

# 粗规律能量与 F-分解粗规律度量

黄顺亮<sup>1,2</sup> 史开泉<sup>1,3</sup>

(山东大学控制科学与工程学院 济南 250061)<sup>1</sup> (山东理工大学管理学院 淄博 255049)<sup>2</sup>

(山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)<sup>3</sup>

**摘要** 函数单向 S-粗集对偶具有规律特性、动态特性。应用函数单向 S-粗集对偶,给出  $f$ -分解规律、 $F$ -分解粗规律、规律能量、属性  $f$ -扰动度的概念;研究了粗规律  $F$ -分解过程中的变化度量;给出  $f$ -分解规律能量特性定理、 $f$ -分解规律能量不等式定理、 $F$ -分解粗规律能量特性定理以及  $f$ -分解规律能量中值定理。

**关键词** 函数单向 S-粗集对偶,  $f$ -分解规律,  $F$ -分解粗规律, 属性  $f$ -扰动度, 规律能量

## Rough Law Energy and F-decomposing Rough Law Measurement

HUANG Shun-liang<sup>1,2</sup> SHI Kai-quan<sup>1,3</sup>

(School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)<sup>1</sup>

(School of Management, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China)<sup>2</sup>

(School of Mathematics and System Science, Shandong University, Jinan 250100, China)<sup>3</sup>

**Abstract** Dual of function one direction S-rough sets has law characteristics and dynamic characteristics. By employing dual of Function one direction S-rough sets,  $f$ -decomposing law,  $F$ -decomposing rough law, law energy, and attribute  $f$ -interference degree were proposed, and the measurement of rough law variation in the process of rough law  $F$ -decomposing was researched. Presented  $f$ -decomposing law energy characteristics theorem,  $f$ -decomposing law energy inequality theorem,  $F$ -decomposing rough law energy characteristics theorem, and  $f$ -decomposing law energy mean value theorem.

**Keywords** Dual of function one direction S-rough sets,  $f$ -decomposing law,  $F$ -decomposing rough law, Attribute  $f$ -interference degree, law energy

## 1 引言

2005年,文献[1,2]改进了 S-粗集<sup>[3-5]</sup>,提出函数 S-粗集(Function singular rough sets),文献[6-20]给出函数 S-粗集的若干特征与应用。函数 S-粗集是用具有动态特性的 R-函数等价类 $[u]$ 定义的,函数 S-粗集具有规律特征、动态特征。对于给定的系统  $T$ (经济系统、管理系统等),系统  $T$ 的函数集表示形式是  $u(x) = \{u_1(x), u_2(x), \dots, u_m(x)\}$ ,显然,系统的规律隐藏在该函数集中。如果  $\forall i \in (1, 2, \dots, m), u_i(x) \in u(x)$  具有属性集  $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$ ,那么从函数 S-粗集的观点来看,系统  $T$ 的函数集是一个 R-函数等价类<sup>[1,2]</sup>。文献[6-20]给出了基于 R-函数等价类 $[u(x)]$ 的规律生成,即基于 $[u(x)]$ 可生成系统规律  $p(x)$ ,并给出了关于规律遗传、挖掘、辨识等方面的讨论,但关于规律的度量问题并未给出讨论。

属性集  $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$ 在元素迁移<sup>[1]</sup>  $F$ 的作用下发生变动,导致 R-函数等价类 $[u(x)]$ 具有动态变化的特性,这种变化又导致了系统规律  $p(x)$ 的变化。文献[20]给出了属性扰动度和规律能量的概念,本文对此做了改进,并在此基础上讨论了规律的变化,以及  $F$ -分解粗规律在二维平面上的度量问题,并指出其实际的应用背景和意义。

为了讨论方便,把基于等价类的规律生成方法引入到本文的第2节中,把文献[20]中的部分概念引入本文的第3节中,作为本文讨论的知识准备。文中涉及到函数单向 S-粗集对偶的知识可参考文献[1,2]。

