

面向城市环境的四旋翼无人机在线避障航迹规划方法

成浩浩¹ 杨 森^{1,2} 齐晓慧¹

(陆军工程大学石家庄校区无人机工程系 石家庄 050003)¹

(北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院 北京 100083)²

摘 要 针对面向城市环境的四旋翼无人机的在线避障航迹规划问题,分别研究了常用的快速扩展随机树(Rapidly-exploring Random Tree, RRT)和人工势场的改进算法。为了解决 RRT 算法收敛速度慢、航迹曲折的问题,首先利用概率引导的方式对随机树的生长方向进行引导,然后对航迹进行裁减和 B 样条曲线平滑处理,生成满足四旋翼无人机性能要求的可行航迹;为了解决人工势场法陷入局部极小值和振荡的问题,首先利用改进的势场函数生成初始航迹,然后利用航迹点裁剪和 B 样条曲线进行优化,得到最终规划航迹。最后在城市环境模型下,从算法规划时间、规划航迹长度和转折角度 3 个方面将改进 RRT 算法与改进人工势场法进行仿真比较,结果表明改进 RRT 算法更适用于四旋翼的在线避障航迹规划。

关键词 四旋翼无人机,改进 RRT 算法,改进人工势场法,在线航迹规划,避障

中图分类号 TP301 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2019.04.038

Online Obstacle Avoidance and Path Planning of Quadrotor Oriented to Urban Environment

CHENG Hao-hao¹ YANG Sen^{1,2} QI Xiao-hui¹

(Department of Unmanned Aerial Vehicle, Army Engineering University, Shijiazhuang 050003, China)¹

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China)²

Abstract Aiming at the online obstacle avoidance and path planning problem of quadrotor for urban environment, this paper studied the improved algorithm of rapidly-exploring random tree (RRT) and artificial potential field. In order to solve the problem of slow convergence speed and tortuous path of RRT algorithm, first, the probability guidance is used to guide the growth direction of random tree, and then the track is cut and the B-spline curve is smoothed to generate a feasible track that satisfies the performance requirements of quadrotor. In order to solve the problems that the artificial potential field method is trapped into local minimums and oscillations, the initial path is first generated by using the improved potential field function, and then the path planning is optimized by using path point clipping and B-spline curve. Finally, under the urban environment model, the improved RRT algorithm is compared with the improved artificial potential field method from the aspects of algorithm planning time, planning track length and turning angle. The results show that the improved RRT algorithm is more suitable for online obstacle avoidance and path planning of quadrotor.

Keywords Quadrotor, Improved RRT algorithm, Improved artificial potential field method, Online path planning, Obstacle avoidance

城市中高楼林立、环境复杂,很难满足固定翼飞机对起飞和降落场地的要求,而四旋翼无人机具有垂直起降和悬停的功能,对飞行环境具有很强的适应能力,但是四旋翼无人机为了避免飞行时与障碍物发生碰撞,必须具备在线避障和航迹重规划能力^[1]。在线避障航迹规划包括 A* 算法^[2-3]、概率路线图法(Probabilistic Roadmap Method, PRM)^[4]、蚁群算法^[5]、遗传算法^[6-7]、RRT 算法^[8]、人工势场法^[9-10]等。文献[3]指出 A* 算法的灵活性差,飞行环境发生变化时需要重组

任务空间,运算量大,不能保证算法的实时性。A* 算法需要建立数学模型或者任务空间信息模型,这使得其在动态航迹规划中的使用受到限制。PRM 采用了随机点法,但是其在狭长环境中采样点少,文献[4]提出可以通过在狭长环境和障碍物密集区域增加采样点来弥补算法本身的不足,但是这种方式会增加算法的复杂程度,不适合在线避障航迹规划问题。文献[5]指出蚁群算法的效率低,且容易陷入局部最优。文献[6]和文献[7]详细阐述了遗传算法的过程,并指出遗传算法

收稿日期:2018-03-15 返修日期:2018-05-27

成浩浩(1993-),男,硕士生,主要研究方向为无人机避障、航迹规划, E-mail: haohao_cheng@163.com; 杨 森(1984-),男,博士,讲师,主要研究方向为飞行器健康管理、导航与飞行控制, E-mail: 568657132@qq.com(通信作者); 齐晓慧(1962-),女,教授,博士生导师,主要研究方向为无人机飞行控制。

