

邻域系统粗糙集和覆盖粗糙集

王丽娟^{1,2} 吴 陈² 杨习贝^{1,2} 杨静宇¹

(南京理工大学计算机科学与技术学院 南京 210094)¹

(江苏科技大学计算机科学与工程学院 镇江 212003)²

摘 要 邻域系统粗糙集和覆盖粗糙集是经典粗糙集两种重要扩展。通过分别比较各模型中下(上)近似集之间的包含关系和近似精度之间的大小关系,深入探讨邻域系统粗糙集和6种覆盖粗糙集模型之间的关系,得出了邻域系统粗糙集和6种覆盖粗糙集模型的下(或上)近似集之间的关系是明确的,其要么是可以比较的,要么是不可以比较的,证明了可比较的具有包含甚至等价关系,不可比较的通过反例进行了佐证。对不同扩展粗糙集的对比较研究加深了对这些模型的理解,同时也为宏观上学习和认识粗糙集提供了帮助。

关键词 邻域系统粗糙集,覆盖粗糙集,近似精度,比较

中图分类号 TP18 **文献标识码** A

Neighborhood System Based Rough Set and Covering Based Rough Set

WANG Li-juan^{1,2} WU Chen² YANG Xi-bei^{1,2} YANG Jing-yu¹

(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)¹

(Department of Computer Science and Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China)²

Abstract Neighborhood system based rough set and covering based rough set are two important expansions of the classical rough set. By means of comparing the lower approximation sets, the upper approximation sets and accuracy measures, the relationships of neighborhood system based rough set and six covering based rough set models were systematically studied. The conclusion is that the relationships between the lower or upper approximations of neighborhood system based rough set and six covering based rough set models are clear, either can be compared, or not. Under the comparable situation, it was proved that there are inclusion even equivalence relations. Under the incomparable situation, it was proved by counter-examples. The comparative study on different expansions of rough set not only provides a better understanding of these models, but also gives a hand on learning rough set in the macroscopic level.

Keywords Neighborhood system based rough set, Covering based rough set, Accuracy measure, Comparison

1 引言

粗糙集(Rough Set)^[1]是一种有效的知识获取工具。经典的粗糙集建立在一个不可分辨关系(也是等价关系)上,经过多年的研究,学者们将其弱化为很多的二元关系,如容差关系^[2]、相似关系^[3]、限制容差关系^[4]等,对粗糙集进行了有效的推广,使得粗糙集在特征选择^[5,6]、规则获取^[7,8]、决策评估^[7,8]等多个领域获得了很好的应用。

Lin借助于拓扑学中内点和闭包的概念,提出了邻域系统粗糙集^[9,20,21]。实际上,目前的绝大多数扩展粗糙集模型都可被视作是建立在不同邻域基础上的。例如,等价类是邻域,覆盖近似空间^[10-19]中的覆盖也可被视作邻域,模糊等价类是模糊邻域等。因而,目前现有的粗糙集与邻域系统粗糙集之间的关系是一个值得探讨的话题。

将等价关系弱化为其它的二元关系之后,划分也就扩展成了覆盖。于是,Zakowski提出了覆盖粗糙集^[8]。随后这种扩展方式得到了很好的推广,并得到了很多种不同定义的覆盖粗糙集模型^[11]。学者W. Zhu等对其中的6种覆盖粗糙集模型进行了研究,并对这6种模型一一命名^[12-17]。可惜的是,他们并没有深入研究这6种覆盖粗糙集模型之间的关系。于是,在文献^[18]中作者探讨了这个问题,并且得到了很好的结论。

于是,本文在文献^[18]的基础上,继续探讨邻域系统粗糙集和6种覆盖粗糙集模型之间的关系。得到了如下的结论:首先,邻域下近似集和覆盖下近似集之间有明确的包含甚至是等价关系;其次,邻域上近似集和两种覆盖下近似集之间也存在包含和等价关系,但是和其它4种覆盖下近似集之间没有包含关系;最后,邻域系统粗糙集的近似精度比第二种覆盖