## 2 规律生成<sup>[3]</sup>

**约定**  $D(x)$ 是有限函数论域,  $R$ 是  $D(x)$ 上的函数等价关系;  $[u(x)], u(x)$ 分别记作  $[u], u$ 。

给定系统  $T$ ,系统  $T$ 的函数集表示形式是  $u = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,  $u$ 是有限函数论域  $D(x)$ 上的函数集合。 $\forall i \in (1, 2, \dots, m), u_i \in u$ 具有属性集  $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$ ,显然,  $u$ 是 R-函数等价类,记作  $[u], \forall u_i \in [u]$ 的离散化形式是:

$$\begin{aligned} u_1 &= \{u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1n}\} \\ &\vdots \\ u_m &= \{u_{m1}, u_{m2}, \dots, u_{mn}\} \end{aligned} \quad (1)$$

对  $u_1, u_2, \dots, u_m$ 在离散点上对应叠加,得到叠加序列

$$\sum_{i=1}^m u_{i1}, \sum_{i=1}^m u_{i2}, \dots, \sum_{i=1}^m u_{in} \quad (2)$$

简单记作:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。

利用 Lagrange 插值函数  $p(x)$ :

$$p(x) = \sum_{j=1}^n y_j \prod_{i \neq j} \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \quad (3)$$

得多项式:

$$p(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0 \quad (4)$$

$p(x)$  是系统  $T$  具有的规律。

在下文中,为了讨论的方便,在不引起混淆的情况下,将  $R$ -函数等价类  $[u]$  和由它生成的规律  $p(x)$  不加区分,统称为规律。

### 3 规律能量与 $F$ -分解粗规律的度量

**约定** 在本节的讨论中,属性  $\alpha_i \in \alpha$  是单值属性,或者,属性  $\alpha_i$  具有一个属性值  $x_i \in R$ ,  $R$  是实数集,  $V$  是属性论域,  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$  是  $V$  上的元素迁移族,  $f_i \in F$  是元素迁移,单向  $S$ -函数对偶集合  $Q'$  的下近似,上近似分别是  $[u]_- = \bigcup [u] = (R, F), (Q')$ ,  $[u]_- = \bigcup [u] = (R, F) \cdot (Q')$ , 规律  $p(x)$  是区间  $[a, b]$  上的规律。

**定义 1** 设  $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$  是规律  $p(x)$  的属性集,称向量  $X = (x_1, x_2, \dots, x_r)$  是  $p(x)$  的属性值向量,其中  $x_1, x_2, \dots, x_r$  分别是属性  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  的值。

**定义 2** 设  $\alpha'$  是  $\alpha$  的属性补充集,称属性值向量  $X^f$  是属性值向量  $X$  的  $f$ -分解向量,简称  $f$ -分解向量,而且

$$X^f = (x_1, x_2, \dots, x_r, x') \quad (5)$$

称  $X$  是  $X^f$  的  $f$ -分解基向量。其中  $X = (x_1, x_2, \dots, x_r)$ ,  $\alpha' = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r, f(\beta) = \alpha'\} = \alpha \cup \{\alpha'\}$ , 属性  $\alpha'$  的值为  $x'$ 。

**定义 3** 设  $X^f, X$  分别是规律  $p(x)^f, p(x)$  的属性值向量,称规律  $p(x)^f$  是规律  $p(x)$  的  $f$ -分解规律,如果  $X^f$  是  $X$  的  $f$ -分解向量,称  $p(x)$  是  $f$ -分解规律  $p(x)^f$  的分解基。

分解基的解释:规律  $p(x)$  的  $f$ -分解是从  $p(x)$  开始的,所有  $f$ -分解规律  $p(x)^f$  是由  $p(x)$  得到的,  $p(x)$  是  $f$ -分解的基础。

**定义 4** 由  $p(x)_-, p(x)^-$  构成的规律对  $(p(x)_-, p(x)^-)$  称作函数单向  $S$ -粗集对偶生成的粗规律,如果  $p(x)_-$  是  $[u]_-$  生成的规律,  $p(x)^-$  是  $[u]^-$  生成的规律。

**定义 5** 称  $p(x)_F$  是  $p(x)_-$  的  $F$ -下分解规律,如果  $p(x)_F$  是  $[u]_F$  生成的规律,  $p(x)_-$  是  $[u]_-$  生成的规律,并且  $\forall [u]_F \in [u]_F$  是  $[u]_-$  的  $f$ -分解规律; 称  $p(x)^F$  是  $p(x)^-$  的  $F$ -上分解规律,如果  $p(x)^F$  是  $[u]^F$  生成的规律,  $p(x)^-$  是  $[u]^-$  生成的规律,并且  $\forall [u]^F \in [u]^F$  是  $[u]_-$  的  $f$ -分解规律。

