

优先级边排序策略及其性能分析

潘竹生 莫毓昌 赵建民

(浙江师范大学数理信息学院 金华 321004)

摘 要 网络可靠度 BDD 分析的计算复杂度与 BDD 尺度线性相关,而 BDD 尺度依赖边排序策略,边排序问题是 BDD 网络可靠度分析的重要问题。从网络结构特性出发,设计了优先级边排序策略并深入研究了在该策略下不同排序起点对 BDD 尺度的影响。实验结果表明:源点和网络中心不是高性能排序起点,最佳排序起点分布在网络边缘,网络中心点为最差排序起点。该结论可为揭示边排序影响 BDD 尺度的本质以及研究高效启发性边排序策略提供重要参考依据。

关键词 网络可靠度,二叉决策图,优先级边排序策略

中图分类号 TB114 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.08.017

Priority Edge Ordering Strategy and Performance Analysis

PAN Zhu-sheng MO Yu-chang ZHAO Jian-min

(College of Mathematics, Physics and Information Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

Abstract The computational complexity of BDD-based network reliability analysis linearly depends on the size of BDD which largely depends on the edge ordering strategies. What's more, the edge ordering issue is very important to the analysis of BDD-based network reliability. We firstly designed the Priority Edge Ordering Strategy (PEOS) from the characteristics of network structure, and then researched the relationship between the BDD size and different ordering starting points with PEOS. The experiment results show that the high-performance starting points are not the source or the center but always located in the boundary of a given network. On the contrary, the center is the worst ordering starting point. These conclusions can provide important reference for the PEOS how to affect the BDD size and how to design a high-performance edge ordering strategy.

Keywords Network reliability, Binary decision diagram(BDD), PEOS

1 引言

BDD 能高效地表示并操纵复杂布尔函数^[1-3],被广泛应用于网络可靠度分析。但基于 BDD 的可靠度分析算法性能在很大程度上依赖 BDD 尺度^[4](即 BDD 节点数),BDD 尺度越大,算法性能往往越差。因此,在将代表网络的复杂布尔函数转换成等价的 BDD 表示形式时,确保构建一个紧凑的 BDD 至关重要。已有研究表明,BDD 尺度取决于变量(边)排序,相同网络在不同的变量(边)排序下得到的等价 BDD,其尺度可能跨越几个数量级,可见最优变量(边)排序问题是 BDD 网络可靠度分析方法研究的核心问题。

然而,计算最优变量(边)排序问题已被证明是一个 NP 完全问题^[5,6],在已有研究中 Friedman 等^[4,6]提出的最优排序算法性能最好,时间复杂度为 $O(n^2 \cdot 3^n)$ 。由于大规模网络的最优变量(边)排序计算复杂度过大,在实际的可靠度分析中,大多都采用经典广度(或深度)优先遍历策略^[7-11]或基于广度(或深度)优先遍历的启发性策略^[12-16]。

比较分析研究这些实用中的排序策略发现:对变量(边)排序策略的性能研究仅仅是在平均性能分析的层面上,没有考虑排序起点对排序结果的影响,即相同策略不同排序起点被认为性能相同,也就是没有很好地回答:排序起点是否在源点 S 处性能最佳。

针对以上问题,本文选择 $N \times N$ 型网络,求解 S(源点)T(汇点)两端可靠度,考察网络边缘、网络中心点和节点在网络中的分布,深入研究启发式变量(边)排序问题,探讨排序起点和高性能变量(边)排序策略之间的关系,并结合网络结构特征对变量(边)排序策略性能进行比较分析,尝试回答下列问题:

1. 评估 ST 网络可靠度时是否以源点 S 为排序起点的变量(边)排序是高性能排序?
2. 对于 $N \times N$ 规则网络,高性能变量(边)排序的起点是否和 ST 相关?
3. 对于 $N \times N$ 规则网络,高性能变量(边)排序的起点分布是否有特定规律?