容易出现停滞现象,陷入局部最优。上述算法均存在航迹规划时间长、实时性差的问题,无法满足城市环境下四旋翼无人机在线避障航迹规划的要求。文献[9]指出RRT算法的运算速度快,适合应用于复杂环境下的航迹规划。文献[10]介绍了人工势场法的原理,指出人工势场算法简单,航迹规划效果好。RRT算法和人工势场法均不需要建立空间信息模型,具有算法简洁、运算量小、实时性强的优点,适合应用于城市环境下的四旋翼无人机在线避障航迹规划问题。

本文首先简要介绍了RRT算法和人工势场法,然后针对两种算法的缺点和规划环境特点进行改进,并通过仿真实验确定改进RRT算法中引导概率的取值;最后对改进算法与传统算法,以及两种改进算法之间进行仿真比较。结果表明,在城市环境下,两种改进算法明显优于两种传统算法,并且改进RRT算法与改进人工势场法在规划航迹长度和平滑度方面的性能接近,但是改进RRT算法的实时性明显优于改进人工势场法的实时性。

1 算法简介

1.1 RRT算法

RRT算法是由LaValle^[11]于1998年提出的基于采样的增量式搜索算法,包括随机树生长阶段和航迹反向搜索阶段。随机树生长的过程如图1所示,算法以起始点 P_{start} 为随机树的根节点,在任务空间中随机搜索产生扩展方向点 P_{rand} ,然后在现有随机树中选取距 P_{rand} 最近的点作为叶节点 P_{near} ,在叶节点和扩展方向点之间距叶节点步长 ϵ 的位置处选取点 P_{new} 作为待扩展节点,若 P_{near} 与 P_{new} 之间没有障碍,则将 P_{new} 作为新节点扩展到随机树中,否则舍弃 P_{new} ,在空间中随机搜索产生新的扩展方向点 P_{rand} 。随机树不断生长,直到搜索到目标点或者到目标点的距离小于阈值时终止;然后算法从离目标点最近的叶节点开始反向搜索,形成贯穿目标点和起始点的可行航迹。

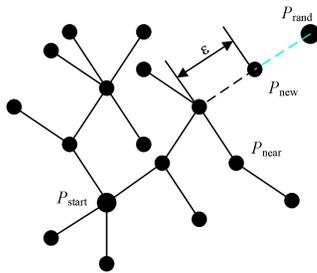


图1 随机树生长过程示意图

Fig. 1 Schematic diagram of random tree growth

RRT算法在空间中遍历搜索,在联通的空间中一定能规划出一条从起始点到目标点的可行航迹,但是这种遍历搜索具有很大的随机性和盲目性,导致算法的实时性降低,并且会产生过多的冗余节点,规划航迹曲折,增加了四旋翼机机动动作,降低了航迹的跟随性。鉴于算法的实现分为随机树探索和航迹反向搜索两个阶段,本文从引导方式、航迹点裁剪和航迹平滑3个方面进行改进。

1.2 人工势场法

人工势场法是Khatib于1986年提出的一种虚拟力法。

算法具有运算量小、实时性强的优点,其核心是势能场函数的建立,该函数的建立方法比较灵活,可以根据任务空间的实际情况建立。Khatib建立的经典势场函数由式(1)~式(3)给出。

$$U_G(p) = \frac{1}{2}k(p-p_G)^2 \quad (1)$$

$$U_O(p) = \begin{cases} \frac{1}{2}\eta\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right), & \rho \leq \rho_0 \\ 0, & \rho > \rho_0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, $U_G(p)$ 是 p 点的引力场, $U_O(p)$ 是 p 点的斥力场, k 和 η (均大于0)分别为引力场系数和斥力场系数, ρ 为四旋翼无人机到障碍物的最短距离, ρ_0 为阈值。四旋翼无人机在势能场中受到的合力表达式为:

$$\begin{aligned} F(p) &= F_G(p) + \sum_{i=1}^n F_{O_i}(p) \\ &= -\nabla U_G(p) + \sum_{i=1}^n (-\nabla U_{O_i}(p)) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $F_G(p)$ 是无人机在 p 点引力场产生的引力,为引力场的负梯度; $F_{O_i}(p)$ 为第 i 个障碍物在 p 点产生的斥力,是 p 点处斥力场的负梯度。