这里  $[u]_F = \bigcup [u]_F = (R, F), (Q')_F, [u]^F = \bigcup [u]^F = (R, F), (Q')^F$ 。

**定义 6** 称  $(p(x)_F, p(x)^F)$  是粗规律  $(p(x)_-, p(x)^-)$  的  $F$ -分解粗规律,如果  $p(x)_F$  是  $p(x)_-$  的  $F$ -下分解规律,  $p(x)^F$  是  $p(x)^-$  的  $F$ -上分解规律。

**定义 7** 设  $p(x)_f^f$  是分解基  $p(x)$  生成的  $f$ -分解规律,称  $\rho_f$  是  $p(x)_f^f$  关于  $p(x)$  的属性  $f$ -扰动度,简称  $f$ -扰动度,如果

$$\rho_f = \frac{\|X_f^f\|_2}{\|X\|_2} - 1 \quad (6)$$

称  $\rho_{fs}$  是规律  $p(x)_f^f$  相对于规律  $p(x)_f^f$  的相对属性  $f$ -扰动度,并且

$$\rho_{fs} = \frac{\rho_f}{\rho_s} \quad (7)$$

其中,  $X$  是  $p(x)$  对应的属性值向量,  $\|X\|_2$  表示向量  $X$  的

2-范数,  $\rho_s, \rho_f$  分别是  $p(x)_s^f, p(x)_f^f$  的  $f$ -扰动度。

**定义 8** 设  $(p(x)_F, p(x)^F)$  是粗规律  $(p(x)_-, p(x)^-)$  的  $F$ -分解粗规律,称  $\rho_{F,\lambda}, \rho_{\lambda}^F$  分别是规律  $p(x)_{F,\lambda}, p(x)_{\lambda}^F$  关于  $p(x)_-, p(x)^-$  的属性  $F$ -下扰动度,  $F$ -上扰动度,如果

$$\rho_{F,\lambda} = \frac{\|X_{F,\lambda}\|_2}{\|X^-\|_2} - 1 \quad (8)$$

$$\rho_{\lambda}^F = \frac{\|X_{\lambda}^F\|_2}{\|X^-\|_2} - 1 \quad (9)$$

其中:  $X_{F,\lambda}, X_{\lambda}^F$  分别是  $p(x)_{F,\lambda}, p(x)_{\lambda}^F$  对应的属性值向量。

**定义 9** 设  $p(x)$  是区间  $[a, b]$  上的规律,称  $w$  是  $p(x)$  的规律能量,并且

$$w = \int_a^b p(x) dx \quad (10)$$

这里指出:如果  $p(x)$  是一个现实系统中的规律(比如经济系统中的利润规律),那么规律能量就是该规律的二维度量。利用它可以对规律的变化给出量化的表示。

由定义 1-6 得到:

**命题 1**  $f$ -分解规律  $p(x)^f$  的属性值向量  $X^f$  与分解基  $p(x)$  的属性值向量  $X$  满足

$$\dim(X) \leq \dim(X^f) \quad (11)$$

这里,  $\dim(*)$  表示向量  $*$  的维数。

**命题 2** 在分解基  $p(x)$  上存在着有限个  $f$ -分解规律。

**命题 3** 粗规律  $(p(x)_-, p(x)^-)$  可以分解生成有限个  $F$ -分解粗规律。

命题 1-3 是直接的事实,证明略。

由上面的讨论,得到下面定理:

**定理 1** ( $f$ -分解规律能量特性定理) 分解基  $p(x)$  的规律能量  $w$  与它的  $f$ -分解规律  $p(x)^f$  的规律能量  $w^f$  之间满足

$$w^f \leq w \quad (12)$$

证明:设  $p(x)$  是由  $[u]$  生成的规律,  $p(x)^f$  是由  $[u]^f$  生成的规律,由于  $p(x)^f$  是分解基  $p(x)$  的  $f$ -分解规律,可知,  $\text{card}([u]^f) \leq \text{card}([u])$ ,不妨设  $[u] = \{u_1, u_2, \dots, u_i, u_{i+1}, \dots, u_m\}$ ,  $[u]^f = \{u_1, u_2, \dots, u_i\}$ ,则由式(1)和式(2)可知,  $[u]$  生成的离散点  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ,  $[u]^f$  生成的离散点  $x_1', x_2', \dots, x_n'$ ; 它们之间必满足:  $x_1' \leq x_1, x_2' \leq x_2, \dots, x_n' \leq x_n$ ,由式(3)利用离散点  $x_1, x_2, \dots, x_n$  和  $x_1', x_2', \dots, x_n'$  分别得到  $p(x)$  和  $p(x)^f$ ,它们之间必满足:  $p(x)^f \leq p(x)$ ,由式(10)可得  $w^f \leq w$ 。得证。