到稿日期:2013-06-02 返修日期:2013-07-25 本文受国家自然科学基金(61272130),浙江省自然科学基金(Y1100689),浙江省重中之重学科开放课题(ZSDZZZXK24),浙江省教育厅项目(Y201328072)资助。

潘竹生(1977—),男,硕士,讲师,主要研究方向为可信计算,E-mail:pan@zjnu.cn;莫毓昌(1980—),男,博士生,副教授,主要研究方向为可信计算;赵建民(1953—),男,教授,博士生导师,CCF 会员,主要研究方向为模式识别。

2 网络建模

定义 1 二元组 $G=(V,E)$ 称为一个网络,其中

1. $V=\{v_0, v_1, \dots, v_n\}$, 称为顶点集;
2. $E \subseteq V \times V$, 称为边集。

为了便于描述,对于 E 中的点对 (v_i, v_j) 通常赋予另一个名称 e_i 。

定义 2 五元组 $G=(V,E,P,s,t)$ 称为一个二端概率网络,其中

1. $V=\{v_0, v_1, \dots, v_n\}$, 称为顶点集;
2. $E \subseteq V \times V$, 称为边集;
3. P 是一个 E 至非负实数区间 $(0,1)$ 上的函数, $P:E \rightarrow (0,1)$;
4. s 是源点;
5. t 是汇点。

定义 3 网络 $G=(V,E)$ 的一个顶点 v 的离径 $R(v)$ 定义为

$$R(v) = \max_{u \in V} \{d(v, u)\}$$

其中, $d(v, u)$ 表示节点 v 到节点 u 的距离。

定义 4 网络 G 的半径 $R(G)$ 定义为

$$R(G) = \min_{v \in V} \{R(v)\}$$

所有满足 $R(v) = R(G)$ 的顶点 v 都称为 G 的中心点。

定义 5 网络 G 的直径 $D(G)$ 定义为

$$D(G) = \max_{v \in V} \{R(v)\}$$

所有满足 $R(v) = D(G)$ 的顶点 v 都称为 G 的边界点。

定义 6 $N \times N$ 规则网络 G 中,主、副对角线下面一格的 diagonal 定义为超对角线,分别记为超主对角线和超副对角线。如图 1 中的 $\{3,7\}$ 为超主对角线, $\{5,7\}$ 为超副对角线。

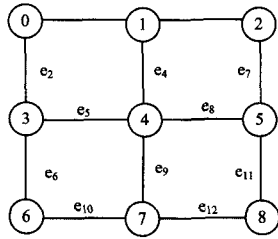


图 1 网络 G

3 优先级边排序策略

本文介绍一种优先级边排序策略 (Priority Edge Ordering Strategy, PEOS), 该策略基于如下特征量: 令 $G=(V, E)$, $S \subseteq V$ 是已排序点集合, $J \subseteq E$ 是已排序边集合, $S' = V - S$ 。对于 $V - S$ 中任意点 x , 构造点集合和边集合:

$$I(x) = \{y | y \in S, (x, y) \in E - J\}$$

$$E(x) = \{(x, y) | y \in S, (x, y) \in E - J\}$$

定义 7 设 $H \subseteq V \cup E = \{1, 2, 3, \dots, |V|, |V|+1, |V \cup E|\}$, 则排序集 $II(H) = \{\pi/\pi \text{ 为 } \{1, 2, 3, \dots, |V|, |V|+1, |V \cup E|\} \text{ 上的排序, 且 } \pi[1], \pi[2], \dots, \pi[|H|] = H\}$ 。

