

一种基于斜投影的预编码技术研究

曾宇辉¹ 尚 鹏¹ 朱光喜^{1,2} 吴伟民^{1,2}

(华中科技大学电子与信息工程系 武汉 430074)¹ (武汉光电国家实验室(筹) 武汉 430074)²

摘 要 现有的 MU-MIMO 系统一般采用基于正交投影的方法来处理用户信道,即通过增大用户最小的信道增益来最大化最差一路性能,然而这种方法在组建并行信道时减少了信道增益。为了减少正交投影的方法带来的增益损失,进一步提高系统容量,在研究了现有的预编码方案以及斜投影的原理之后,结合块对角化预编码和几何均值分解,提出了一种新的基于斜投影的线性预编码算法,建立了基于斜投影的预编码的系统模型,并在此系统模型上利用注水功率算法推导出了系统容量的闭式表达式。仿真结果表明,在低信噪比的情况下该方案可以获得比现有正交投影方案更高的系统总容量。

关键词 MIMO, 预编码, 正交投影, 斜投影

中图分类号 TN92 **文献标识码** A

Novel Linear Precoder Design with Oblique Projection for Downlink MU-MIMO Systems

ZENG Yu-hui¹ SHANG Peng¹ ZHU Guang-xi^{1,2} WU Wei-min²

(Department of Electronics and Information Engineering, Huazhong Univ. of Sci. & Tech., Wuhan 430074, China)¹

(Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, Wuhan 430074, China)²

Abstract In current MU-MIMO systems orthogonal projection method is generally employed in the user channel to maximize the performance of the worst channel by increasing the minimum channel gain. We introduced the research of linear precoding in multi-user MIMO system and the mathematical preliminaries of oblique projection, and then implemented oblique projection technique into BD-GMD system, proposed a novel linear precoding based on oblique projection to reduce the gain loss caused by the orthogonal projection method and further increase the system capacity. System model of this precoding algorithm is in detail, and derive out the closed-form expression of system capacity by implementing water-filling power allocation algorithm into the model. Simulation shows that in low SNR the proposed scheme can obtain higher system capacity than the orthogonal projection schema.

Keywords MIMO, Precoding, Orthogonal projection, Oblique projection

1 引言

随着无线移动通信的高速发展,人们对多媒体业务的需求也日益增加。近年来,基于多天线收发技术的 MIMO 传输技术提供了从根本上提高无线通信系统信道容量和频谱利用率的新途径。针对多用户 MIMO 系统,空分多址由于可以在相同的时间、频率和码域资源上传送多个用户的信息而成为研究热点,较单用户 MIMO 系统能大大提高其系统容量和频率效率。研究表明,如果在发射端完全知道用户信道状态信息,利用脏纸编码(DPC)可以从理论上接近下行广播信道容量,但其实现复杂度太高而难以在实际中得到应用。为了降低复杂度,一些次优的预编码受到了广泛的重视^[1,2]。一类是基于码本的预编码技术,如基于傅利叶变换的酉矩阵码本预编码技术。基于码本的预编码在收发两端都预先知道固定的码本,发送端根据反馈的信道质量信息(Channel Quality Information, CQI)从码本中选择合适的码字对发送用户进行

预编码。另外一类是基于实时信道处理的预编码技术,发射端需完全或者部分知道信道状态信息(Channel State Information, CSI),研究比较多的预编码有基于正交投影的块对角化(BD, Block Diagonalization)预编码^[3]和迫零(ZF, Zero Forcing)预编码^[4]。块对角化预编码将当前用户的信道矩阵映射到其他调度用户的零空间,从而将多用户 MIMO 信道分解为多个独立的等效单用户信道。迫零预编码通过取信道矩阵的伪逆矩阵作为预编码矩阵,它是对信道进行完全正交化,不仅所有用户间的信道正交,而且每个用户的子信道也正交,一般情况下用户只有单根接收天线。当每个用户有多根接收天线时,迫零预编码由于用户的每个子信道也互相正交,导致了各投影方向的子信道增益的范数减少,相对块对角化预编码损失更多的信道信息。由于 BD 基于奇异值分解(SVD),每个用户的各个子信道的信道增益差异比较大,因此系统的误码率性能比较差。为此,本文研究了块对角化预编码与几何均值分解(BD-GMD)的联合方案,通过增大用户最小的信

