

项链 T-图和完全 T-图中活的和安全的标识类个数的证明<sup>\*</sup>)耿 震<sup>1,2</sup> 吴哲辉<sup>1</sup>(山东科技大学信息科学与工程学院 青岛 266510)<sup>1</sup> (山东农业大学信息科学与工程学院 山东泰安 271018)<sup>2</sup>

**摘 要** 本文证明了:有  $k$  个结点(变迁)的项链型 T-图  $N_k$  和有  $n$  个结点(变迁)的完全 T-图  $K_n$  这两种特定结构的 T-图中活的和安全的标识类的个数分别为: $k-1$  和  $(n-1)!$  个。

**关键词** 项链型 T-图,完全 T-图,活的和安全的标识类

## The Proof for the Amount of Live and Safe Marked Class in Necklace T-graph and Complete T-graph

GENG Xia<sup>1,2</sup> WU Zhe-Hui<sup>1</sup>(College of Information Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510)<sup>1</sup>(College of Information Science and Engineering, Shandong Agricultural University, Taian, Shandong 271018)<sup>2</sup>

**Abstract** The conclusion: the amount of live and safe marked class about a necklace T-graph of  $k$  transition is  $k-1$ , and about a complete T-graph of  $n$  transition is  $(n-1)!$  is proved in this paper.

**Keywords** Necklace T-graph, Complete T-graph, Live and safe marked class

Petri 网是分布式系统的描述和分析工具, Petri 网的活性和安全性是 Petri 网的两个重要性质, 它们分别反映了系统运行过程中良好的行为特性和特殊的资源分布性质。大多数网系统都不能同时满足这两个性质(即使只满足其中一个性质, 也不都成立)。T-图是网的一个子类, 在 T-图中每个库所都有且只有一个输入变迁和一个输出变迁。由于 T-图的特殊结构, 使得为这种网配置活的且安全的标识成为可能。文[2, 3]中指出, 一个 T-图存在活的且安全的标识当且仅当(把 T-图中的变迁集作为结点集时)该 T-图是一个强连通图(其实我们易知, 此结论可以推广到另一个结论: 一个 T-图存在活的且安全的标识当且仅当(把 T-图中的变迁集作为结点集时)该 T-图的各连通分量分别是一个强连通图)。另外在活的 T-图中, 标识之间的可达关系是一种等价关系。这样, 对于每一个给定的 T-图, 它的全部活的和安全的标识就被可达关系划分为若干个等价类。这样就自然产生一个问题, 怎样计算一个给定的 T-图中活的和安全的标识等价类个数呢?

对于一般的 T-图来说, 至今尚未有人给出普遍适用的活的和安全的标识等价类个数的计算公式或计算方法。但对一些结构较为特殊的 T-图来说, 活的和安全的标识等价类个数的计算却可能变得十分简便。譬如, 参考文[1]中指出, 当一个 T-图  $G$  为一个  $k$ -阶项链图时,  $G$  中活的和安全的标识类的个数等于  $k-1$ , 当一个 T-图  $G$  为一个  $n$ -阶完全图时, 该 T-图  $G$  的活的和安全的标识类的个数等于  $(n-1)!$ 。文[2~4]先后引述了这个结论, 但都从未对这个结论给出证明。本文对上述两个结论给出证明, 以作为对上述文献的一个补充。

## 1 基础知识

三元组  $N=(S, T; F)$  为一个网, 其中  $S$  与  $T$  是两个不相交的有限集合,  $S$  中的元素称为库所,  $T$  中的元素称为变迁,  $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$  称为网的流关系, 对  $x \in S \cup T$  记:

$${}^s x = \{y \in S \cup T \mid (y, x) \in F\},$$

$$x^s = \{y \in S \cup T \mid (x, y) \in F\}.$$

一个网系统  $\Sigma=(S, T; F, M)$  具有下面的变迁发生规则:

1) 对于变迁  $t \in T$ , 如果

$$\forall s \in S; s \in {}^s t \rightarrow M(s) \geq 1$$

则变迁  $t$  在标识  $M$  有发生权, 记为  $M[t >]$ 。

2) 若  $M[t >]$ , 则在标识  $M$  下, 变迁  $t$  可以发生, 从标识  $M$  发生变迁  $t$  得到一个新的标识  $M'$  (记为  $M[t > M']$ ), 对  $\forall s \in S$ ,

$$M'(s) = \begin{cases} M(s) - 1, & \text{若 } s \in {}^s t - t^s \\ M(s) + 1, & \text{若 } s \in t^s - {}^s t \\ M(s), & \text{其他} \end{cases}$$

在网系统  $\Sigma=(S, T; F, M)$  中, 如果存在  $t \in T$ , 使  $M[t > M']$ , 则称  $M'$  为从  $M$  直接可达的。如果存在变迁序列  $t_1, t_2, \dots, t_k$  和标识序列  $M_1, M_2, \dots, M_k$  使得

$$M[t_1 > M_1[t_2 > M_2 \dots M_{k-1} > M_k]$$

则称  $M_k$  为从  $M$  可达的。从  $M$  可达的一切标识的集合记为  $R(M)$ 。约定  $M \in R(M)$ 。

在网系统  $\Sigma=(S, T; F, M_0)$  中,  $M_0$  为初始标识,  $t \in T$ 。如果对  $\forall M \in R(M_0)$ , 都存在  $M' \in R(M)$ , 使得  $M'[t >]$ , 则称变迁  $t$  为活的。如果  $\forall t \in T$  都是活的, 则称  $\Sigma$  为活的 Petri 网。如果对  $\forall s \in S$ , 若  $\forall M \in R(M_0); M(s) \leq 1$ , 则称  $\Sigma$  为安全的 Petri 网。

网  $N=(S, T; F)$  称为 T-图当且仅当

$$\forall s \in S; |{}^s s| = |s^s| = 1$$

如果  $N$  是一个 T-图,  $M$  为  $N$  的一个标识, 则称  $(N, M)$  为标识 T-图。

对某一个 T-图  $N=(S, T; F)$ , 把所有满足活的和安全的标识划分成等价类, 称为  $N$  中活的和安全的标识类。

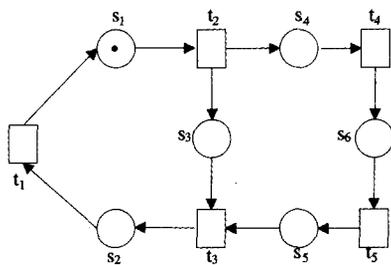
对 T-图可以做简化表示。

一个 T-图  $N=(S, T; F)$  可简化表示为一个有向图  $TG=(T, E)$ , 其中  $TG$  的结点集就是网  $N$  中的变迁集, 图  $TG$  的有向边集这样得到:  $e_x=(t_i, t_j) \in E$  当且仅当  $N$  中存在  $s_k \in S$ , 使得:

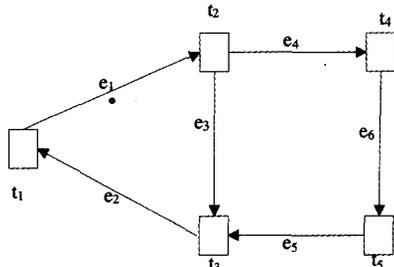
<sup>\*</sup> 基金项目: 国家自然科学基金资助课题(60173053)。耿 震 硕士研究生, 研究方向为 Petri 网论及应用; 吴哲辉 CCF 高级会员, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为 Petri 网理论及应用、算法设计与分析等。

$s_k = \{t_i\} \quad s'_k = \{t_j\}$

标识 T-图的简化表示方法示例如图 1 所示。



a) 标识 T-图的原表示



b) 标识 T-图的简化表示

图 1 标识 T-图的简化表示法

设  $N=(T, E)$ , 其中  $T=\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ , 如果  $(t_i, t_j) \in E$  当且仅当  $|i-j|=1$  或  $k-1$ , 则称  $N$  为一个项链型 T-图。有  $k$  个结点(变迁)的项链型 T-图记为  $N_k$ , 并简称为  $k$  阶项链图。