**定理 2** (属性  $f$ -扰动度定理) 设  $p(x)_s^f, p(x)_f^f$  分别是分解基  $p(x)$  的  $f$ -分解规律,  $\rho_s, \rho_f$  分别是  $p(x)_s^f, p(x)_f^f$  的属性  $f$ -扰动度,若  $p(x)_f^f \leq p(x)_s^f$ ,则

$$\rho_s \leq \rho_f \quad (13)$$

反之亦然。

证明:设  $X_s^f = (x_1, x_2, \dots, x_r, x_{r+1}, \dots, x_{r+t})$  是  $p(x)_s^f$  的属性值向量,  $X_f^f = (x_1, x_2, \dots, x_r, x_{r+1}, \dots, x_{r+t})$  是  $p(x)_f^f$  的属性值向量,因为  $p(x)_f^f \leq p(x)_s^f$ ,由定理 1 的证明过程知,可以把  $p(x)_f^f$  看作  $p(x)_s^f$   $f$ -分解得到的,由命题 1 可知  $\dim(X_f^f) \leq \dim(X_s^f)$ ,由式(6)易得  $\rho_s \leq \rho_f$ 。其逆命题同样可证,略。

**定理 3** ( $f$ -分解规律能量不等式定理) 设  $p(x)_1^f, p(x)_2^f, \dots, p(x)_{f-1}^f, p(x)_f^f$  是分解基  $p(x)$  的  $f$ -分解规律序列,  $w_1^f, w_{f-1}^f, \dots, w_f^f$  分别是它们的规律能量,  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{f-1}$ ,

$\rho_a$  分别是它们的属性  $f$ -扰动度, 如果

$$\rho_1 \leq \rho_2 \leq \dots \leq \rho_{i-1} \leq \rho_i \quad (14)$$

则

$$w_i^f \leq w_{i-1}^f \leq \dots \leq w_2^f \leq w_1^f \quad (15)$$

利用定理 1 和定理 2 易证, 证明略。

**推论 1** 设  $p(x)_i^f, p(x)_j^f$  分别是分解基  $p(x)$  的  $f$ -分解规律,  $w_i^f, w_j^f$  分别是它们的规律能量,  $\rho_a$  是  $p(x)_i^f$  相对于  $p(x)_j^f$  的  $f$ -扰动度, 若  $\rho_a \geq 1$ , 则

$$w_i^f \leq w_j^f \quad (16)$$

反之亦然。

利用定理 3 和式(7)易证, 证明略。

**定理 4**( $F$ -下分解规律能量定理) 设  $F$ -下分解规律  $p(x)_{F,i}, p(x)_{F,j}, p(x)_{F,k}$  的  $F$ -下扰动度分别为  $\rho_{F,i}, \rho_{F,j}, \rho_{F,k}$ ,  $w_{F,i}, w_{F,j}, w_{F,k}$  分别是它们的规律能量, 若

$$\rho_{F,i} \leq \rho_{F,j} \leq \rho_{F,k} \quad (17)$$

则  $p(x)$  依  $p(x)_{F,i}, p(x)_{F,j}, p(x)_{F,k}$  的顺序, 依次分解; 而且

$$w_{F,i} \geq w_{F,j} \geq w_{F,k} \quad (18)$$

利用定理 3 和式(8)易得, 证明略。

**定理 5**( $F$ -上分解规律能量定理) 设  $F$ -上分解规律  $p(x)_i^F, p(x)_j^F, p(x)_k^F$  的  $F$ -上扰动度分别为  $\rho_i^F, \rho_j^F, \rho_k^F$ , 而  $w_i^F, w_j^F, w_k^F$  分别是它们的规律能量, 若