到稿日期:2010-10-18 返修日期:2010-12-28 本文受国家重大专项(2010ZX03003-001, 2009ZX03003-007), 国家科技支撑计划(2008 BAH30B09), 国家高技术研究发展计划(2009AA01Z205), 新世纪优秀人才支持计划项目(NCET070339), 湖北省基金(2009CDA150)资助。

曾宇辉(1979—),男,博士生,主要研究方向为宽带无线移动通信高层协议, E-mail: zeng16@gmail.com; 朱光喜(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为宽带无线移动通信技术; 吴伟民(1970—),男,博士,讲师,主要研究方向为宽带无线移动通信技术。

道增益来最大化最差一路性能。由于这些方法均基于正交投影来处理用户信道,在组建并行信道的同时减少了信道增益。

斜投影(OP, Oblique Projection)是正交投影的扩展^[5],其在功率注水前具有保持完全信道增益的优点。有文献利用斜投影来处理单输入多输出系统(SIMO)的盲识别。本文首先介绍了斜投影的基本原理,研究了线性预编码的投影机制。为了减少正交投影的方法带来的增益损失,结合块对角化预编码和几何均值分解,再提出了一种新的基于斜投影的线性预编码算法。同时,设计了基于斜投影的多用户 MIMO 系统模型,在系统中分别采用穷举搜索调度算法以及贪婪调度算法的多用户调度策略。

2 斜投影原理

斜投影算子最早是在 20 世纪 30 年代由 Murray 和 Lorch 提出并讨论的。后来 Afriat, Takeuchi 等人从数学角度做了进一步的论述与介绍。1989 年, Kayalar 与 Weinert 提出了在阵列信号处理中使用斜投影算子,并且推导出了计算斜投影算子的一些新的公式和迭代算法。1994 年, Behrent 和 Scharf 针对到矩阵列空间的斜投影算子,推导出了更加实际的计算公式^[6]。2000 年, Vandaele 和 Moonen 利用矩阵的 LQ 分解,推导出了到矩阵的行空间的斜投影算子^[7]。斜投影算子是正交投影算子的扩展,而正交投影算子则是斜投影算子的一个特例。

假定矩阵 $A \in \mathbb{C}^{N \times M}$, $B \in \mathbb{C}^{N \times K}$, $M, K \leq N$, 且 A 的列向量与 B 的列向量线性无关,则矩阵 A 的投影矩阵为 $P_A = AA^H$, 其中 $A^H = (A^T)^H$ 为矩阵 A 的伪逆矩阵; $P_A^\perp = I - P_A$ 为矩阵 A 的正交投影矩阵。斜投影算子 E_{AB} 为沿着与值域空间 $\text{Rang}(B)$ 平行的方向到值域空间 $\text{Rang}(A)$ 上的投影算子:

$$E_{AB} = A(A^H P_B^\perp A)^{-1} A^H P_B^\perp \quad (1)$$

式中, E_{AB} 为方阵, 且不具有复共轭对称性, 它具有以下特性:

$$E_{AB}A = A, E_{AB}B = 0 \quad (2)$$

由于矩阵 A 和 B 具有互换性, 由式(1)可以得到 $E_{BA} = B(B^H P_A^\perp B)^{-1} B^H P_A^\perp$ 。定义 $R = [A, B]$, 则 R 的正交投影算子 P_R 可以分解为:

$$P_R = E_{AB} + E_{BA} \quad (3)$$

3 基于斜投影的正交预编码技术

3.1 系统模型

首先假设一个有 K 个用户的多用户 MIMO 下行链路系统, 如图 1 所示。假设基站端发射天线数为 M , 用户 k 的接收天线数为 N_k 。通过多用户调度和预编码技术消除多用户间干扰(MUI), 用户 k 的接收信号可表示为:

$$y_k = H_k W_k D_k x_k + H_k \sum_{j=1, j \neq k}^K W_j D_j x_j + n_k \quad k=1, \dots, K \quad (4)$$

