators[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2003; 685-693
- [4] Davis T J, Gao D. Phase-contrast imaging of weakly absorbing materials using hard x-rays[J]. Nature, 1995, 373; 595-597
- [5] Hel-Or Y, Shaked D. A discriminative approach for wavelet denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17: 443-457
- [6] Yin Hong-xia, et al. Diffraction enhanced x-ray imaging for observing guinea pig cochlea[C]// Proceedings of the 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference. 2005; 5699-5701
- [7] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: From error measurement to structural similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13; 600-612
- [8] Feng Jiao, Xiong Naixue, Bi Shuoben. X-ray Image Enhancement Based on Wavelet Transform[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Asia-pacific service computing. 2008; 1568-1573
- [9] Miller M, Kingsbury N. Image denoising using derotated complex wavelet coefficients[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17; 1500-1511
- [10] Mehrseresht N, Taubman D. Spatially continuous orientation adaptive discrete packet wavelet decomposition for image compression[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing. 2006; 1593-1596
- [11] 张淑娟, 金淑英. 利用分段线性拉伸法增强图像阴影区的亮度和反差[J]. 测绘与空间地理信息, 2006, 29(3): 81-83
- [12] Heric D, Zazula D. Reconstruction of object contours using directional wavelet transform[J]. WSEAS Transaction on Computation, 2005, 4; 1305-1312
- [13] 金海燕, 焦李成, 刘芳. 基于 Curvelet 域隐马尔可夫树模型的 SAR 图像去噪[J]. 计算机学报, 2007, 30(3): 491-197
- [14] 王炳健, 刘上乾, 周慧鑫, 等. 基于平台直方图的红外图像自适应增强算法[J]. 光子学报, 2005, 34(2): 299-301
- [15] 章琳, 方志军, 等. 基于遗传算法的多小波自适应去噪方法研究[J]. 红外与毫米波学报, 2009, 28(1): 77-80

(上接第 210 页)

- [7] Jerrum M, Sinclair A. Polynomial-time approximation algorithms for the Ising model [J]. SIAM Journal on Computing, 1993, 22(5); 1087-1116
- [8] Roth D. On the hardness of approximate reasoning [J]. Artificial Intelligence, 1996, 82(1/2); 273-302
- [9] Cooper G F. The computational complexity of probabilistic inference using Bayesian belief networks [J]. Artificial Intelligence, 1990, 42(2/3); 393-405
- [10] Dagum P, Luby M. Approximating probabilistic inference in

Bayesian belief networks is NP-hard [J]. Artificial Intelligence, 1993, 60(1); 141-153

- [11] Jaakkola T S. Tutorial on variational approximation methods [M]// Opper M, Saad D, eds. Advanced Mean Field Methods: Theory and Practice. Massachusetts: The MIT Press, 2000; 129-159
- [12] Flum J, Grohe M. Parameterized Complexity Theory [M]// Brauer W, Rozenberg G, Salomaa A, et al., eds. Verlag Berlin: Springer, 2006; 357-388
- [13] Niedermeier R. Invitation to fixed-parameter algorithms [M]// Ball J, Welsh D, eds. New York: Oxford University Press, 2006; 22-29