设  $N=(T, E)$ , 对  $\forall i, j$ , 如果  $(t_i, t_j) \in E$ , 则称  $N$  为一个完全 T-图, 有  $n$  个结点的完全 T-图记为  $K_n$ , 并简称为  $n$  阶完全图。

**定理 1**<sup>[4]</sup> 活的标识 T-图中, 标识之间的可达关系是一种等价关系。

证明: 设  $\Sigma=(S, T; F, M_0)=(N, M_0)$  为一个标识 T-图, 且  $M_0$  为其一个活标识,  $A$  是  $\Sigma$  的关联矩阵,  $|T|=n$ 。

易知, 在活的标识 T-图中, 标识之间的可达关系满足自反性和传递性。现在证同样满足对称性。

现取一个  $n$  维向量, 令其各分量均为 1, 则有  $M=M_0+A^T X$ 。

$\because A^T X=0 \quad \therefore M=M_0$

又根据结论<sup>[4]</sup>: 活的标识 T-图  $(N, M_0)$  中,  $n(n=|T|)$  维非负整数向量  $X$  使得  $M_0+A^T X \geq 0$ , 那么  $(N, M_0)$  中存在变迁序列  $\sigma \in T^*$ , 使得  $M_0[\sigma >]$  且  $\#(t_i/\sigma)=x(i), i=1, 2, \dots, n$ 。则知在  $\Sigma$  中,  $\exists \sigma \in T^*$ , 且  $\#(t_i/\sigma)=1, i=1, 2, \dots, n$ , 使得  $M_0[\sigma > M_0$ 。

因此, 对满足  $M_0[\sigma_1 >]$  的任意  $\sigma_1 \in T^*$ , 若存在不同的两个变迁  $t_i, t_j, \#(t_i/\sigma_1) \neq \#(t_j/\sigma_1)$ , 不妨设  $\#(t_i/\sigma_1) > \#(t_j/\sigma_1)$ , 则总存在一个变迁序列  $\sigma_2 \in T^*$ , 使得

$\sigma = \sigma_1 \sigma_2, \#(t_i/\sigma) = \#(t_j/\sigma)$ 。

对  $\forall M \in R(M_0)$ , 有  $M_0[\sigma_1 > M$ , 总能找到一个变迁序列  $\sigma_2 \in T^*$ , 使得  $\#(t_i/\sigma_1 \sigma_2) = k, i=1, 2, \dots, n$ 。总能使  $M_0[\sigma_1 > M > \sigma_2 > M_0$ , 即使  $M_0 \in R(M)$ 。

活的标识 T-图中, 标识之间的可达关系满足对称性。

活的标识 T-图中, 标识之间的可达关系是一种等价关系。证毕。

## 2 有 k 个结点的项链型 T-图的活和安全的标识类的个数及其证明

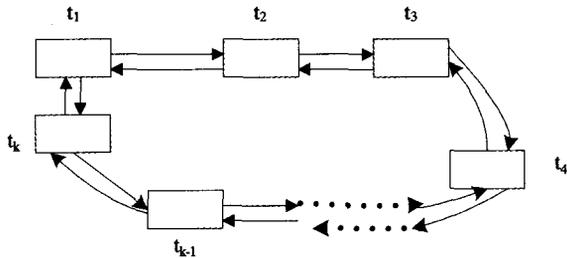


图 2 k 阶项链图

**引理 2.1**<sup>[4]</sup> 设  $N=(T, E)$  为一个 T-图,  $M_0$  为  $N$  的一个初始标识, 则  $(N, M_0)$  为活的充分必要条件是: 对  $N$  的任意有向回路  $C: M_0(C) \geq 1$ 。

**引理 2.2**<sup>[4]</sup> 设  $N=(T, E)$  为一个 T-图,  $M_0$  为  $N$  的一个初始标识,  $C$  是  $N$  中的一个有向回路, 则对  $\forall M \in R(M_0)$ , 都有  $\sum_{e \in C} M(e) = \sum_{e \in C} M_0(e)$ , 其中的  $e \in C$  意指  $e$  是回路  $C$  上的一条有向边。此等式也可简化表示为  $M(C) = M_0(C)$ 。