人工势场法的性能完全由势场函数决定,上述经典势场函数存在陷入局部极小值的缺点,本文通过改进势场函数来避免算法陷入局部极小值;同时利用航迹点裁剪和航迹平滑的方法来消除算法在复杂环境中存在的振荡问题,从而得到适合四旋翼无人机飞行的可行航迹。

2 航迹规划空间及约束条件

2.1 航迹规划空间

根据城市环境的特点进行建模,可以将城市中的建筑物等效成长方体。航迹规划空间 $R = [(X, Y, Z) | 0 \leq X \leq 200, 0 \leq Y \leq 200, 0 \leq Z \leq 50]$,其中 X, Y, Z 分别为航迹规划空间的横坐标、纵坐标和竖坐标。航迹规划空间如图2所示。

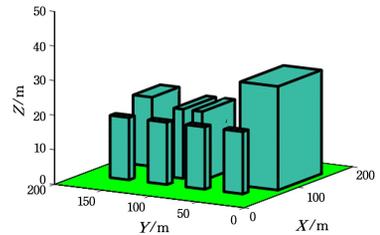


图2 航迹规划空间模型

Fig. 2 Space model for path planning

2.2 约束条件

规划航迹必须满足四旋翼的动态性能约束,否则四旋翼无法按照所规划航迹飞行,规划的航迹为不可行航迹。四旋翼的主要动态性能约束如下。

1) 最远飞行距离约束^[12] L_{max} :四旋翼飞行时携带的能量有限,飞行距离必然受到能量限制,为了安全起见,必须设置最远飞行距离。设四旋翼航迹由航迹段 $\{l_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ 组成,则该约束可以表示为:

$$\sum_{i=1}^n \|l_i\| \leq L_{max} \quad (4)$$

其中, $\|l_i\|$ 是第 i 段飞行距离, L_{\max} 是最远飞行距离。

2) 飞行高度约束 H : 四旋翼正常飞行时, 受到自身性能的约束, 存在最大飞行高度, 同时飞行高度也不能过低, 以免与地面发生碰撞, 因此四旋翼的飞行高度在一定的范围之内。飞行高度的约束可以表示为:

$$H_{\min} \leq H_i \leq H_{\max} \quad (5)$$

其中, H_{\min} 是最小飞行高度, H_i 是第 i 个航迹点的高度, H_{\max} 是最大飞行高度。

3) 最小直飞距离约束 L_{\min} : 为了保证无人机飞行更加安全, 无人机调整姿势之前必须保持一定的直飞距离, 直飞距离小于一定值时无人机发生危险的概率就会增加。最小直飞距离约束可以表示为:

$$\|l_i\| \geq L_{\min} \quad (6)$$

其中, $\|l_i\|$ 表示第 i 段直线飞行距离, L_{\min} 表示最短直飞距离。

由于四旋翼能够悬停, 因此不受转弯角度和转弯半径的约束, 故本文仿真中不考虑四旋翼转弯角度和转弯半径的约束。

3 算法改进

3.1 改进 RRT 算法

针对传统 RRT 算法随机性大、规划航迹冗余度高、较为曲折的缺点, 文献[13]提出了合成向量的方法, 该方法同时考虑了算法的搜索性和引导性, 但是这只是一折中的方法, 无法同时改善算法的搜索性和引导性。文献[14]提出了动态步长的方法, 规划航迹在障碍附近有更好的平滑性, 但是搜索遍历整个空间缺乏引导性。为了同时改善算法的引导性和航迹的平滑度, 本文根据概率对随机树的生长进行引导, 采用航迹点裁剪的方法去除冗余节点, 采用 B 样条方法对航迹进行平滑处理, 以规划出适合四旋翼飞行的可行航迹。

