

基于 Finite Ridgelet 变换的图像线性特征提取^{*})

丁 辉 付梦印

(北京理工大学信息科学技术学院 北京 100081)

摘 要 线性特征是图像的一种重要局部特征,它常常决定图像中目标的形状。线性特征的提取在图像匹配、目标描述与识别以及运动估计、目标跟踪等领域具有十分重要的意义。常用的线性特征检测方法有 Radon 变换和 Hough 变换,但检测曲线复杂度会很高。本文提出一种多尺度几何分析的线性特征检测方法,该方法以 finite ridgelet 理论为基础,结合正交小波变换对线性特征进行提取。Finite ridgelet 变换对于含有直线奇异的多变量函数具有良好的逼近特性,能够获得连续空间函数的稀疏表达,同时具有区域平滑性、很好的可逆性和去冗余性。实验结果表明,本方法即使在背景复杂的环境下也具有良好的检测效果。

关键词 线性特征提取, Finite Ridgelet 变换, Finite Radon 变换, 小波变换

Linear Feature Extraction Based on Finite Ridgelet Transform

DING Hui FU Meng-Yin

(School of Information Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract Linear feature detection is very important in image processing and frequently uses in object recognition, image alignment, image matching, movement estimation and object tracking and so on. The Radon and Hough transform is most commonly used for the detection of regular curves such as lines, circles, ellipses, etc. But they are only fit for images with regular shape and only when linear feature is distinct, the lines in the image are efficiently detected. On the other hand, the length of a line cannot be kept by these two transforms, only the position of the line can be determined. And the computational complexity is very high especially in detecting circle features. Finite ridgelet transform is a discrete orthonormal version of ridgelet transform and based on finite ridgelet transform, a more robust linear feature extraction approach combined with dyadic wavelet transform is proposed. Experimental results show the efficiency of this algorithm even in noised scene.

Keywords Linear feature extraction, Finite ridgelet transform, Finite radon transform, Wavelet transform

1 引言

图像特征是指图像场中可用作标志的属性,线性特征是图像的一种重要局部特征,它常常决定图像中目标的形状。线性特征的提取在图像匹配、目标描述与识别以及运动估计、目标跟踪等领域具有十分重要的意义。由于特征反映了图像中物体或区域所占的物理限度,因此边缘检测技术一直受到人们的重视和研究。寻找一种对噪声不敏感、定位精确的检测方法,始终是人们努力追求的目标。通过边缘检测直线,最直观也最简单的做法就是直接跟踪边缘,再根据相邻边缘点的共线性得到拟合直线。典型代表是 Nevatia 等提出的启发式连接方法^[1],连接时主要利用边缘点的空间邻接关系,辅以梯度方向或对比度等特性。其困难在于,首先,当存在多个邻接点时,如何确定跟踪路径;其次,当边缘之间存在缝隙时如何连接。Burn 等提出的以边缘的梯度相位特性为主要根据进行编组^[2]的方法,能够检测出对比度较弱的灰度变化,因此比较有效。为了避免过多的细节,该方法需要对梯度幅值取阈值,而且由于计算边缘方向和对方向量化分组时的误差,提取的直线容易是断裂的,因此短线较多。目前最常用 Radon 变换和 Hough 变换来检测直线特征,这种方法没有考虑空间

的邻近特性,因此可以避免填补边缘点之间缝隙的困难,但也可把远离的孤立边缘加进来,定位不准确。同时,这种方法的计算也比较复杂,尤其在检测曲线特征时复杂度很高,实际效果中反而不如前两种方法。

近年来,小波变换常被用来进行图像处理。小波变换表示具有点奇异性的目标函数时是最优的基,而在表示线和超平面的奇异性时,并不是最优的基。因此,小波变换并不是图像稀疏表示的最佳方法^[3~5]。边缘是图像的不连续性所在,因此图像的奇异性表现为一维奇异即边缘(线)奇异,应用小波变换无法表达图像“沿”边缘的特性。Ridgelet^[6,7]正是为解决二维或更高维奇异性而产生的一种新的分析工具。Ridgelet 理论框架^[8,9]是由 Emmanuel J. Candes 和 Donoho 在 1998 年完成的,它是一种非自适应的高维函数表示方法。Ridgelet 变换对于含有直线奇异的多变量函数具有良好的逼近特性,能够获得连续空间函数的稀疏表达,同时具有区域平滑性,因此可以有效地处理二维空间的线性奇异。侯彪等提出用 Ridgelet 变换进行直线特征检测^[7],但是传统的 Ridgelet 变换具有天生的冗余性,计算量大。Minh N. Do 提出的 Finite Ridgelet 变换则具有很好的可逆性和去冗余性。本文基于 Finite Ridgelet 变换,提出一种结合正交小波变换的线性特征

^{*})国家自然科学基金资助项目(60453001)。丁 辉 博士,主要研究方向为智能导航与组合导航;付梦印 教授,博士生导师,主要研究领域为导航、制导与控制。