**引理 2.3** 设  $N_k=(T, E)$  为一个活和安全的  $k$  阶项链图, 其中  $T=\{t_1, t_2, \dots, t_k\}, t_1, t_2, \dots, t_k$  在  $N_k$  中顺时针排列,  $M_0$  为其初始标识, 对  $\forall M \in R(M_0)$  都有  $M(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) + M(t_{(i+1) \bmod k}, t_i) = 1$ 。

证明: 对  $\forall i \in \{1, 2, \dots, k\}, j = (i+1) \bmod k$ ,

由引理 2.1 知,  $M(t_i, t_j) + M(t_j, t_i) \geq 1$ 。

下面证:  $\exists M \in R(M_0) M(t_i, t_j) + M(t_j, t_i)$  不大于 1。

$\because N_k$  是安全的 T-图,  $\therefore M(t_i, t_j) + M(t_j, t_i) \leq 2$

$\therefore$  下面证:  $\exists M \in R(M_0) M(t_i, t_j) + M(t_j, t_i) = 2$ , 即  $M(t_i, t_j) = 1 \wedge M(t_j, t_i) = 1$  是不可能的。

反证法: 假设  $\exists M \in R(M_0)$  使得  $M(t_i, t_j) = 1 \wedge M(t_j, t_i) = 1$  成立, 此情况如图 3 所示。

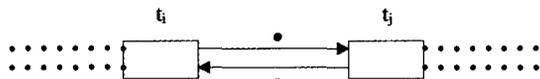


图 3

$\because N_k$  是活的,  $\therefore$  存在变迁  $t_n \in T, M[t_n >$

下面对  $t_n$  的情况分三种情况讨论:

第一种情况:  $t_n = t_i$  即  $M[t_i >$  此种情况如图 4 所示。

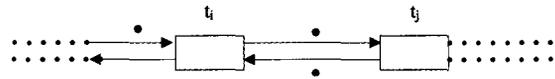


图 4

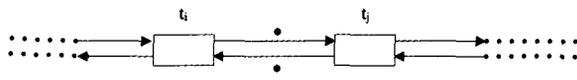


图 5

显然, 此情况的发生会使  $t_i$  到  $t_j$  之间的那个库所中标识的个数大于 1, 表明  $N_k$  是不安全的, 出现矛盾。

第二种情况:  $t_n = t_j$  即  $M[t_j >$ 。此情况类似于第一种情况, 也会使得  $N_k$  是不安全的, 出现矛盾。

第三种情况:  $t_n \neq t_i, t_j$ , 如图 5 所示。

若  $M[t_n > M_1, M_1[t_i > \vee M_1[t_j >$  则类似于情况一、二, 出现矛盾。

若  $\neg M_1[t_i >] \wedge \neg M_1[t_j >] \therefore N_k$  是活的,  $\therefore$  总存在一个变迁  $t_{n1}$ , 使得

$M_1[t_{n1} >] M_2 \dots$  依此类推

$\therefore$  总  $\exists M' \in R(M)$  使得  $M'[t_i >] \vee M'[t_j >]$ , 从而出现类似于上述的矛盾。

$\therefore \exists M \in R(M_0)$  使得  $M(t_i, t_j) = 1 \wedge M(t_j, t_i) = 1$  是不可能的, 即  $M(t_i, t_j) + M(t_j, t_i)$  不大于 1。

综上所述, 对  $\forall M \in R(M_0)$  都有  $M(t_i, t_j) + M(t_j, t_i) = 1$ 。证毕。

**引理 2.4** 设  $N_k = (T, E)$  为一个活的和安全的  $k$  阶项链图, 其中  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ ,  $t_1, t_2, \dots, t_k$  在  $N_k$  中顺时针排列,  $M_0$  为其初始标识, 对  $\forall M \in R(M_0)$  都有  $\sum_{i=1}^k M(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) + \sum_{i=1}^k M(t_{(i+1) \bmod k}, t_i) = k$ 。