显然给定 $G=(V, E)$, $|V \cup E| = n$, 则 G 网络的排序问题有 $n!$ 种不同的解。

定义 8 定义 $V - S$ 中任意点 x 的特征量 w_1 , 表示与已排序节点的亲密指数。

$$w_1(x) = |I(x)|$$

定义 9 定义 $V - S$ 中任意点 x 的特征量 w_2 , 表示关联

于 x 的已排序节点的索引和值。

$$w_2(x) = \sum_{y \in I(x)} \pi(y)$$

表 1 所给出的 PEOS 策略的基本思想为: 利用点选择算法 VS 选择一个节点 v , 利用边排序算法 EO 对相关的边进行排序。 v 记录当前处理点, S 是已经处理的点集合, J 是已经处理的边集合, 自动累加计数器 $Counter$ 用于对 $\pi(x)$ 进行赋值, $x \in V \cup E$ 。

表 1 PEOS 策略

1. 初始化 $Counter \leftarrow 1, S \leftarrow \text{NULL}, J \leftarrow \text{NULL}$
排序起点排序:
2. Set $s, \pi(s) \leftarrow Counter++$, $S \leftarrow s$;
点选择:
3. 对于 $V - S$ 中任意点 x , 计算 $w_1(x)$;
4. 计算最大的 w_1 , $\text{Max } w_1 = \max_{x \in V - S} \{w_1(x)\}$;
5. 计算具有最大的 w_1 的点集 T ; $T = \{u w_1(u) = \text{Max } w_1\}$;
6. 对于 T 中任意点 x , 计算 w_2 ;
7. 计算最小的 w_2 , $\text{Min } w_2 = \min_{x \in T} \{w_2(x)\}$;
8. 计算具有最小的 w_2 的点集 K ;
9. $K = \{u w_2(u) = \text{Min } w_2\}$; 随机从 K 中选择点 x ; $v \leftarrow x$;
10. 边排序:
11. 计算 $E(v)$, 如果 $E(v)$ 为空, 则转 13;
12. 循环取 $E(v)$ 中 $\pi(u)$ 最小的边 (u, v) 进行边排序, $\pi((u, v)) \leftarrow Counter++$, $J \leftarrow J \cup \{(u, v)\}$, $E(v) \leftarrow E(v) - \{(u, v)\}$;
13. 点排序: $\pi(v) \leftarrow Counter++$, $S \leftarrow v$;
14. 退出条件判断:
15. 如果 $S = V$ 且 $J = E$, 算法退出, 否则转 4。

图 1 所示 3×3 规则网络中, 设源点 S 为节点“0”, 设置排序起点为“0”, 则 PEOS 排序结果如图 2 所示。表 2 给出了排序过程, 表中 v_i 表示点, e_i 表示边, “备选点”栏中列出 $I(u)$ 中所有备选节点 v_i 及 v_i 对应的 w_1 和 w_2 , 记为 $i_{w_1}^{w_2}$; “ v ”栏列出从备选节点中选出的当前处理点; “待排序边”栏中列出所有 $E(v)$ 中待排序边 (u, v) 及 $\pi(u)$, 记为 $e_i^{\pi(u)}$; “排序结果”栏列出相应的排序结果。