到稿日期:2012-03-12 返修日期:2012-06-14 本文受国家自然科学基金(61100116),中国博士后科学基金(20100481149),江苏省自然科学基金(BK2011492),江苏省高校自然科学基金(11KJB520004),江苏省博士后科学基金(1101137C)资助。

王丽娟(1981—),女,博士生,讲师,主要研究方向为智能信息处理、粒计算,E-mail:zjwanglijuan@sina.com;吴 陈(1962—),男,博士,教授,硕士生导师,主要研究方向为粗糙集理论;杨习贝(1980—),男,博士后,讲师,主要研究方向为粒计算、智能信息处理;杨静宇(1941—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为模式识别、计算机视觉。

粗糙集高,比第 6 种覆盖粗糙集低,与其它的 4 种覆盖粗糙集不可比较。

本文第 2 节从二元粒计算模型中引出邻域系统以及邻域系统粗糙集;第 3 节介绍 W. Zhu 深入研究的 6 种覆盖粗糙集模型;第 4 节讨论邻域系统粗糙集和 6 种覆盖粗糙集模型之间的关系;最后总结全文。

2 邻域系统粗糙集

粒计算(Granular Computing, GrC)^[9,20,21]涵盖了所有与粒度相关的理论、方法与应用,在人工智能领域已经有了很好的应用。1998 年, T. Y. Lin 通过研究二元关系下^[20,21]的粒计算模型,论述了基于邻域系统的粒计算在粒结构、粒表示和粒应用等方面的问题,从广义的角度正式地提出了粒计算的概念。下面就以 T. Y. Lin 提出的二元粒计算模型为基础,给出邻域系统的概念。

定义 1^[9] 假定二元组 (U, β) , 其中 U 为论域, $\beta = \{R^1, R^2, \dots\}$ 是一族二元关系的合集, $R^i \subseteq U \times U$, 那么二元组 (U, β) 是一个二元粒计算模型。

定义 2^[9] 在二元粒计算模型 (U, β) 中, $\beta = \{R^1, R^2, \dots\}$, 则对于 $\forall p \in U$, 有一族子集与之对应, 即

$$N_1(p) = \{q \in U : (p, q) \in R^1\}$$

$$N_2(p) = \{q \in U : (p, q) \in R^2\}$$

⋮

1. $N_1(p), N_2(p), \dots$ 称为 p 的邻域;

2. p 的所有邻域的合集称为 p 的邻域系统, 记为 $NS(p)$, 即 $NS(p) = \{N_1(p), N_2(p), \dots\}$;

3. 集合 $\{NS(p) : p \in U\}$ 称为 U 的邻域系统, 记为 $NS(U)$ 。

定义 3 在二元粒计算模型 (U, β) 中, $\beta = \{R^1, R^2, \dots\}$, 对于 $\forall X \subseteq U$ 的邻域下近似集 $\underline{apr}(X)$ 和邻域上近似集 $\overline{apr}(X)$ 定义如下:

$$\underline{apr}(X) = \{p \in U : \exists N(p) \in NS(p) \text{ s. t. } N(p) \neq \emptyset \wedge N(p) \subseteq X\}$$

$$\overline{apr}(X) = \{p \in U : \forall N(p) \in NS(p) \text{ s. t. } N(p) \cap X \neq \emptyset\}$$

性质 1 在二元粒计算模型 (U, β) 中, $\beta = \{R^1, R^2, \dots\}$, 对于 $\forall X, Y \subseteq U$ 有下面性质成立。

$$(i) \underline{apr}(\emptyset) = \emptyset, \overline{apr}(\emptyset) = \emptyset;$$

$$(ii) \underline{apr}(U) = U, \overline{apr}(U) = U;$$

$$(iii) \underline{apr}(X) \subseteq X \subseteq \overline{apr}(X);$$

$$(iv) \underline{apr}(X \cap Y) \subseteq \underline{apr}(X) \cap \underline{apr}(Y), \\ \overline{apr}(X \cap Y) \subseteq \overline{apr}(X) \cap \overline{apr}(Y);$$

$$(v) \underline{apr}(X \cup Y) \supseteq \underline{apr}(X) \cup \underline{apr}(Y), \\ \overline{apr}(X \cup Y) = \overline{apr}(X) \cup \overline{apr}(Y);$$