证明: 此引理由引理 2.3 易得。证毕。

我们很容易从引理 2.4 知, 若  $\sum_{i=1}^k M(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) = \sum_{i=1}^k M_0(t_i, t_{(i+1) \bmod k})$ , 则必然有  $\sum_{i=1}^k M(t_{(i+1) \bmod k}, t_i) = \sum_{i=1}^k M_0(t_{(i+1) \bmod k}, t_i)$ , 反之亦然。

**引理 2.5** 设  $N_k = (T, E)$  为一个活的和安全的  $k$  阶项链图, 其中  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ ,  $t_1, t_2, \dots, t_k$  在  $N_k$  中顺时针排列,  $M_0$  为其初始标识, 对  $\forall M \in R(M_0)$  都有  $\sum_{i=1}^k M(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) \geq 1$  且  $\sum_{i=1}^k M(t_{(i+1) \bmod k}, t_i) \geq 1$ 。

证明: 由引理 2.4 知,  $\sum_{i=1}^k M(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) < 1$  且  $\sum_{i=1}^k M(t_{(i+1) \bmod k}, t_i) < 1$  是不可能的。不失一般性, 假设  $\sum_{i=1}^k M(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) < 1$ , 即  $\sum_{i=1}^k M(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) = 0$ , 则由引理 2.1 知, 此  $N_k$  为不活的, 出现矛盾。  $\therefore$  对  $\forall M \in R(M_0)$  都有  $\sum_{i=1}^k M(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) \geq 1$  且  $\sum_{i=1}^k M(t_{(i+1) \bmod k}, t_i) \geq 1$ 。证毕。

**引理 2.6** 设  $N_k = (T, E)$  为一个活的和安全的  $k$  阶项链图, 其中  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ ,  $t_1, t_2, \dots, t_k$  在  $N_k$  中顺时针排列,  $M_0$  为其初始标识, 若存在一标识  $M$ , 使得  $\sum_{i=1}^k M(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) = \sum_{i=1}^k M_0(t_i, t_{(i+1) \bmod k})$ , 则  $M \in R(M_0)$ 。

证明:  $\therefore N_k$  是活的和安全的,  $\therefore N_k$  中任意个逆弧或顺弧上的那 1 个标识总会沿着逆环或顺环传到任意一个逆弧或顺弧上并且使  $N_k$  是安全的, 且又由引理 2.2 和引理 2.3 知, 若  $\sum_{i=1}^k M(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) = \sum_{i=1}^k M_0(t_i, t_{(i+1) \bmod k})$ , 则  $M \in R(M_0)$ 。证毕。

**引理 2.7** 设  $N_k = (T, E)$  为一个活的和安全的  $k$  阶项链图, 其中  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ ,  $t_1, t_2, \dots, t_k$  在  $N_k$  中顺时针排列,  $M_1, M_2$  分别为  $N_k$  的初始标识, 若  $\sum_{i=1}^k M_1(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) = \sum_{i=1}^k M_2(t_i, t_{(i+1) \bmod k})$ , 则  $M_1$  和  $M_2$  互相可达。

证明: 由引理 2.6 显然可以得此结论。证毕。

**结论 2.1** 设  $N_k = (T, E)$  为一个活的和安全的  $k$  阶项链图,  $N_k$  中活的和安全的标识类个数为  $k-1$ 。

证明: 设  $M_1, M_2$  分别为  $N_k$  的初始标识, 由引理 2.7 知, 只要在活的和安全的  $k$  阶项链图  $N_k$  中, 若  $\sum_{i=1}^k M_1(t_i, t_{(i+1) \bmod k}) = \sum_{i=1}^k M_2(t_i, t_{(i+1) \bmod k})$ , 则  $M_1$  和  $M_2$  互相可达。由引理 2.4 和引理 2.5 知, 对任意初始标识  $M_0$ ,  $\sum_{i=1}^k M_0(t_i,$

$t_{(i+1) \bmod k}) \leq k-1$ , 所以  $\sum_{i=1}^k M_0(t_i, t_{(i+1) \bmod k})$  共有  $k-1$  种取值。所以由引理 2.7 知,  $N_k$  中活的和安全的标识类个数为  $k-1$ 。证毕。