$$\rho_i^F \leq \rho_j^F \leq \rho_k^F \quad (19)$$

则  $p(x)$  依  $p(x)_i^F, p(x)_j^F, p(x)_k^F$  的顺序, 依次分解; 而且

$$w_i^F \geq w_j^F \geq w_k^F \quad (20)$$

利用定理 3 和式(9)易得, 证明略。

**定理 6**( $F$ -分解粗规律能量特性定理) 设  $(p(x)_F, p(x)^F)$  是粗规律  $(p(x)_-, p(x)^-)$  的  $F$ -分解粗规律,  $(w_F, w^F)$ ,  $(w_-, w^-)$  分别是它们的规律能量, 则

$$(w_F, w^F) \leq (w_-, w^-) \quad (21)$$

这里,  $(w_F, w^F) \leq (w_-, w^-)$  表示  $w_F \leq w_-, w^F \leq w^-$ 。

证明过程同定理 1。证明略

**定理 7**( $F$ -分解粗规律能量中值定理) 设  $(p(x)_F, p(x)^F)$  是区间  $[a, b]$  上的  $F$ -分解粗规律,  $(w_F, w^F)$  是它的规律能量, 则必存在一个规律  $p(x)_{F,M}$  在区间  $[a, b]$  上的规律能量  $w_{F,M}$  使得下式成立

$$w_{F,M} = \frac{1}{2} (w_F + w^F) \quad (22)$$

证明: 该定理的结论是显然的。因为规律  $p(x)_F, p(x)^F$  是形如式(4)的函数, 它们在区间  $[a, b]$  上是连续的, 并且必定存在一个规律(函数)满足:

$$p(x)_{F,M} = \frac{1}{2} (p(x)_F + p(x)^F) \quad (23)$$

根据定义(9)和式(23)易得:

$$w_{F,M} = \frac{1}{2} (w_F + w^F)$$

该定理的现实意义是: 在一个经济系统中,  $(p(x)_F, p(x)^F)$  是该系统的利润规律, 它的规律能量  $(w_F, w^F)$  可以作为区间  $[a, b]$  上利润大小的度量; 定理同时揭示出必存在一条利润规律曲线, 它是该系统的利润平均情况的反映, 这可以作为我们进行决策分析的依据。

#### 4 $F$ -分解粗规律度量的应用

为方便说明问题, 下面给出的例子仅是一个系统中规律

的简化表示, 用来说明规律能量和属性干扰之间, 以及粗规律能量和它的  $F$ -分解粗规律能量之间的关系。

设  $[u]_s$  是系统  $T$  的一个子系统,  $[u]_s$  是由  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$  构成; 或者  $[u]_s = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ ; 这里仅用下近似生成的规律来说明问题。  $[u]_s$  的下近似为  $[u]_s = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ , 它的属性集为  $\alpha_s = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ 。由于属性元素迁移  $F$  的作用, 其属性集变为  $\alpha_{s,F} = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$ , 相应的下近似变为  $[u]_{s,F} = \{u_1, u_2, u_3\}$ 。表 1 给出  $[u]_s$  和  $[u]_{s,F}$  的离散数据分布, 它们是根据式(1)和式(2)得到的。

表 1  $[u]_s$  和  $[u]_{s,F}$  的离散数据分布

|             | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $[u]_s$     | 16.05 | 17.54 | 18.73 | 17.77 | 16.84 | 18.45 |
| $[u]_{s,F}$ | 13.83 | 14.51 | 15.70 | 15.09 | 14.67 | 16.33 |

$[u]_s$  和  $[u]_{s,F}$  对应的属性集合的值如表 2 所示。

表 2  $\alpha_s$  和  $\alpha_{s,F}$  的离散数据分布

|                | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ | $\alpha_4$ |
|----------------|------------|------------|------------|------------|
| $\alpha_s$     | 3.5        | 4.2        | 1.9        | -          |
| $\alpha_{s,F}$ | 3.5        | 4.2        | 1.9        | 2.2        |

则由式(3)利用表 1 中  $[u]_s$  的数据点可以得到系统  $[u]_s$  的粗规律的下近似规律为:

$$\begin{aligned} p(x)_s &= a_5 x^5 + a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \\ &= -0.0308x^5 + 0.6304x^4 - 4.6083x^3 + \\ &\quad 14.5145x^2 - 18.2958x + 23.8400 \end{aligned} \quad (24)$$