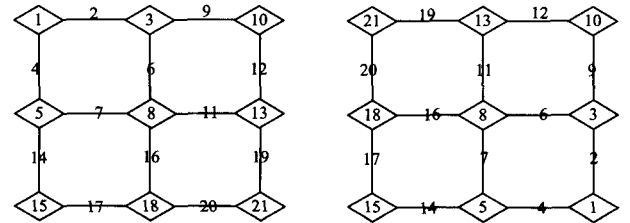


图 2 “0”为起点的 PEOS 结果 图 3 “8”为起点的 PEOS 结果

表 2 PEOS 排序过程

Step	备选点	v	待排序边	排序结果
1	0	0		v_0 1
2	$1_0^1, 3_0^1$	1	e_1^1	$e_1^1 \ v_1$ 2 3
3	$2_3^1, 3_1^1, 4_3^1$	3	e_2^1	$e_2^1 \ v_3$ 4 5
4	$2_3^1, 4_8^2, 6_5^1$	4	e_4^3, e_5^5	$e_4^3 \ e_5^5 \ v_4$ 6 7 8
5	$2_3^1, 5_8^2, 6_5^1, 7_8^2$	2	e_3^3	$e_3^3 \ v_2$ 9 10
6	$5_{18}^2, 6_{15}^1, 7_8^2$	5	e_7^{10}, e_8^8	$e_8^8 \ e_7^{10} \ v_5$ 11 12 13
7	$6_{15}^1, 7_{18}^2, 8_{13}^2$	6	e_6^5	$e_6^5 \ v_6$ 14 15
8	$7_{23}^2, 8_{13}^2$	7	e_9^8, e_{10}^{15}	$e_9^8 \ e_{10}^{15} \ v_7$ 16 17 18
9	8_{31}^2	8	e_{11}^{13}, e_{12}^{18}	$e_{11}^{13} \ e_{12}^{18} \ v_8$ 19 20 21

4 策略性能分析

首先考虑 PEOS 排序的排序起点设置。排序起点可以是 $V-S$ 中任意点。显然,不同的排序起点设置会导致完全不同的排序。如图 3 是以节点“8”为排序起点的 3×3 网络的 PEOS 排序结果,和图 2 比较可知,两种排序是完全不同的。

已有研究中^[11-20],基于搜索的变量(边)排序策略都是以源点 S 作为变量(边)排序的起点,并以此为基础探讨变量(边)排序策略的整体性能。事实上,排序起点严重影响着排序结果,“相同排序起点的不同排序策略”或“不同排序起点的相同排序策略”得到不同的排序结果。因此,排序起点是设计高性能变量(边)排序的重要影响因素。

问题 1:对于 $N \times N$ 型规则,以 s 为排序起点的边排序序列是否就是高性能排序?

为了研究该问题,需要比较不同排序起点设置下 PEOS 排序的性能。实验过程如下:

- (1)生成 5×5 和 6×6 两种规模的 $N \times N$ 型规则网络,选择标号为 0 的点为源点 s ,标号为 $N \times N - 1$ 的点为汇点 t ;
- (2)针对每个网络样本,逐一选择 $N \times N$ 个网络节点作为 PEOS 的排序起点,生成 PEOS 排序,构造 BDD,记录 BDD 尺度(BDD 节点数)数据。

实验结果如图 4 所示。图中网络各点上角数值为以该节点为排序起点 PEOS 排序下所生成的 BDD 节点数目。

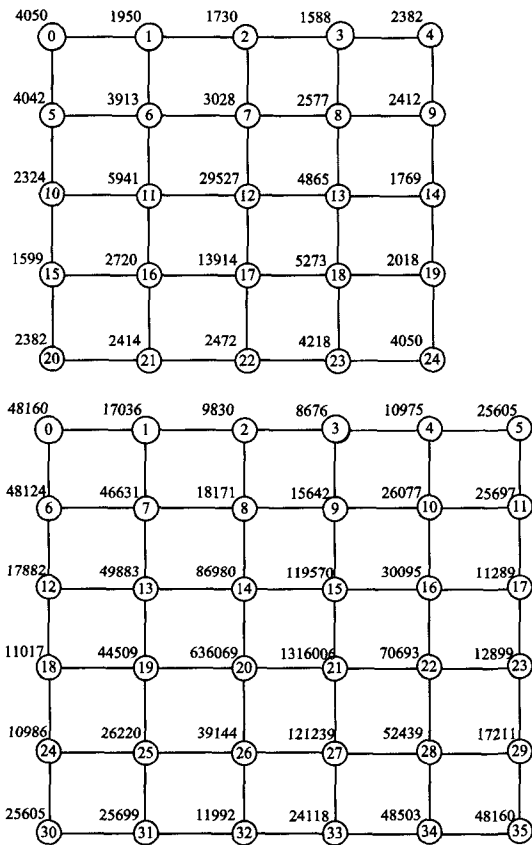


图 4 $N \times N$ 型网络不同排序起点时 PEOS 排序对应的 BDD 尺度

分析图 4 中数据得到如下结论:

结论 1 以源点 s 为排序起点的 PEOS 排序并不是高性能变量序列。

如 5×5 网络中的“3”、“15”、“2”和“14”, 6×6 网络的

“3”、“2”、“4”和“24”,以这些节点为排序起点的边排序序列性能优于以源点 s 为起点的边排序。

结论 2 性能最好或近似最好的排序起点都是边缘点,主对角线、副对角线和超对角线上的节点以及其他内部点的 PEOS 排序序列性能普遍比较差,其中以网络中心点性能最差。

如 5×5 网络中主对角线和超主对角线上的节点形成的 PEOS 排序对应的 BDD 尺度最小值为 3913,副对角线和超副对角线上的节点对应的 BDD 尺度最小值为 2382,内部点所对应的 BDD 尺度最小值为 2577,基本都大于或接近边缘点所对应 BDD 尺度的最大值 2472,而中心点“12”的 BDD 数目是边缘点“3”的 18.59 倍。

类似地, 6×6 网络有相同特性且表现更好,主对角线和超主对角线上节点的 BDD 是其他边缘点 BDD 的 3~4 倍,中心点 BDD 是最佳排序起点“3”节点的 151.68 倍。可以预期在更大规模的规则网络中,结论 2 更明显。进一步分析最佳排序起点的分布,得图 5 所示结果,图中纵坐标表示 BDD 数目,横坐标表示排序起点。很明显 BDD 节点数目随排序起点在网络中的不同分布呈由大到小再由小到大的周期性变化,在网络中心时,BDD 节点数急剧变大,达到最大值。

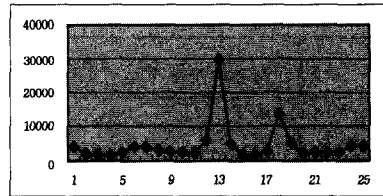


图 5 5×5 型网络最佳排序起点分布

上面的数据只是考虑 ST 点对在对角线上的情形,实际网络可靠度分析过程中, S 和 T 点可以是网络中任意节点。为此,需要进一步考虑如下问题:

问题 2 对于 $N \times N$ 型网络,结论 2 中“边缘排序起点具有较高排序性能”这一特性是否和 ST 点对相关,即对于不同的 ST 点对,高性能的排序起点是否始终位于网络边缘,低性能的排序起点是否始终位于网络中心或网络中心附近区域?

实验过程如下:

- (1)生成 5×5 和 6×6 的 $N \times N$ 型规则网络。
- (2)针对网络样本,逐个选择 $N \times (N-1)$ 种不同的 ST 点对。
- (3)针对每个 ST 点对,逐个选择 $N \times N$ 个网络节点作为 PEOS 的排序起点,生成 PEOS 排序,构造 BDD,记录 BDD 尺度(BDD 节点数)数据,计算出最大 BDD 和最小 BDD 对应的排序起点。

(4)统计每个网络节点作为最小 BDD 排序起点或最大 BDD 排序起点的出现总数。

5×5 和 6×6 实验结果如表 3—表 6 所列。表中“Node”栏列出所有 $N \times N$ 个节点,“Best”、“2nd_B”、“3rd_B”栏列出了节点 i 作为最小、次小和第三小 BDD 排序起点的出现总数,“Sum”栏为前 3 项之和,Ratio 表示节点 i 出现的比例,“Worst”、“2nd_W”和“3rd_W”栏列出了节点 i 作为最大、次大 BDD 和第三大排序起点的出现总数。

表 3 5*5 网络最佳排序起点实验结果

Node	Best	2nd_B	3rd_B	Sum	Ratio(%)
1	118	95	116	329	18.28
2	82	112	128	322	17.89
3	20	86	158	294	16.33
5	0	0	2	2	0.11
9	0	0	2	2	0.11
10	4	100	48	152	8.44
14	4	104	40	148	8.22
15	178	47	40	265	14.72
19	164	54	48	266	14.78
21	0	2	12	14	0.78
23	0	0	2	2	0.11
24	0	0	4	4	0.22