### 3 有 $n$ 个结点的完全 T-图的活的和安全的标识类的个数及其证明

**引理 3.1** 设  $K_n = (T, E)$  为一个活的和安全的  $n$  阶完全图,  $M_0$  为其初始标识, 若  $(t_i, t_j) \in E, (t_j, t_i) \in E$ , 则对  $\forall M \in R(M_0)$ , 都有  $M(t_i, t_j) + M(t_j, t_i) = 1$ 。

证明: 类似于引理 2.3 的证明。(略)证毕。

**引理 3.2** 设  $K_n = (T, E)$  为一个活的和安全的  $n$  阶完全图,  $M_0$  为其初始标识,  $\forall M \in R(M_0)$ , 则总有  $M_0(K_n) = M(K_n)$  其中, 用  $M(K_n)$  表示标识为  $M$  时  $K_n$  中总的标识个数)。

证明: 对任意变迁  $t_i \in T$  来说, 共有  $n-1$  个输入边和  $n-1$  个输出边,  $\therefore$  当变迁  $t_i$  发生时,  $K_n$  中总的标识个数不变。证毕。

**引理 3.3** 设  $K_n = (T, E)$  为一个活的和安全的  $n$  阶完全图,  $M_0$  为其初始标识, 则  $M_0(K_n) = n(n-1)/2$ 。(其中, 用  $M_0(K_n)$  表示标识为  $M_0$  时  $K_n$  中总的标识个数)。

证明: 由图论知识知, 有  $n$  个结点的完全图共有  $n(n-1)$  条有向边。又由引理 2.1 知  $M_0(K_n) = n(n-1)/2$ 。证毕。

**引理 3.4**<sup>[4]</sup> 设  $K_n = (T, E)$  为一个 T-图,  $M_0$  为  $N$  的一个初始标识,  $\sigma \in T^*$ , 若  $M_0[\sigma >]$  且  $T$  中每个变迁在  $\sigma$  中出现的次数相等 ( $\forall i, j \in 1, 2, \dots, |T|, \#(t_i/\sigma) = \#(t_j/\sigma) = k$ ), 则有  $M_0[\sigma >] M_0$ 。

下面提出一种为完全 T-图  $K_n$  确定初始标识的方法: 逐步确定初始标识法。

首先假设最初  $K_n$  中没有任何标识, 且不失一般性, 假设  $K_n$  中各变迁  $t_1, t_2, \dots, t_n$  在  $K_n$  中顺时针排列。

第一步: 选择一个变迁, 通过在  $K_n$  中添加标识, 使其有条件发生。假设选择的是变迁  $t_1$ , 为了能使变迁  $t_1$  发生, 在  $t_1$  的  $n-1$  条输入边上各添加一个标识。以 4 阶完全图为例, 如图 6 所示。因此  $t_1$  可以发生。若  $t_1$  发生, 会分别向其余  $n-1$  个变迁的各一条输入边上增加一个标识。因此, 其余  $n-1$  个变迁只需在与  $t_1$  无关的  $n-2$  个输入边上分别再添加一个标识即有可能发生。

第二步: 从除  $t_1$  之外的  $n-1$  个变迁中选一个变迁作为第二个准备能发生的变迁, 假设选择变迁  $t_2$ , 为了能让变迁  $t_2$  发生, 所以在第一步添加标识的基础上再在  $t_2$  的  $n-2$  条与  $t_1$  无关的输入边上各增加一个标识, 使  $t_2$  有条件发生。以 4 阶完全图为例, 得到如图 7 所示的状态。若  $t_2$  发生同样向其余  $n-1$  个变迁的各一条输入边上增加一个标识。

第三步: 从除  $t_1, t_2$  之外的  $n-2$  个变迁中再选一个变迁, 使其有条件发生。假设选变迁  $t_3$ 。因为  $t_3$  的  $n-1$  条输入边中与  $t_1, t_2$  相关的两条输入边在  $t_1, t_2$  发生后各有一个标识, 所以只需在其余  $n-3$  条输入边上各增加一个标识。