$$(vi) X \subseteq Y \Rightarrow \underline{apr}(X) \subseteq \underline{apr}(Y), \overline{apr}(X) \subseteq \overline{apr}(Y);$$

$$(vii) \underline{apr}(X) = \neg(\overline{apr}(\neg X)), \\ \overline{apr}(X) = \neg(\underline{apr}(\neg X));$$

$$(viii) \underline{apr}(\neg X) = \neg \overline{apr}(X);$$

$$(ix) \underline{apr}(\underline{apr}(X)) \subseteq \underline{apr}(X), \overline{apr}(X) \subseteq \overline{apr}(\overline{apr}(X)).$$

3 覆盖粗糙集

覆盖粗糙集是经典粗糙集的推广。下面就以 W. Zhu 系统研究的 6 种覆盖粗糙集模型为例, 介绍覆盖粗糙集中的基本概念。

定义 4^[17] 令 U 为论域, C 是一簇 U 的子集, 并且 C 中不含空集。如果 $\bigcup C = U$, 则称 C 是 U 的一个覆盖。如果 P 是 U 的一个覆盖并且 P 中任意两个元素都相交为空, 则称 P 为 U 的一个划分。显然, U 的划分必为 U 的覆盖, 所以覆盖是划分的一般形式, 而划分是一种最简单的覆盖。

定义 5^[17] 令 C 是 U 的一个覆盖, $x \in U$, x 的最小描述 $Md_C(x)$ 定义为:

$$Md_C(x) = \{K \in C | x \in K \wedge (\forall S \in C \wedge x \in S \wedge S \subseteq K \Rightarrow K = S)\}$$

定义 6^[17] 令 C 是 U 的一个覆盖, $x \in U$, x 的最小包含 $Mi_C(x)$ 定义为:

$$Mi_C(x) = \bigcap \{K | x \in K \in C\} \quad (*)$$

注: $(*)$ 处的定义, 在原文中表示为 $Neighbor_C(x)$, 为了避免和本文中邻域系统中邻域的概念相混淆, 故改为 $Mi_C(x)$ 。文中定义 8 和定义 9 中一并改之。

定义 7^[17] 令 C 是 U 的一个覆盖, $\forall X \subseteq U$, 第一种基于覆盖 C 的覆盖下近似 $CL_C(X)$ 和覆盖上近似 $FH_C(X)$ 分别定义如下:

$$CL_C(X) = \bigcup \{K \in C | K \subseteq X\}$$

$$FH_C(X) = CL_C(X) \cup \{Md_C(x) | x \in X - CL_C(X)\}$$

定义 8^[17] $\forall X \subseteq U$, 第 2、3、4、5 种覆盖上近似 $SH_C(X), TH_C(X), RH_C(X), IH_C(X)$ 分别定义如下:

$$SH_C(X) = \bigcup \{K | K \in C, K \cap X \neq \emptyset\}$$

$$TH_C(X) = \bigcup \{Md_C(x) | x \in X\}$$

$$RH_C(X) = CL_C(X) \cup \{K | K \cap (X - CL_C(X)) \neq \emptyset\}$$

$$IH_C(X) = CL_C(X) \cup \{Mi_C(x) | x \in X - CL_C(X)\}$$

W. Zhu 在本文中^[12-17]也给出了第 2、3、4、5 种基于覆盖的覆盖下近似的概念。但是它们均等价于 $CL_C(X)$ 。所以, 文中仅仅认为 $CL_C(X)$ 是第 1 种基于覆盖 C 的覆盖下近似。

定义 9^[17] $\forall X \subseteq U$, 第 6 种基于覆盖 C 的覆盖下近似 $XL_C(X)$ 和上近似 $XH_C(X)$ 分别定义为:

$$XL_C(X) = \{x | Mi_C(x) \subseteq X\}$$

$$XH_C(X) = \{x | Mi_C(x) \cap X \neq \emptyset\}$$

当没有出现歧义时, 以上定义中均可省去下标 C , 故在下文的讨论中略去。

4 邻域系统粗糙集和覆盖粗糙集间的关系

令 U 为论域, $C = \{K_1, K_2, \dots, K_n\}$ 是 U 的一个覆盖。若 $x \in K_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$, 那么 K_i 也是 x 的一个邻域。所以当 $x \in K_i$ 时, 记 $N_i(x) = K_i$, 就可以得到由覆盖导出的邻域系统。