式中, $H_k \in \mathbb{C}^{N_k \times M}$ 为用户 k 的信道增益矩阵, 其元素为独立同分布的具有零均值、单位方差的复循环对称高斯随机变量; $x_k \in \mathbb{C}^{N_k \times 1}$ ($N_k \leq N_r$) 为用户 k 的发送信号, 其与预编码矩阵 $W_k \in \mathbb{C}^{N_r \times N_k}$ 相乘以后由基站天线阵列发出; D_k 包括了用户 k 的发送功率度量因子以及对用户的子信道的并行化处理; n_k 为加性高斯白噪声, 其协方差矩阵为 $E[n_k n_k^H] = \sigma^2 I$, $I \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ 为单位矩阵。本文中 $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示转置及 Hermitan 转置, $\text{rank}(\cdot)$ 表示矩阵的秩, $\text{tr}(\cdot)$ 表示

矩阵的迹。令 $\tilde{H}_k = [H_k^T \cdots H_{k-1}^T, H_{k+1}^T \cdots H_{K_0}^T]^T$, $\tilde{H}_k$ 为其他调度用户组成的信道矩阵。

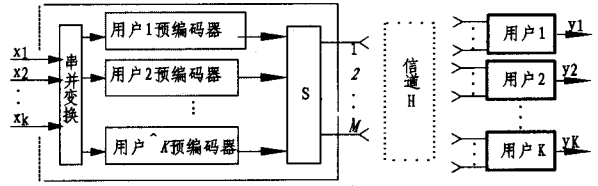


图 1 多用户 MIMO 系统下行链路模型框图

本节首先采用预编码来消除用户间干扰以保证各用户的接收信号中没有其他用户的干扰。根据斜投影的概念, 用户 k 的斜投影预编码矩阵应该满足:

$$\begin{cases} H_k W_k = H_k \\ H_k W_j = 0 \end{cases} \quad \forall j \neq k, 1 \leq j, k \leq K \quad (5)$$

式中, $H_{\text{eff}, k} = H_k W_k$ 为用户 k 的等效信道矩阵。为了最大化用户子信道中信道增益最小的一路, 本节对 $H_{\text{eff}, k}$ 采用 GMD 分解来取代传统 SVD 分解, 即:

$$H_{\text{eff}, k} = Q_k R_k P_k^H \quad (6)$$

式中, Q_k 和 P_k 为酉矩阵, R_k 为对角元素相等的实上三角矩阵, r_{ii} 为其对角元素。

$$r_{ii} = \left(\prod_{m=1}^M \sigma_m \right)^{1/M}, 1 \leq m \leq M \quad (7)$$

式中, σ_m 是 $H_{\text{eff}, k}$ 的第 m 个非零奇异值, $M = \text{rank}(H_{\text{eff}, k})$ 。取 $D_k = P_k E_k$, E_k 为对角矩阵, 其元素为用户 k 的各特征子信道所分配的功率, 系统总功率限制为 P , 则式(4)可简化为:

$$\begin{aligned} y_k &= Q_k R_k P_k^H P_k E_k x_k + n_k \\ &= Q_k R_k E_k x_k + n_k \end{aligned} \quad (8)$$

在用户的接收端采用 VBLAST 译码算法, 在式(8)两边同时乘以 Q_k^H :

$$\bar{y}_k = Q_k^H Q_k R_k E_k x_k + \bar{n}_k = R_k E_k x_k + \bar{n}_k \quad (9)$$

式中, $\bar{n}_k = Q_k^H n_k$ 。如果忽略系统误差传输的影响, 则用户 k 可以得到 N_k 个独立的且信道增益均为 r_{kk}^2 的子信道:

$$\bar{y}_k = r_{kk} I_{N_k} x_k + \bar{n}_k \quad (10)$$

系统的和容量为:

$$C_{\text{OP}}(S) = \left\{ \max_{\substack{S \in \mathcal{I}, \sum_{k \in S} \text{Tr}(W_k P_k E_k E_k^H P_k^H W_k^H) \leq P}} \sum_{k \in S} \log \det \left(I + \frac{1}{\sigma^2} r_{kk}^2 E_k^2 \right) \right\} \quad (11)$$

使用拉格朗日乘法, 构造函数:

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{k \in S} \sum_{i=1}^{N_k} \log \det \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} r_{kk}^2 E_{k,i}^2 \right) + L \left[P - \sum_{k \in S} \sum_{i=1}^{N_k} (W_k P_k E_k E_k^H P_k^H W_k^H)_{ii} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