第四步: 依此类推, 直到不断添加标识使各变迁都有可能发生。以上在各输入边上增加的标识个数共有:  $(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$  个, 由引理 3.3 知, 恰好构成了  $K_n$  的一个初始标识。

**引理 3.5** 设  $N = (T, E)$  为一个  $n$  阶完全图, 用上述介绍的逐步确定初始标识法确定其初始标识  $M_0$ , 此  $M_0$  是  $K_n$  的活的和安全的标识类的一个代表元素。

证明: 由逐步确定初始标识法的过程易知得到的完全 T-

图是安全的。且由构造过程知  $\exists \sigma \in T^*$ , 且对  $\forall i \in 1, 2, \dots, |T|$ ,  $\#(t_i/\sigma) = 1$ 。由引理 3.4 知  $M_0[\sigma] > M_0(\forall i \in 1, 2, \dots, |T|, \#(t_i/\sigma) = 1)$ 。易知得到的完全 T-图也是活的。再根据定理 1 知, 逐步确定初始标识法确定的初始标识代表了一个活的和安全的标识类。证毕。

**结论 3.1** 设  $N=(T, E)$  为一个活的和安全的  $n$  阶完全图, 其活的和安全的标识类的个数为  $(n-1)!$ 。

**证明:** 由引理 2.5 知, 用逐步确定初始标识法得到初始标识的是一个活的和安全的标识类的一个代表元素, 从确定初始标识的过程知, 可以构造出的初始标识, 即活的和安全的标识类的个数为:  $C_{n-1}^1 \cdot \dots \cdot C_{n-2}^1 \cdot \dots \cdot C_{n-3}^1 LC_2^1 = (n-1)!$ 。证毕。

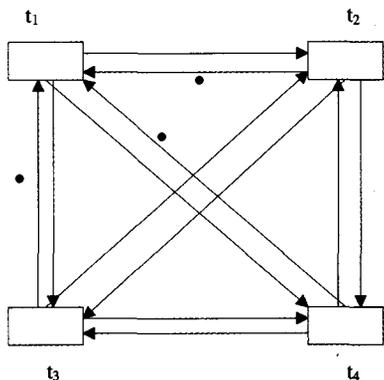


图 6

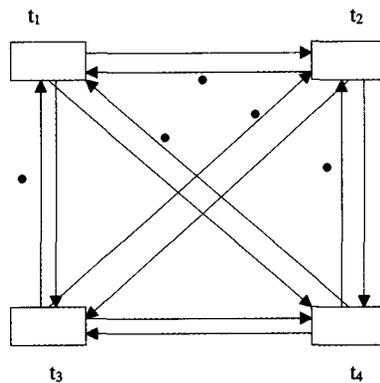


图 7

参考文献

- 1 Commoner F, et al. Final report for the project—development of the theoretical foundations for description and analysis of discrete information systems. vol. II-Mathematics, CADD-7405-2011, Mass. Comp. Assoc., Inc., Wakefield, MA 01880, May 1974
- 2 Murata T. Modeling and analysis of concurrent systems, ch. 3 in Handbook of Software Engineering, C. R. Vick and C. V. Ramamoorthy Eds. New York; Van Nostrand, Reinhold, 1984. 39~63
- 3 Murata T. Petri Nets; Properties, Analysis and Applications[A]. In: Proceedings of IEEE, 1989. 560~562
- 4 吴哲辉. Petri 网导论[M]. 北京:机械工业出版社, 2005
- 5 徐俊明. 图论及其应用[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社, 2004
- 6 卢开澄, 卢华明. 组合数学[M]. 北京:清华大学出版社, 2002

(上接第 240 页)