3.1.1 概率引导

传统 RRT 算法在空间中随机搜索产生扩展方向点 P_{rand} , 这虽然有利于算法搜索未知区域, 但是这种盲目的搜索方式会产生很大的冗余, 浪费规划时间, 降低算法的实时性。为此, 引入概率引导的方法, 让随机树扩展方向点 P_{rand} 以一定的概率 θ ($0 < \theta < 1$) 被选为目标点。这种优化方法在障碍物较少的情况下可以增加算法搜索的指向性, 提高搜索效率, 减少航迹点冗余; 但是在障碍物较多的环境中, 由于此方法减少了算法的选择性, 会导致搜索效率下降。 θ 值的选取根据规划环境而定, 合理的 θ 值可以在不失算法指向性的前提下加快算法的收敛速度, 提高算法实时性。

3.1.2 航迹点裁减

航迹点裁减的过程如图 3 所示, 从起始点开始依次检测航迹中的点与起始点之间的连线是否有障碍, 如果没有障碍则检测下一节点, 若第 i 个节点与起始点之间的连线穿过障碍物, 则连接起始点与第 $i-1$ 个节点作为航迹段的两个端点, 然后以第 $i-1$ 个节点为起始点依次检测第 i 个节点之后的节点, 直到到达目标点。航迹点裁减结束后, 将新裁减的航迹作为 RRT 算法规划的航迹。

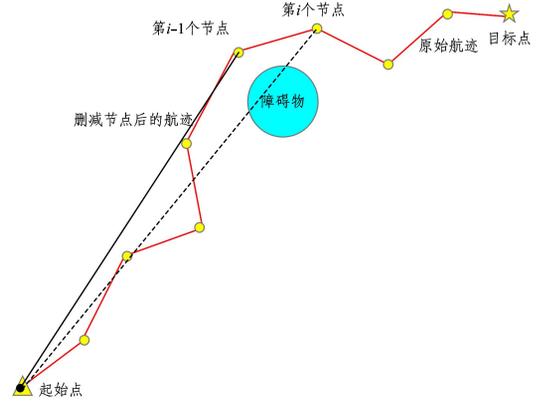


图 3 航迹点裁减示意图

Fig. 3 Schematic diagram of track point reduction

航迹点的裁减可以裁减掉大部分曲折的航迹点, 只保留无人机避开障碍所必需的航迹点, 此优化步骤能明显减少无人机机动的次数, 既能增强无人机飞行的安全性, 又能节省燃料, 增加飞行距离。

3.1.3 B 样条航迹平滑

经过裁减后的航迹由航迹点连接而成, 在节点处存在转折角, 不适合四旋翼飞行。为了增加航迹的平滑度, 提高航迹的可跟随性, 采用 B 样条曲线对航迹进行优化。

P 次 B 样条曲线的定义如下所示^[15]:

$$P(t) = \sum_{i=1}^n N_{i,p}(t) P_i, t \in [0, 1] \quad (7)$$

其中, n 为控制点的个数, P_i 表示第 i 个控制点, $N_{i,p}(t)$ 为非周期、非均匀节点矢量的 B 样条基函数^[16], 其定义由式 (8) 和式 (9) 给出。

$$N_{i,0}(t) = \begin{cases} 1, & t \in [t_i, t_{i+1}) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

$$N_{i,p}(t) = \frac{t-t_i}{t_{i+p}-t_i} N_{i,p-1}(t) + \frac{t_{i+p+1}-t}{t_{i+p+1}-t_{i+1}} N_{i+1,p-1}(t) \quad (9)$$

由式 (7)~式 (9) 可以发现, B 样条曲线的阶数 p 与控制点的个数 n 无关, 而贝塞尔曲线的控制点数决定了贝塞尔曲线的阶次。因此, B 样条曲线在路径拓扑的生成上具有更好的鲁棒性。

为了兼顾算法的简洁性和航迹的平滑度, 本文采用二次 B 样条曲线进行优化, 如图 4 所示。设 P_0, P_1, P_2 为空间中离散的 3 个点, 二次 B 样条曲线参数方程的矩阵形式可以表示为:

$$P(t) = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}, t \in [0, 1] \quad (10)$$