式中, L 为拉格朗日乘数。采用注水功率分配算法, 式(12)对 $E_{k,i}$ 求导, 并令其等于零, 则可得:

$$\frac{\frac{1}{\sigma^2} r_{kk}^2}{\ln 2 \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} r_{kk}^2 E_{k,i}^2 \right)} - L (W_k P_k E_k E_k^H P_k^H W_k^H)_{ii} = 0 \quad (13)$$

得到 $E_{k,i}$:

$$E_{k,i}^2 = \left[\frac{\frac{1}{\sigma^2} r_{kk}^2}{\ln 2 (W_k P_k E_k E_k^H P_k^H W_k^H)_{ii}} - \frac{\sigma^2}{r_{kk}^2} \right]^+ \quad (14)$$

且

$$\sum_{k \in S} \left[\frac{\frac{1}{\sigma^2} r_{kk}^2}{\ln 2 (W_k P_k E_k E_k^H P_k^H W_k^H)_{ii}} - \frac{\sigma^2}{r_{kk}^2} \right]^+ \leq P \quad (15)$$

将所求出的 $E_{k,i}^2$ 代入式(11),可得:

$$C_{OP}(S) = \max_{E_{k,i}^2, k \in S} \sum \log \det(I + \frac{1}{\sigma^2} r_{kk}^2 E_k^2) \quad (16)$$

为了保证预编码矩阵 W_k 的存在,当前选取的所有用户的接收天线总数应不大于基站的发送天线总数。不失一般性,本文假定所有用户的接收天线数相等,即 $N_{r,k} = N_r, \forall k$,则同一时刻系统所能选取的最大用户数为 $K_{\max} = \text{ceil}(N_t/N_r)$,这里 $\text{ceil}(\cdot)$ 表示朝正无穷大方向取整。定义 $I = \{1 \dots K\}$ 为系统所有用户集合, $S \in I(|S| \leq K_{\max})$ 为当前时刻所调度的用户集。

3.2 斜投影预编码的调度算法

在基于斜投影的预编码系统中,采用穷举搜索调度算法以及贪婪调度算法。贪婪调度算法具体描述如下:

1) 初始化:令 $\Omega = \{1, 2, \dots, K\}, S^* = \emptyset, i = 1$ 。

2) 选择第 1 个用户: $s_1 = \arg\max_{k \in \Omega} N_k \log(1 + \frac{P}{N_{s_1}} r_{k s_1}^2)$, 当前

信道容量 $C_1 = N_{s_1} \log(1 + \frac{P}{N_{s_1}} r_{s_1 s_1}^2)$, 更新用户集 $\Omega = \Omega - \{s_1\}, S^* = S^* + \{s_1\}, i = 2$ 。

3) 对于每个用户 $k \in \Omega$, 令 $S_k^* = S^* + \{k\}$, 由式(16)得到当前的系统容量 C_k^* , 此次迭代选取的用户为 $s_i = \arg\max_{k \in \Omega} (C_k^*)$, 更新当前用户集 $\Omega = \Omega - \{s_i\}, S^* = S^* + \{s_i\}$ 。

4) 当 $i = K_{\max}$ 时, 算法结束, 得到本算法的最优用户集 S^* 。否则 $i = i + 1$, 返回 3)。

4 仿真与分析

定义信噪比 $\text{SNR} = P/\sigma^2$, 假定信道为准静态平稳衰落, 基站可以获取所有用户理想的信道状态信息。以下主要仿真对比了几种调度算法的系统容量:

- 基于穷举搜索算法的斜投影预编码(OP-MAX);
- 基于贪婪调度算法的斜投影预编码(OP-GA);
- 基于 BD-GMD 的算法(BD-GMD)。

图 2 和图 3 分别描述了系统配置为 ($N_t = 4, N_r = 2$) 时采用 3 种方案系统总速率随系统总用户数的变化情况。该情况下所对应的系统同时选取的最大用户数 $K_{\max}$ 为 2。从图中可以明显看出, 在低 SNR 区域, 本文提出的基于斜投影的预编码系统总容量明显高于文献中所采用的 BD-GMD 联合预编码方案的系统, 并且通过次优的贪婪算法所得到的基于斜投影的系统总容量也要高于 BD-GMD 系统; 而在高信噪比区域, 由于斜投影预编码在进行注水功率分配算法时有额外的限制条件, 是一种非酉矩阵的预编码, 其系统容量要低于 BD-GMD 系统, 但差别不是很大, 相对于低 SNR 时两者的差别比较小。