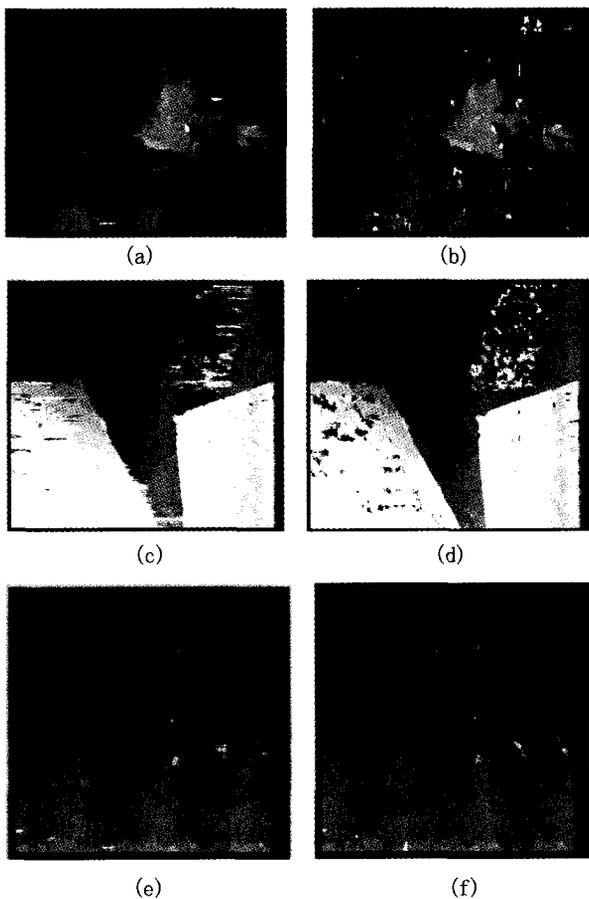


图 3 a,c,e 为本文算法的视差图; b,d,f 为 SAD 算法的视差图

**结论** 本文根据视差梯度的定义, 通过公式推导, 得到在同一极线上前后两个相邻点的视差梯度和匹配搜索范围的关系公式。根据该公式, 详细讨论了视差梯度和匹配搜索范围的关系, 并得到了一种基于视差梯度的快速区域匹配方法。在边缘特征点, 该方法采用较大的搜索范围; 在非边缘的平滑区采用通过视差梯度来减小搜索范围。通过去除冗余搜索, 减少了匹配时间。实验证明, 在保持视差正确匹配率的同时, 本方法比采用固定搜索范围的方法有更快的执行速度。如何充分利用视差梯度原理与其它匹配算法相结合, 将是今后研究的可能方向。

参考文献

- 1 Bhat D N, Nayar S K. Ordinal Measures for Image Correspondence [J]. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20: 415~423
- 2 Faugeras O, Hotz B, Matthieu H, Vieville T, Zhang Z, Fua P, Theron E, Moll L, Berry G, Vuillemin J, Bertin P, Proy C. Real Time Correlation-Based Stereo: Algorithm, Implementations and Applications [R]; [INRIA Technical Report 2013]. 1993
- 3 Burt P, Julesz B. Modifications of the classical notion of Panum's fusional area [J]. Percept, 1980, 9: 671~682
- 4 李德广, 李科杰. 一种快速立体视觉边缘匹配算法 [J]. 计算机应用, 2005, 25(4)
- 5 Li Z, Hu G. Analysis of Disparity Gradient Based Cooperative Stereo [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 1996, 5(11): 1493~1506
- 6 Pollard S B, Mayhew J V W, Frisby J P. PMF: A stereo correspondence algorithm using a disparity gradient limit [J]. Percept, 1985, 14: 449~470
- 7 Pollard S B, Porrill J, Mayhew J E W, Frisby J P. Disparity gradient, Lipschitz continuity, and computing binocular correspondence [J]. In: O. D. Faugeras and G. Giralt, eds. Proc. 3rd Int. Symp. Robot. Res. 1986, 19~26
- 8 Moallem P, Faez K. Search space Reduction in the Edge Based Stereo Correspondence [C]. In: Proceedings of the International Workshop on Vision, Modeling, and Visualization 2001 (VMV2001), Germany, 2001. 423~429
- 9 朱松立, 戴礼荣, 宋彦, 王仁华. 基于角点特征值和视差梯度约束的角点匹配 [J]. 计算机工程与应用, 2005, 34