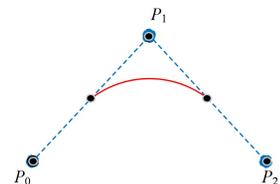


图 4 二次 B 样条曲线

Fig. 4 Quadratic B-spline curve

3.2 改进人工势场法

传统势场函数存在局部极小值的问题,导致目标点不可达,为此,对斥力场函数进行改进,引入四旋翼无人机到目标点的距离,使得目标点处的斥力为0,确保目标点是全局最小点。改进后的斥力场函数如式(11)所示:

$$U_o(\rho) = \begin{cases} \frac{1}{2} \eta (\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}) \rho_G(q), & \rho \leq \rho_0 \\ 0, & \rho > \rho_0 \end{cases} \quad (11)$$

其中, $\rho_G(q)$ 表示四旋翼无人机到目标点的距离,其他变量的含义与式(2)相同。这种改进将目标点调整为整个势场的全局最小点,避免算法陷入局部极小值。

人工势场法还存在振荡的现象,导致规划航迹不能满足四旋翼无人机动态性能的要求,为此,采用改进 RRT 算法中的航迹裁减和 B 样条航迹平滑的方法对航迹进行改进。航迹裁减方法可裁减掉大部分振荡点,只保留避开障碍所必需的航迹点;B 样条航迹平滑方法可以对航迹进行平滑处理,得到满足四旋翼无人机性能要求的可行航迹。

4 仿真实验

为了验证和分析本文提出的改进 RRT 算法的性能,在如图 2 所示的航迹规划空间模型中进行仿真实验。通过仿真实验确定改进 RRT 算法的重要参数——引导概率 θ 的取值,并从算法规划时间、规划航迹长度和转弯角度 3 个方面对改进 RRT 算法与改进人工势场法进行综合比较。

4.1 引导概率值的确定

引导概率 θ 对算法性能有重要影响, θ 取值若过小则不能发挥引导随机树生长的作用;过大则会使算法丧失随机搜索性,导致航迹规划失败。为了确定在如图 2 所示航迹规划空间中 θ 的取值,在 $\theta \in [0, 1)$ 的取值范围内,每隔 0.1 对 θ 进行取值,进行 100 次仿真实验,统计并计算改进 RRT 算法的规划时间、规划航迹长度和航迹转弯角度的平均值和方差,结果如图 5、图 6 所示。

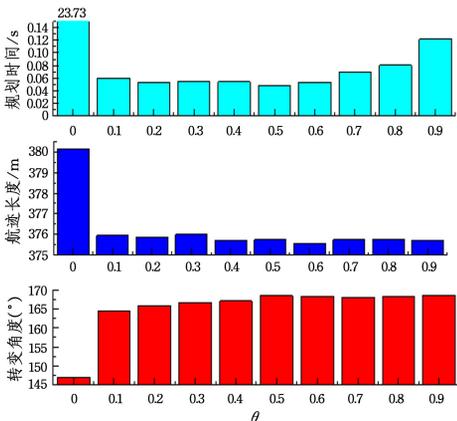


图 5 平均值

Fig. 5 Average value

由图 5 可以看出,城市环境下的规划时间先减少后增加,其中在 $\theta=0.5$ 时规划时间取得最小值。这是因为当 θ 趋于 0 时,引导概率对随机树生长方向的引导作用减弱,特别地,当

$\theta=0$ 时,算法在任务空间中随机取点,随机树随机扩展,须花费较长时间才能扩展到目标点;当 θ 趋近于 1 时,引导概率对随机树的生长有很强的引导作用,导致算法在空间中的随机搜索性降低,当搜索过程中碰到障碍时,需要花费较长时间才能避开障碍而扩展到目标点;特别地,当 $\theta=1$ 时,算法失去随机搜索性,通常不能避开障碍并规划到达目标点的可行航迹。