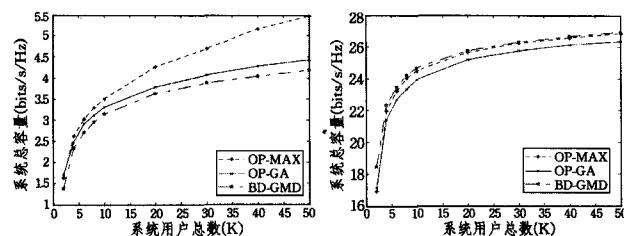


图 2 系统总容量与用户总数的关系 ($\text{SNR} = 0\text{dB}, n_t = 4, n_r = 2$)

图 3 系统总容量与用户总数的关系 ($\text{SNR} = 20\text{dB}, n_t = 4, n_r = 2$)

用 3 种方案系统总速率随系统总用户数的变化情况。该情况下所对应的系统同时选取的最大用户数 $K_{\max}$ 为 3。从图中可以明显看出, 当基站发送天线数增加时, 系统同时发送的用户数也增加, 4 种算法的系统容量也都随之增加。同时, 随着系统用户数的增加, 在低 SNR 的情况下, 基于穷举搜索调度算法的斜投影预编码方案具有比其它方案更高的系统容量。但是在高 SNR 的情况下, BD-GMD 方案在系统容量上的优势就不太明显, 相对于低 SNR 时不同方案的系统总容量差别明显较小。

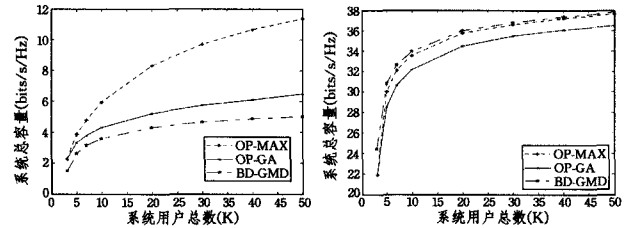


图 4 系统总容量与用户总数的关系 ($\text{SNR} = 0\text{dB}, n_t = 6, n_r = 2$)

图 5 系统总容量与用户总数的关系 ($\text{SNR} = 20\text{dB}, n_t = 6, n_r = 2$)

结束语 本文首先介绍了多用户 MIMO 系统中线性预编码的研究概况, 并简要介绍了斜投影的原理。将斜投影应用到几何均值分解(GMD)的系统中, 提出了一种基于斜投影的线性预编码方案。然后, 建立了基于斜投影的预编码的系统模型, 并在此系统模型上利用注水功率算法推导出了系统容量的闭式表达式。最后, 通过仿真描述了在多用户 MIMO 系统中基于斜投影的预编码和基于正交投影的 BD-GMD 联合预编码的系统容量的差别。可以看出, 当系统信道条件比较差时, 相较于正交投影, 基于斜投影的预编码可以获得很高的系统容量, 具有更好的适用性。

参考文献

- [1] Gesbert D, Kountouris M, Heath R W, et al. From Single user to Multiuser Communications; Shifting the MIMO paradigm[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(5): 36-46
- [2] Zukang S, Runhua C, Andrews J G, et al. Sum Capacity of Multiuser MIMO Broadcast Channels with Block Diagonalization[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2007, 6(6): 2040-2045
- [3] Spencer Q H, Swindlehurst A L, Haardt M. Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(2): 461-471
- [4] Zamir R, Shamai S, Erez U. Nested linear/lattice codes for structured multiterminal binning[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2002, 48(6): 1250-1276
- [5] Taesang Y, Goldsmith A. On the optimality of multi-antenna broadcast scheduling using zero-forcing beamforming[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006, 24(3): 528-541
- [6] Behrens R T, Scharf L L. Signal processing applications of oblique projection operators[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(6): 1413-1424
- [7] Vandaele P, Moonen M. Two deterministic blind channel estimation algorithms based on oblique projections[J]. Signal Processing, 2000, 80: 481-495