规律能量为:

$$w_s = \int_1^6 p(x)_s dx = 87.8299$$

同样可以由表 1 中  $[u]_{s,F}$  的数据点得到系统  $[u]_s$  受到属性干扰后的粗规律的  $F$ -下分解规律为:

$$\begin{aligned} p(x)_{s,F} &= a_5 x^5 + a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \\ &= -0.0367x^5 + 0.7292x^4 - 5.2933x^3 + \\ &\quad 17.0858x^2 - 23.3250x + 24.6700 \end{aligned} \quad (25)$$

规律能量为:

$$w_{s,F} = \int_1^6 p(x)_{s,F} dx = 74.6708$$

由表 2 和式(8)可得  $p(x)_s$  和  $p(x)_{s,F}$  的属性干扰度为:

$$\rho_s = 0, \rho_{s,F} = 0.0698$$

$\rho_s = 0$  表明规律  $p(x)_s$  是  $p(x)_{s,F}$  的分解基,  $\rho_{s,F} = 0.0698 > 0$  表明规律  $p(x)_{s,F}$  是由  $p(x)_s$   $F$ -分解生成; 同时, 规律能量给出了规律变化大小的度量。

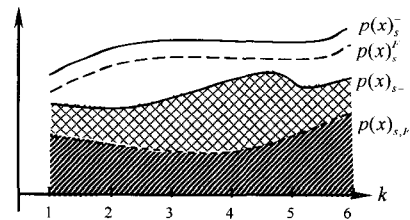


图 1

图 1 中由曲线  $p(x)_s$  包络的部分表示下近似规律能量(浅色阴影和深色阴影部分之和), 曲线  $p(x)_{s,F}$  包络的部分(深色阴影部分)表示  $F$ -下分解规律的规律能量, 浅色阴影部分表示了下近似规律  $F$ -分解过程中能量的变化量。

同样该系统的上近似规律和它的  $F$ -上分解规律之间也存在这样的关系。粗规律能量和它的  $F$ -分解粗规律能量之间的关系,如图 1 所示。

**结束语** 从函数  $S$ -粗集的观点来看,系统  $T$  的函数集是一个  $R$ -函数等价类。基于函数等价类  $[u(x)]$  可以生成系统的规律  $p(x)$ ,而规律能量  $w$  则可以成为系统某种特性的度量。因此,研究系统规律能量的特性与系统属性之间的变化关系就有重要的现实意义。本文从该问题出发,提出了一系列关于规律能量和属性干扰度关系的定理,为系统规律分析作了理论准备。应用函数  $S$ -粗集进行规律挖掘与决策分析是粗集理论<sup>[21]</sup>中的一个新的研究方向。