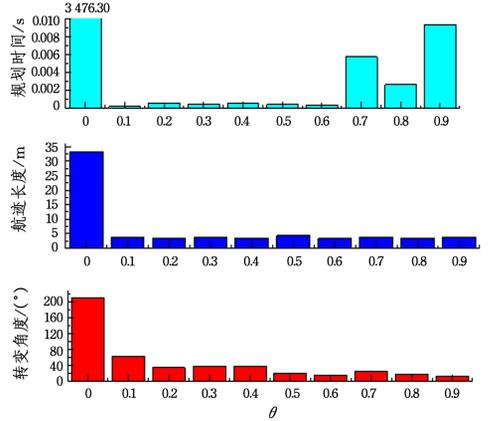


图 6 方差

Fig. 6 Variance

结合图 5 和图 6 可知,在 $0.1 < \theta < 0.6$ 时规划时间的方差较小,稳定性较好。规划航迹的长度以及航迹长度的方差随着 θ 的增大而减小,这是因为随着 θ 的增大,引导概率对随机树生长方向的引导作用越强,更趋向于沿直线向目标点生长;同时,规划航迹的随机性减弱,稳定性增强。平均转弯角度随 θ 的增大而增大,但是当 $\theta > 0.5$ 时,转弯角度增大得不明显;转弯角度的方差随 θ 的增大而减小。同样,当 $\theta > 0.5$ 时,方差减小得不明显。这表明在如图 2 所示的城市环境模型下,当 $\theta=0.5$ 时,转弯角度已经基本达到最大,平滑度已经接近最优,同时每次规划的稳定性也较好。

由以上分析可以看出,当 θ 在 0.5 附近取值时,改进的 RRT 算法具有较好的性能,规划航迹时间较短,实时性好,规划航迹长度较短,转弯角度较大,航迹平滑度好,各项性能指标的方差较小,稳定性好。因此在以后的仿真分析中,取 $\theta=0.5$ 。

4.2 仿真对比分析

在图 2 所示的城市环境下,传统 RRT 算法和改进 RRT 算法的规划结果如图 7 所示,传统人工势场法和改进人工势场法的规划结果如图 8 所示。

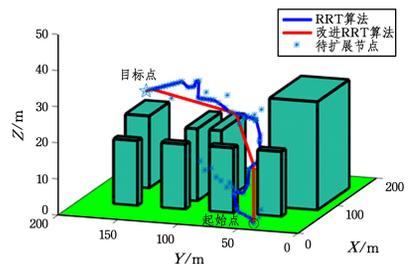


图 7 RRT 与改进 RRT 算法的航迹规划

Fig. 7 Path planning of RRT and improved RRT

图 7 中,“*”表示改进 RRT 算法在航迹规划空间中搜索产生的待扩展节点,深线表示传统 RRT 算法的规划航迹,浅线表示改进 RRT 算法的规划航迹。从图中可以看出,传统 RRT 算法规划的航迹曲折,航迹长度明显大于改进 RRT 算法的航迹,并且存在大量的冗余节点;改进 RRT 算法只保留了避开障碍物所必需的节点,航迹平滑度明显提高。

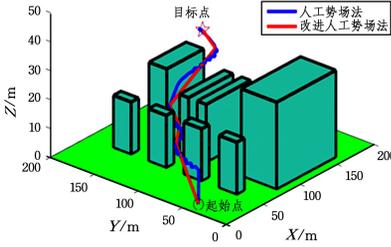


图 8 人工势场与改进人工势场法的航迹规划

Fig. 8 Path planning of artificial potential field and improved artificial potential field

图 8 中,深线是传统人工势场的法规划航迹,浅线是改进人工势场法的规划航迹。从图中可以看出,传统人工势场法的规划航迹存在振荡问题,航迹曲折,不利于四旋翼无人机飞行;而改进人工势场法没有振荡现象,航迹较为平滑。

由图 7 和图 8 可以看出,在图 2 所示的任务空间中,改进 RRT 算法和改进人工势场法明显优于传统 RRT 算法和传统人工势场法。因此,要比较 RRT 和人工势场法这两种算法的性能,只须对两种改进算法进行比较即可。为此,对两种改进算法进行 100 次仿真实验,选定规划时间、航迹长度和转弯角度 3 个指标,计算其最大值、最小值、平均值和方差并进行比较,结果如图 9—图 11 所示。为了便于画图比较,图 9 和图 10 中的方差扩大了 100 倍。