表 4 6*6 网络最佳排序起点实验结果

Node	Best	2nd_B	3rd_B	Sum	Ratio(%)
1	0	24	228	252	6.67
2	594	136	76	806	21.32
3	112	472	72	656	17.35
4	0	2	154	156	4.13
12	2	26	120	144	3.81
17	8	16	166	170	4.50
18	82	126	142	350	9.26
23	104	138	112	354	9.37
24	106	144	72	322	8.52
29	138	144	50	332	8.78
32	114	30	62	206	5.45
33	0	2	4	6	0.16

表 5 5*5 网络最差排序起点实验结果

Node	Worst	2nd_W	3rd_W	Sum	Ratio(%)
6	0	0	0	0	0.00
11	0	0	168	168	9.33
12	544	56	0	600	33.33
13	0	2	326	328	18.22
16	0	0	24	24	1.33
17	56	542	2	600	33.33
18	0	0	66	66	3.67
21	0	0	12	12	0.67
22	0	0	0	0	0.00
23	0	0	2	2	0.11
24	0	0	0	0	0.00

表 6 6*6 网络最差排序起点实验结果

Node	Worst	2nd_W	3rd_W	Sum	Ratio(%)
0	0	0	0	0	0.00
14	0	0	52	52	1.38
15	0	0	820	820	21.69
19	0	0	14	14	0.37
20	156	1104	0	1260	33.33
21	1104	156	0	1260	33.33
22	0	0	2	2	0.05
26	0	0	4	4	0.11
27	0	0	368	368	9.74

分析汇总表 3—表 6 中数据得表 7 和表 8,“Number”和“Per”分别表示落在边缘点的数目和占比。显然最优和次优排序起点全部落在边缘点上,第三好排序起点,在 5*5 网络中落在边缘点的占 99.3%,排名前三的高性能排序起点 99.7%落在边缘点上且集中在含有少量元素的子集中。最差和第二差排序起点全部位于内部节点,第三差排序起点,在 5*5 网络中有 97.67%在内部点,排名前三的最差排序起点 97.78%位于网络内部,且集中分布在网络中心点附近(占 94.21%)。比较 5*5 和 6*6 网络的实验数据,可以预测在更大规模网络中,结论 1 和结论 2 依然成立。

表 7 5*5 网络最佳最差排序起点分布

	Best/Worst	2nd_B/2nd_W	3rd_B/3rd_W	Total_B/Total_W
Number	600/600	600/600	596/586	1796/1786
Per(%)	100/100	100/100	99.3/97.67	99.78/97.78

表 8 6*6 网络最佳最差排序起点分布

	Best/Worst	2nd_B/2nd_W	3rd_B/3rd_W	Total_B/Total_W
Number	1260/1260	1260/1260	1259/1260	3779/3780
Per(%)	100/100	100/100	99.92/100	99.97/100

图 6 给出了上述实验数据的图形化描述,图中●节点为高性能排序起点,●节点为低性能排序起点。

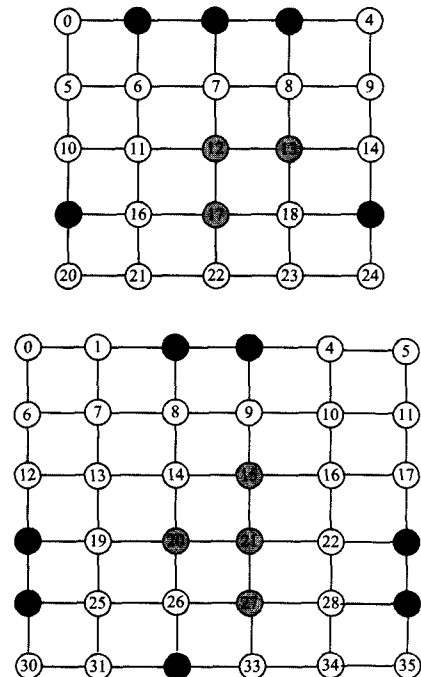


图 6 N*N 型网络 PEOS 最佳和最差排序起点

根据图 6 得到如下重要结论:

结论 3 结论 2 中的“高性能排序起点位于网络边缘,低性能排序起点位于主对角线、副对角线、超对角线以及其他网络内部点,其中网络中心点性能最差”这一特性和 ST 点对无关,即无论 ST 点对如何变化,高性能排序起点始终位于网络边缘,且分布较为集中。

根据上述结论,在应用 PEOS 策略分析 N*N 型网络二端可靠度时,我们应该遵从如下 3 个原则来选择排序起点:

(1)如果目标网络是首次分析,没有任何历史分析数据,则尽量不选择主副对角线、超对角线上的网络节点以及其他内部节点作为排序起点,尽量选择剩下的边缘点中编号较小的网络节点;

(2)如果目标网络已经积累若干 ST 可靠度分析数据,需要分析新 ST 点对的可靠度,则可以直接采用已有数据中表现较好的边缘排序起点,分析新的 ST 可靠度;

(3)绝对不选网络中心点或中心点附近的节点作排序起点。

结束语 本文从网络结构特征入手,设计实现了优先级边排序策略,并以该启发性策略为基础,深入研究了不同排序起点引起的边排序对二端可靠度 BDD 分析算法的影响,得到如下重要结论。

(下转第 105 页)

- [4] Pawlak Z. Rough sets[J]. Int'l Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356
- [5] 张钹, 张铃. 问题求解理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990
- [6] 冯嘉礼. 从判断到识别的定性映射模型与模糊人工神经元[J]. 模式识别与人工智能, 2006, 19(1): 35-66
- [7] Feng J L. Attribute network computing based on qualitative mapping and its applications in pattern recognition[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2008, 19(2): 1-16
- [8] 韩江洪, 方华, 刘小平. Petri 网的公平性及分析[J]. 系统仿真学报, 2012, 24(3): 521-535
- [9] 庞善臣, 林闯. 可重写 Petri 网: 位置可重写及性质分析[J]. 计算机学报, 2012, 35(10): 2182-2193
- [10] 周如旗, 李广原, 冯嘉礼. 一种基于属性抽取与整合的 Petri 网模型[J]. 南京大学学报: 自然科学版, 2003, 39(2): 189-193
- [11] 张锦, 冯嘉礼, 史小宏. 属性 Petri 网建模及其应用[J]. 计算机工程, 2006, 32(17): 105-107
- [12] 苗谦谦, 王国胤, 刘清, 等. 粒计算: 过去、现在与展望[M]. 北京: 科学出版社, 2007
- [13] Pedrycz W, Bargiela, Andrzej. An Optimization of Allocation of Information Granularity in the Interpretation of Data Structures: Toward Granular Fuzzy Clustering[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2012, 42(3): 582-590
- [14] 葛季栋, 胡昊, 吕建. 一种基于不变量的从工作流网到 PERT 图的转换方法[J]. 电子学报, 2008, 36(5): 893-898
- [15] 刘叙华. 算子 Fuzzy 逻辑和 λ -归结方法[J]. 计算机学报, 1989 (2): 81-91
- [16] 夏世芬, 毛大会, 徐扬. 一种算子模糊逻辑系统及其 Petri 网推理算法[J]. 模糊系统与数学, 2008, 22(1): 7-14

(上接第 84 页)

- (1) 源点 s 不是高性能排序起点;
- (2) 网络中心为排序起点的边排序性能最差;
- (3) $N * N$ 型网络高性能排序起点分布在网络边缘且不在超对角线上。

以上结论为揭示边排序影响 BDD 尺度的本质进而设计更优的启发性边排序策略提供重要参考依据。下一步研究工作: (1) 研究随机网络中高性能排序起点的分布规律; (2) 比较优先级排序策略性能并优化策略。