## 参 考 文 献

- [1] Shi Kaiquan, Function S-rough Sets and Function Transfer [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2005, 5 (1): 1-8
- [2] 史开泉. 函数  $S$ -粗集[J]. 山东大学学报:理学版, 2005, 40(1): 1-10
- [3] Shi Kaiquan, S-rough sets and its applications in diagnosis-recognition for disease[C]// IEEE Proceedings of the First International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2002, 1: 50-54
- [4] Shi Kaiquan, Chang Tingcheng, One Direction S-rough Sets[J]. International Journal of Fuzzy Mathematics, 2005(2): 319-334
- [5] Shi Kaiquan, Two Direction S-rough Sets [J]. International Journal of Fuzzy Mathematics, 2005(2): 335-349
- [6] 张萍, 史开泉, 卢昌荆. 函数  $S$ -粗集与粗规律挖掘-分离[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(11): 1899-1902
- [7] Zhang Ping, Shi Kaiquan, Function S-rough Sets and Rough Law Heredity-mining[C]// IEEE Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2005, 3: 3148-3152
- [8] 史开泉. 函数  $S$ -粗集与它生成的  $F$ -遗传规律[J]. 山东大学学报:理学版, 2006, 41(2): 1-6
- [9] Cui Yuquan, Shi Kaiquan, Function S-rough Sets and Its Applications [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2006, 17(2): 331-338
- [10] Shi Kaiquan, Yao Bingxue, Function S-rough Sets and Recognition of Financial Risk Laws[C]// The First International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology (RSKT). 2006(1): 247-253
- [11] Shi Kaiquan, Function S-rough Sets and Mining - discovery of Rough Law in Systems [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2006, 17(4): 919-926
- [12] 史开泉, 崔玉泉.  $S$ -粗集与粗决策[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 155-165
- [13] 史开泉, 姚炳学. 函数  $S$ -粗集与系统规律挖掘[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 51-68
- [14] Shi Kaiquan, Huang Yoping, Function S-rough Sets and Law Mining [C]// International Conference on Fuzzy Information Engineering, 2007, 1: 107-118
- [15] 薛佩军, 史开泉, 卢昌荆.  $F$ -生成规律与系统规律识别[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(1): 53-56
- [16] 史开泉, 姚炳学. 函数  $S$ -粗集与规律辨识. 中国科学(E), 2008, 38(4): 553-564
- [17] Shi Kaiquan, Yao Bingxue, Function S-rough Sets and Law Identification. Science in China(F), 2008, 51(5): 499-510
- [18] 史开泉, 赵建立. 函数  $S$ -粗集与隐藏规律安全-认证. 中国科学(E), 2008, 38(5): 712-722
- [19] Shi Kaiquan, Zhao Jianli, Function S-rough Sets and Security-authentication of Hiding Law. Science in China (F), 2008, 51(6): 631-643
- [20] 黄顺亮, 史开泉, 付海燕. 粗规律  $F$ -分解与规律识别[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(36): 25-28
- [21] Pawlak Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356
- [22] Cui Yuquan, Shi Kaiquan, Function S-rough sets and its applications. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2006(2): 331-338
- [23] Shi Kaiquan, Yao Bingxue, Function S-rough sets and recognition of financial risk laws// The First International Conference on Rough sets and Knowledge Technology. 2006, RSKT, 1: 247-253
- [24] Shi Kaiquan, Xia Jiarong, Function S-rough sets and mining-discovery of rough law in systems. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2006(4): 919-926
- [25] 史开泉. 系统  $F$ -规律入侵与识别. 山东大学学报:理学版, 2006(6): 1-10
- [26] Li Dongya, Shi Kaiquan, Function S-rough sets and their law Characteristic. Chinese Quarterly Journal of Mathematics, 2007(2): 225-231
- [27] Shi Kaiquan, Xu Xiaojing,  $F$ -law collision and system state recognition. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2007(2): 259-264
- [28] Shi Kaiquan, Chen Hui,  $F$ -law collision and system state recognition. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2007(1): 53-56
- [29] 薛佩军, 史开泉, 卢昌荆.  $F$ -生成规律与系统规律识别. 系统工程与电子技术, 2007(1): 53-56
- [30] 王晶, 史开泉, 雷英杰. 一种基于函数  $S$ -粗集的态势预测方法. 系统工程与电子技术, 2007(2): 214-216
- [31] Shi Yuqiang, Shi Kaiquan, Wang Hongyu, Function S-rough sets and system state recognition. International Journal of Fuzzy Mathematics, 2007(3): 733-743
- [32] 杜英玲, 史开泉.  $F$ -规律推理与规律挖掘. 系统工程与电子技术, 2007(6): 994-997
- [33] Li Dongya, Shi Kaiquan, Function S-rough sets and its heredity law depending on the extension of attributes. International Journal of Fuzzy Mathematics, 2007(4): 769-782
- [34] 史开泉, 姚炳学. 函数  $S$ -粗集与规律辨识. 中国科学(E), 2008(4): 553-564
- [35] Shi Kaiquan, Yao Bingxue, Function S-rough sets and law identification. SCIENCE IN CHINA (F), 2008(5): 499-510
- [36] 史开泉, 赵建立. 函数  $S$ -粗集与隐藏规律安全-认证. 中国科学(E), 2008(5): 712-722
- [37] Shi Kaiquan, Zhao Jianli, Function S-rough sets and security-authentication of hiding law. SCIENCE IN CHINA (F), 2008(6): 631-643
- [38] 史开泉, 崔玉泉.  $S$ -粗集与粗决策. 北京: 科学出版社, 2006: 39-54
- [39] 史开泉, 姚炳学. 函数  $S$ -粗集与系统规律挖掘. 北京: 科学出版社, 2007: 51-68

(上接第 168 页)