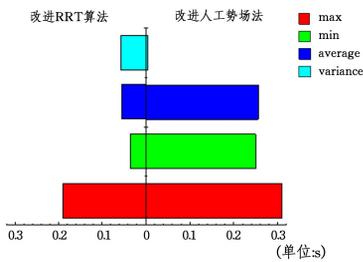


图 9 规划时间的比较

Fig. 9 Comparison of planning time

由图 9 可以看出,改进 RRT 算法规划时间的最大值比改进人工势场法规划时间的最小值还要小,改进 RRT 算法规划时间的平均值为 0.054912 s,改进人工势场法规划时间的平均值为 0.25589 s,改进人工势场法的时间是改进 RRT 算法时间的 4.66 倍;改进人工势场的方差是由外部运行环境引起的,而改进 RRT 算法的方差是由外部运行环境和算法两方面共同作用的结果,并且算法是引起方差的主要因素。虽然改进 RRT 算法的方差明显大于改进人工势场法,但是改进 RRT 算法的实时性明显优于改进人工势场法,更容易满足在线避障航迹规划的要求。

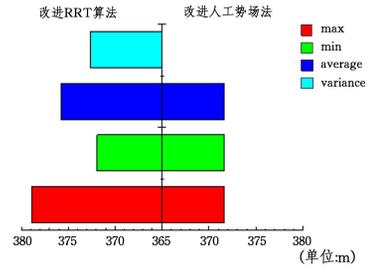


图 10 规划航迹长度的比较

Fig. 10 Comparison of planning track length

图 10 表明,改进 RRT 算法规划航迹长度的最大值、最小值、平均值和方差均大于改进人工势场法。人工势场法是一种确定性算法,每次规划航迹都相同,因此方差为零;而改进 RRT 算法是一种随机算法,存在较大方差,故其稳定性不如改进人工势场法。

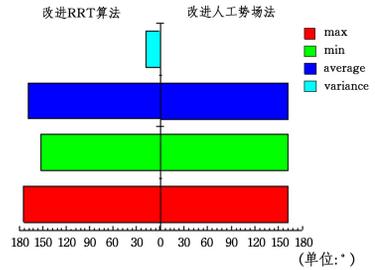


图 11 转弯角度的比较

Fig. 11 Comparison of turning angle

由图 11 可以看出,改进 RRT 算法和改进人工势场法规划航迹的转弯角度非常接近,改进人工势场法的转弯角度的平均值为 162.059°,而改进 RRT 算法的转弯角度的平均值为 168.4597°;但是改进 RRT 算法的方差为 18.04,而由于人工势场法为确定性算法,因此方差为 0,稳定性比改进 RRT 算法好。综合比较,在转弯角度方面,改进 RRT 算法与改进人工势场法各有优点,总体性能非常接近。

从以上 3 个指标的比较可以看出,在规划航迹长度方面,改进人工势场法优于改进 RRT 算法;在转弯角度方面,两种算法各有优势;但是在规划时间方面,改进 RRT 算法明显优于改进人工势场法。由于四旋翼无人机的在线避障航迹规划首先考虑的是算法的实时性,因此,相较于改进人工势场法,改进 RRT 算法更适合应用于四旋翼无人机的在线避障航迹规划问题。

结束语 针对传统 RRT 算法随机搜索、收敛速度慢、规划航迹曲折的缺点,本文采用增加引导概率、航迹裁减和 B 样条平滑优化的方法进行改进,然后通过仿真实验来验证改进 RRT 算法中引导概率的取值对算法性能的影响,并给出如图 2 所示城市模型仿真环境下的取值;针对人工势场法存在的局部极小值点和振荡问题,从改进势场函数、航迹裁减和 B 样条平滑优化的角度进行改进,并且在城市环境模型下将改进 RRT 算法和改进人工势场法分别与传统 RRT 算法和传统人工势场法进行了比较,并进一步从规划时间、规划航迹长度和航迹转弯角度 3 个方面对改进 RRT 算法与改进人工势

场法进行了仿真比较。仿真结果表明,在城市环境下,改进RRT算法和改进人工势场法的性能明显优于传统RRT算法和传统人工势场法,并且改进RRT算法的航迹规划性能优于改进人工势场法,更适合用于四旋翼无人机在线避障航迹规划。