例 1 设 $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}, C = \{K_1, K_2, \dots, K_5\}$, 其中 $K_1 = \{x_1\}, K_2 = \{x_2, x_3\}, K_3 = \{x_3\}, K_4 = \{x_1, x_4\}, K_5 = \{x_2, x_4\}$ 。显然, $x_1 \in K_1$ 且 $x_1 \in K_4$ 。令 $N_1(x_1) = K_1, N_4(x_1) = K_4$, 那么 $NS(x_1) = \{N_1(x_1), N_4(x_1)\} = \{\{x_1\}, \{x_1, x_4\}\}$ 。

类似地,可以得到:

$$NS(x_2) = \{N_2(x_2), N_5(x_2)\} = \{\{x_2, x_3\}, \{x_2, x_4\}\}$$

$$NS(x_3) = \{N_2(x_3), N_3(x_3)\} = \{\{x_2, x_3\}, \{x_3\}\}$$

$$NS(x_4) = \{N_4(x_4), N_5(x_4)\} = \{\{x_1, x_4\}, \{x_2, x_4\}\}$$

所以就可以得到邻域系统为:

$$NS(U) = \{NS(x_1), NS(x_2), NS(x_3), NS(x_4)\}$$

那么,邻域系统粗糙集和覆盖粗糙集之间又有什么联系呢?下面就重点探讨邻域系统粗糙集和6种覆盖粗糙集之间的关系。分3个步骤进行:首先讨论邻域下近似和两种覆盖下近似之间的关系;接着研究邻域上近似集和6种覆盖上近似之间的关系;最后对邻域系统粗糙集和6种覆盖粗糙集的近似精度的大小进行比较。

值得注意的是,覆盖 C 中不含空集,为了使两种粗糙集处于相同条件下探讨两者之间的关系,限定邻域 $N(p)$ 不为空且包含 p ,即这里的邻域系统为纯自反邻域系统。那么,定义3中的邻域下近似集 $\underline{apr}(X)$ 和邻域上近似集 $\overline{apr}(X)$ 定义可以简化为:

$$\underline{apr}(X) = \{p \in U; \exists N(p) \in NS(p) \text{ s. t. } N(p) \subseteq X\}$$

$$\overline{apr}(X) = \{p \in U; \forall N(p) \in NS(p) \text{ s. t. } N(p) \cap X \neq \emptyset\}$$

4.1 下近似集间的关系

在文献[14]中,W. Zhu对第1、2、3种模型上近似的大小做了比较,得出了以下结论:

命题1 $\underline{apr}(X) = CL(X)$ 。

证明: $CL(X) = \bigcup \{K_i \in C | K_i \subseteq X\} = \{x \in U | \exists N_i(x) \in NS(x) \text{ s. t. } N_i(x) \subseteq X\} = \underline{apr}(X)$ 。证毕。

命题1说明邻域下近似集和第1种覆盖下近似集是等价的。

命题2 $\underline{apr}(X) \subseteq XL(X)$ 。

证明: $XL(X) = \{x | Mi(x) \subseteq X\} = \{x | \bigcap \{N_i(x) | N_i(x) \in NS(x)\} \subseteq X\}$ 。

当 $x \in \underline{apr}(X)$ 时, $\exists N_i(x) \in NS(x) \text{ s. t. } N_i(x) \subseteq X$,则 $\bigcap \{N_i(x) | N_i(x) \in NS(x)\} \subseteq X$,且 $x \in XL(X)$ 。因此, $\underline{apr}(X) \subseteq XL(X)$ 。证毕。