参 考 文 献

- [1] Akers B. Binary decision diagrams[J]. IEEE Trans. Computers, 1978, C-27: 509-516
- [2] Bryant R E. Symbolic Boolean manipulation with ordered binary-decision diagrams[J]. ACM Computing Surveys, 1992, 24(3): 293-318
- [3] Bryant R E. Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation[J]. IEEE trans. on computers, 1986, c-35: 677-691
- [4] Sieling D, Wegener I. Reduction of OBDDs in Linear Time[J]. Information Processing Letters, 1993, 48(3): 139-144
- [5] Bollig B, Wegener I. Improving the variable ordering of OBDDs is NP-complete[J]. IEEE trans. on Computers, 1996, 45(9): 993-1002
- [6] Friedman S J, Supowit K J. Finding the optimal variable ordering for Binary Decision Diagrams[J]. IEEE trans. on Computer, 1990, C-39(5): 710-713
- [7] Hardy G, Lucet C, Limnios N. Computing all-terminal reliability of stochastic networks with binary decision diagrams[C]//11th International Symposium on Applied Stochastic Models and Data Analysis. 2005: 1468-1474
- [8] Hardy G, Lucet C, Limnios N. K-Terminal Network Reliability Measures With Binary Decision Diagrams[J]. IEEE Trans. Reliability, 2007, 56(3): 506-515
- [9] Yeh F-M, Kuo S-Y. OBDD-based network reliability calculation [J]. Electronics Letters, 1997, 33(9): 759-760
- [10] Kuo S Y, Lu S K, Yeh F M. Determining terminal-pair network reliability based on edge expansion diagrams using OBDD[J]. IEEE Trans. Reliability, 1999, 48(3): 234-246
- [11] Yeh F-M, Lu S-K, Kuo S-Y. OBDD-based evaluation of k-terminal network reliability[J]. IEEE Trans. Reliability, 2002, 51(4): 443-451
- [12] Butler K M, Ross D E, Kapur R, et al. Heuristics to Compute Variable Orderings for Efficient Manipulation of Ordered Binary Decision Diagrams[C]//Proc. 28th ACM/IEEE Design Automation Conf. . 1991: 417-420
- [13] Fujita M, Fujisawa H, Kawato N. Evaluation and Improvements of Boolean Comparison Method Based on Binary Decision Diagrams[C]//Proc. IEEE Int'l Conf. Computer Aided Design. 1988: 2-5
- [14] Fujita M, Matsunaga Y, Kakuda T. On variable Ordering of Binary Decision Diagrams for the Application of Multi-Level Logic Synthesis[C]//Proc. European Design Automation Conf. . 1991: 50-54
- [15] Mercer M R, Kapur R, Ross D E. Functional Approaches to Generating Orderings for Efficient Symbolic Representation[C]//Proc. 29th ACM/IEEE Design Automation Conf. . 1992: 614-619
- [16] Bouissou M. An ordering heuristic for building binary decision diagrams from fault-trees[C]//Proc. Annu. Reliab. Maintainability Symp. . 1996: 208-214
- [17] Herrmann J U, Soh S. A Space Efficient Algorithm for Network Reliability[C]//IEEE, the 15th Asia-Pacific Conf. Communications (APCC2009). 2009: 703-707
- [18] Herrmann J U. Improving Reliability Calculation with Augmented Binary Decision Diagrams[C]//IEEE, Advanced Information Networking and Applications (AINA2012). 2012: 329-333
- [19] Herrmann J U, Soh S. Comparison of binary and multi-variate hybrid decision diagram algorithms for k-terminal reliability[C]//Proceedings of the Thirty-Fourth Australasian Computer Science Conference-Volumel13. Australian Computer Society, Inc. , 2011: 153-162
- [20] Pan Z S, Mo Y C, Zhong F R, et al. Performance Improvement of BDD-based Network Reliability [J]. Computer engineering & science, 2012, 34(9): 50-56