参 考 文 献

- [1] TIAN X L. Study on unmanned aerial vehicle path planning[D]. Xi'an: Xidian University, 2014: 28-29. (in Chinese)
田晓亮. 无人机航迹规划方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014: 28-29.
- [2] ZAMMIT C, VAN KAMPEN E. Comparison between A* and RRT Algorithms for UAV Path Planning[C] // 2018 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Florida: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2018: 1-23.
- [3] GURUJI A K, AGARWAL H, PARSEDIVA D K. Time-Efficient A* Algorithm for Robot Path Planning[J]. Peocedia Technology, 2016, 23: 144-149.
- [4] ZHAO T, PAN X J, HE Q F. Application of Dynamic Ant Colony Algorithm in Route Planning for UAV[C] // Seventh International Conference on Information Science and Technology. Da Nang: Transactions on Cybernetics, 2017: 433-437.
- [5] SHEN J. Robot Anti-Collision Path Planning Under Complex Dynamic Environment[J]. Machinery Design & Manufacture, 2017(11): 255-258. (in Chinese)
沈杰. 复杂动态环境下机器人避障路径规划[J]. 机械设计与制造, 2017(11): 255-258.
- [6] ZHANG L, XU S, YAO S M, et al. Robot Path Planning Based on Improved Artificial Bee Colony Algorithm Under Complicated Environment[J]. Machinery Design & Manufacture, 2017(10): 252-255. (in Chinese)
张林, 徐曙, 姚森敏, 等. 复杂环境下基于改进人工蜂群算法的机器人路径规划[J]. 机械设计与制造, 2017(10): 252-255.
- [7] LI L P, SU Z, XIE Y G, et al. Path planning of robot fish's based on genetic algorithm[J]. Ordnance Industry Automation, 2015, 34(12): 93-96. (in Chinese)
李连鹏, 苏中, 谢迎刚, 等. 基于遗传算法的机器鱼水中航迹规划[J]. 兵工自动化, 2015, 34(12): 93-96.
- [8] XI J R, YANG J X, ZHANG B L, et al. UAV Three Dimensional Real-time Route Planning[J]. Computer Measurement & Control, 2016, 24(6): 181-184. (in Chinese)
席剑锐, 杨金孝, 张博亮, 等. 无人机三维实时航迹规划[J]. 计算机测量与控制, 2016, 24(6): 181-184.
- [9] LIU Y. Research on UAV path planning in dynamic environment [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2015: 3-5. (in Chinese)
刘洋. 动态环境中的无人机路径规划研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2015: 3-5.
- [10] YANG S Y, LIU Y Y, YANG W L. A local dynamic probabilistic roadmap method for unknown environment [J]. Aeronautical Science & Technology, 2016, 27(4): 69-73. (in Chinese)
杨盛毅, 柳阳阳, 杨伟力. 一种未知环境下的局部动态概率路线图法[J]. 航空科学技术, 2016, 27(4): 69-73.
- [11] LA VALLE S M. Rapidly-Exploring Random Tree: a new tool for path planning[R]. Ames: Iowa State University, 1998.
- [12] HUANG J J. Research on Methods of Path Planning and Re-planning for UAVs[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013: 11-12. (in Chinese)
黄建军. 无人机自主飞行轨迹规划与重规划方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013: 11-12.
- [13] WANG K, ZHANG Y W, ZHOU D X. Research on flight path planning algorithms based on Four-rotor[J]. Computer Simulation, 2014, 31(5): 84-88. (in Chinese)
王凯, 张摇维, 周德新. 基于四旋翼飞行器的飞行航迹规划方法研究[J]. 计算机仿真, 2014, 31(5): 84-88.
- [14] WANG D W, ZHU M F, LIU H. Rapidly-exploring random tree algorithm based on dynamic Step[J]. Computer Technology and Development, 2016, 26(3): 105-107, 112. (in Chinese)
王道威, 朱明富, 刘慧. 动态步长的RRT路径规划算法[J]. 计算机技术与发展, 2016, 26(3): 105-107, 112.
- [15] ELBANHAWI M, SIMIC M, JAZAR R. Randomized Bidirectional B-Spline Parameterization Motion Planning [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2016, 17(2): 406-419.
- [16] GUO H T. Research on B-spline Curves and Surface[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2012: 4-11. (in Chinese)
郭怀天. B样条曲线及曲面研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2012: 4-11.