命题2说明邻域下近似集包含于第6种覆盖下近似集。

推论1 $\underline{apr}(X) = CL(X) \subseteq XL(X)$ 。

4.2 上近似集间的关系

命题1和命题2揭示了邻域下近似集和两种覆盖下近似集之间的关系。同样可以得到邻域上近似集和6种覆盖上近似集之间的关系。

命题3 $\overline{apr}(X) = XH(X)$

证明: $Mi(x) = \bigcap \{K | x \in K \in C\} = \bigcap \{N_i(x) | N_i(x) \in NS(x)\}$ 。

那么, $XH(X) = \{x | Mi(x) \cap X \neq \emptyset\} = \{x | \bigcap \{N_i(x) | N_i(x) \in NS(x)\} \cap X \neq \emptyset\} = \{x \in U | \forall N_i(x) \in NS(x) \text{ s. t. } N_i(x) \cap X \neq \emptyset\} = \overline{apr}(X)$ 。

所以, $\overline{apr}(X) = XH(X)$ 。证毕。

命题3说明邻域上近似集和第6种覆盖上近似集是等价的。

命题4 $\overline{apr}(X) \subseteq SH(X)$ 。

证明: $SH(X) = \bigcup \{K | K \in C, K \cap X \neq \emptyset\} = \bigcup \{N_i(x) | N_i(x) \cap X \neq \emptyset\}$

当 $x \in \overline{apr}(X)$ 时, $\forall N_i(x) \in NS(x) \text{ s. t. } N_i(x) \cap X \neq \emptyset$,

那么 $x \in SH(X)$ 。因此, $\overline{apr}(X) \subseteq SH(X)$ 。

命题4说明邻域上近似集包含于第2种覆盖上近似集。

推论2 $\overline{apr}(X) = XH(X) \subseteq SH(X)$ 。

那么,邻域上近似集和其它的4种覆盖上近似集之间有没有包含甚至等价关系呢?由于第6种覆盖上近似集和邻域上近似集等价,下面就先讨论第6种覆盖上近似集和与其它4种覆盖上近似集之间的关系。

例2 假设 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$, $C = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{b, f\}, \{b, d\}, \{c, d\}\}$ 。

(1)当 $X = \{b, c, e, f\}$ 时, $FH(X) = TH(X) = RH(X) = IH(X) = XH(X) = \{b, c, e, f\}$;

(2)当 $X = \{a, c, d, e, f\}$ 时, $XH(X) = \{a, c, d, e, f\}$, $FH(X) = TH(X) = RH(X) = IH(X) = \{a, b, c, d, e, f\}$, $XH(X) \subseteq FH(X) = TH(X) = RH(X) = IH(X)$;

(3)当 $X = \{b, d, e\}$ 时, $XH(X) = \{b, c, d, e, f\}$, $FH(X) = TH(X) = RH(X) = IH(X) = \{b, d, e\}$, $FH(X) = TH(X) = RH(X) = IH(X) \subseteq XH(X)$ 。

所以,由(1)–(3)可见, $XH(X)$ 与其它4种覆盖上近似集之间没有包含关系。由于 $\overline{apr}(X) = XH(X)$,因此可以得出 $\overline{apr}(X)$ 与这4种覆盖上近似集之间没有包含关系。

推论3 $\overline{apr}(X)$ 和 $FH(X)$, $TH(X)$, $RH(X)$, $IH(X)$ 这4种覆盖上近似集之间没有包含关系。

4.3 近似精度间的关系

在粗糙集理论中,近似精度是一个衡量粗糙集模型适应范围的重要度量。下面将近似精度的概念引入覆盖粗糙集和邻域系统粗糙集。

定义10 令 C 是 U 的一个覆盖, $\forall X \subseteq U$ 且 $X \neq \emptyset$,第1种覆盖粗糙集的近似精度 $\alpha_1(X)$ 定义为:

$$\alpha_1(X) = \text{card}CL(X) / \text{card}FH(X)$$

类似地,可以给出第2、3、4、5、6种覆盖粗糙集的近似精度 $\alpha_2(X)$ 、 $\alpha_3(X)$ 、 $\alpha_4(X)$ 、 $\alpha_5(X)$ 和 $\alpha_6(X)$ 的定义:

$$\alpha_2(X) = \text{card}CL(X) / \text{card}SH(X)$$

$$\alpha_3(X) = \text{card}CL(X) / \text{card}TH(X)$$

$$\alpha_4(X) = \text{card}CL(X) / \text{card}RH(X)$$

$$\alpha_5(X) = \text{card}CL(X) / \text{card}IH(X)$$

$$\alpha_6(X) = \text{card}CL(X) / \text{card}XH(X)$$

定义11 在二元粒计算模型 (U, β) 中, $\beta = \{R^1, R^2, \dots\}$,对于 $\forall X \subseteq U$ 邻域系统粗糙集的近似精度 $\alpha_N(X)$ 定义为: $\alpha_N(X) = \text{card} \underline{apr}(X) / \text{card} \overline{apr}(X)$ 。

下面就可以得到6个覆盖粗糙集近似精度和邻域系统粗糙集近似精度之间的关系。

命题5 $\alpha_2(X) \leq \alpha_N(X) \leq \alpha_5(X)$ 。

证明:由推论1和推论2,根据定义10、定义11显然得知。

命题6 $\alpha_N(X)$ 和 $\alpha_1(X)$ 、 $\alpha_3(X)$ 、 $\alpha_4(X)$ 、 $\alpha_5(X)$ 之间没有大小关系。

证明:由推论3显然得知。

那么,表1可清晰地给出邻域系统粗糙集近似精度和6种覆盖粗糙集近似精度间的大小关系,其中“ $\emptyset$ ”表示没有大小关系。

表1 邻域近似精度和6种覆盖近似精度间关系表

关系	$\alpha_1(X)$	$\alpha_2(X)$	$\alpha_3(X)$	$\alpha_4(X)$	$\alpha_5(X)$	$\alpha_6(X)$
$\alpha_N(X)$	$\emptyset$	$\geq$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\leq$

文献[18]得到了6种覆盖粗糙集模型的近似精度之间的关系:

- (1) $\alpha_5(X) \geq \alpha_1(X) \geq \alpha_3(X) \geq \alpha_2(X)$;
- (2) $\alpha_5(X) \geq \alpha_1(X) \geq \alpha_4(X) \geq \alpha_2(X)$;
- (3) $\alpha_6(X) \geq \alpha_2(X)$;
- (4) $\alpha_3(X)$ 和 $\alpha_4(X)$ 之间没有大小关系;
- (5) $\alpha_5(X)$ 和 $\alpha_1(X)$, $\alpha_3(X)$, $\alpha_4(X)$ 或者 $\alpha_6(X)$ 之间也没有大小关系。

那么,可以得到邻域系统粗糙集近似精度以及6种覆盖粗糙集近似精度共7个近似精度间的大小关系,如表2所列。

表2 7种近似精度间关系表

关系	$\alpha_1(X)$	$\alpha_2(X)$	$\alpha_3(X)$	$\alpha_4(X)$	$\alpha_5(X)$	$\alpha_6(X)$	$\alpha_N(X)$
$\alpha_1(X)$	$=$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\leq$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\alpha_2(X)$	$\leq$	$=$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$
$\alpha_3(X)$	$\leq$	$\geq$	$=$	$\emptyset$	$\leq$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\alpha_4(X)$	$\leq$	$\geq$	$\emptyset$	$=$	$\leq$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\alpha_5(X)$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$=$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\alpha_6(X)$	$\emptyset$	$\geq$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$=$	$\geq$
$\alpha_N(X)$	$\emptyset$	$\geq$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\leq$	$=$

由表2可以得到如下一些结论:

① 第2种覆盖粗糙集模型具有最低的近似精度,该模型仅适用于数据中含有大量噪声、对精度要求较低的应用;

② 除邻域系统粗糙集和第6种覆盖粗糙集外,第5种覆盖粗糙集模型是剩下5种模型中精度最高的,该模型可以用于较高精度要求的场合;

③ 邻域系统粗糙集的近似精度适中,在对于精度有一定要求但不是特别严格的情况下适用。

结束语 本文系统地分析比较了邻域系统粗糙集和6种覆盖粗糙集模型,找到了各模型之间的区别和联系。总结如下:

- (1) 邻域下近似集和第1种覆盖下近似集是等价的,它们和第6种覆盖下近似集间存在包含关系;
- (2) 邻域上近似集和第6种覆盖上近似集是等价的,它们和第2种覆盖上近似集间也存在着包含关系;
- (3) 邻域上近似集和第1、3、4、5种覆盖上近似集间没有包含关系;
- (4) 从近似精度来看,邻域系统粗糙集比第2种覆盖粗糙集高,比第6种覆盖粗糙集低,和它的4种覆盖粗糙集不可比较。

今后将在本文的基础上,从最小覆盖粗糙集模型和最大覆盖粗糙集模型的角度出发,构造出适合需要的覆盖粗糙集模型。

参 考 文 献

- [1] Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982, 11: 341-356
- [2] Kryszkiewicz M. Rough set approach to incomplete information systems [J]. Information Science, 1998, 112(1-4): 39-49
- [3] Stefanowski J, Tsoukias A. On the extension of rough sets under

incomplete information [C] // 7th International Workshop on New Directions in Rough Sets, Data Mining, and Granular-soft Computing. 1998: 73-81

- [4] 王国胤. Rough 集理论在不完备信息系统中的扩展[J]. 计算机研究与发展, 2002, 39(10): 1238-1243
- [5] Chen Y, Miao D Q, Wang R Z. A rough set approach to feature selection based on ant colony optimization [J]. Pattern Recognition Letter, 2010, 31(3): 226-233
- [6] Hu Q H, An S, Yu D R. Soft fuzzy rough sets for robust feature evaluation and selection [J]. Information Science, 2010, 180(22): 4384-4400
- [7] Qian Y H, Liang J Y, Dang C Y. Converse approximation and rule extraction from decision tables in rough set theory[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2008, 55(8): 1754-1765
- [8] Yang X B, Xie J, Song X N, et al. Credible rules in incomplete decision system based on descriptors [J]. Knowledge-Based Systems, 2009, 22(1): 8-17
- [9] Lin T Y. Granular computing: practices, theories, and future directions [M]. Encyclopedia on Complexity of Systems Science, Springer, 2009: 4339-4355
- [10] Zakowski W. Approximations in the space (u, π) [J]. Demonstration Mathematics, 1983, 16: 761-769
- [11] Samanta P, Chakraborty M K. Covering based approaches to rough sets and implication lattices [C] // RSFD GrC. 2009: 127-134
- [12] Zhu W, Wang F Y. Properties of the First Type of Covering-Based Rough Sets [C] // Proceedings of DM Workshop 06, IC-DM 06. Hong Kong, China, December 2006: 407-411
- [13] Zhu W. Properties of the second type of covering-based rough sets [C] // Workshop Proceedings of GrC&BI 06, IEEE WI 06. Hong Kong, China, December 2006: 494-497
- [14] Zhu W, Wang F Y. On three types of covering rough sets [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2007, 19(8): 1131-1144
- [15] Zhu W, Wang F Y. A new type of covering rough sets [C] // IEEE IS 2006. London, September 2006: 444-449
- [16] Zhu W. Topological approaches to covering rough sets [J]. Information Science, 2007, 177(6): 1499-1508
- [17] Zhu W. Relationship between generalized rough sets based on binary relation and covering [J]. Information Science, 2009, 179(1): 210-225
- [18] 王丽娟, 杨习贝, 杨静宇, 等. 基于覆盖的粗糙集模型比较[J]. 计算机科学, 2012, 39(7): 229-231
- [19] 梁俊奇, 闰淑霞. 关于覆盖粗糙集模型性质的一个注记[J]. 计算机科学, 2011, 38(9): 234-236
- [20] Lin T Y. Granular computing on binary relations I: Data mining and neighborhood systems [M] // Skowron A, Polkowski L, eds. Rough Sets and Knowledge Discovery. Physica-Verlag, 1998: 107-121
- [21] Lin T Y. Granular computing on binary relations II: Rough set representations and belief functions [M] // Skowron A, Polkowski L, eds. Rough Sets and Knowledge Discovery. Physica-Verlag, 1998: 122-140