检测新方法。实验结果表明,本方法即使在背景复杂的环境下也具有良好的检测效果。

2 Ridgelet 变换

2.1 Ridgelet 的定义

连续 Ridgelet 变换的定义如下:设函数 ψ 满足条件 $\int \frac{|\hat{\psi}(\xi)|^2}{|\xi|^2} d\xi < \infty$, 则二维空间的 Ridgelet 函数 $\psi_{a,b,\theta} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ 定义为

$$\psi_{a,b,\theta}(x) = a^{1/2} \psi((x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - b)/a) \quad (1)$$

其中, a 代表 Ridgelet 的尺度, b 为 Ridgelet 的位置, θ 为 Ridgelet 的方向。给定二元可积函数 $f(x)$, 它在 $\mathbb{R}^2$ 中的连续 Ridgelet 变换(CRT)定义为

$$\text{CRT}_f(a, b, \theta) = \int_{\mathbb{R}^2} \psi_{a,b,\theta}(x) f(x) dx \quad (2)$$

2.2 Ridgelet 变换与小波变换的关系

在 $\mathbb{R}^2$ 中, 一维连续小波函数(CWT)定义为

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-1/2} \psi((t-b)/a) \quad (3)$$

其中, a 为伸缩因子, b 为平移因子。二维小波函数是一维小波变换的张量积, 给定二元可积函数 $f(x)$, 它在 $\mathbb{R}^2$ 中的连续小波变换(CWT)定义为

$$\text{CWT}_f(a_1, b_1, a_2, b_2) = \int_{\mathbb{R}^2} \psi_{a_1, b_1}(x_1) \psi_{a_2, b_2}(x_2) f(x) dx \quad (4)$$

通过(2)式和(4)式的比较可以看出, 如果把连续二维小波变换中的点参数 (b_1, b_2) 用直线参数 (b, θ) 替代, 即可以得到函数 $f(x)$ 的 Ridgelet 变换。由此可见, 二维小波变换与 Ridgelet 变换的关系如下:

小波: $\rightarrow \psi$, 点——点

Ridgelet: $\rightarrow \psi$, 线——点

所以, 小波变换适合处理点奇异的问题, 而 Ridgelet 变换适合处理线奇异问题。

2.3 Ridgelet 变换与 Radon 变换

在二维空间中, Radon 变换^[10]的定义为

$$R_f(\theta, t) = \int_{\mathbb{R}^2} f(x) \delta(x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - t) dx \quad (5)$$

Radon 变换将二维空间中的点转换为直线, 因此 Ridgelet 变换在 Radon 变换域中可以定义为以下形式:

$$\text{CRT}_f(a, b, \theta) = \int_{\mathbb{R}} \psi_{a,b,\theta}(t) R_f(\theta, t) dt \quad (6)$$

或者说, Ridgelet 变换等效于目标函数的 Radon 变换域的小波分析。三者之间的关系如图 1 表示。

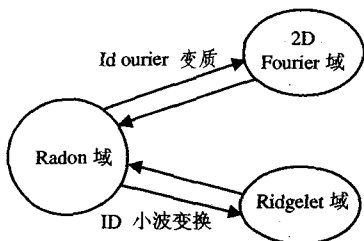


图 1 Radon 变换、Fourier 变换和 Ridgelet 变换三者关系

3.1 Finite Radon 变换定义

Radon 变换是 Ridgelet 变换的关键步骤。传统的 Radon 变换重构图像得到的是一个近似的逼近像, 其重构图像的质量很大程度上受 Radon 投影角度个数的影响。Finite Radon 定义为: 在 Finite 的图像区域中, 能够覆盖这一区域的一组“直线”的总合。这些直线具体的定义方法与连续欧氏几何空间中的直线的定义类似, 可以用 $Z_p = \{0, 1, \dots, p-1\}$ 来表示, 其中 p 是素数, Z_p 是以 p 为模的算子^[11]。给定一个实数函数 f , 它在 Finite 栅格 Z_p^2 中的 Finite Radon 变换定义为

$$r_k[l] = \text{FRAT}_f(k, l) = \frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{(i,j) \in L_{k,l}} f[i, j] \quad (7)$$

这里, $L_{k,l}$ 表示构成直线的一系列点, 具体描述为

$$L_{k,l} = \{(i, j) : j = ki + 1 \pmod{p}, i \in Z_p, 0 \leq k < p\}$$

$$L_{p,l} = \{(l, j) : j \in Z_p\} \quad (8)$$

在 Radon 域中, 任意两个不同的点属于同一条直线, 任何两条不同斜率的直线相交, 交点有且只有一点。对于任意给定的斜率, 存在 p 条平行的直线, 而且这 p 条平行的直线能够完全覆盖整个 Z_p^2 平面。

3.2 Finite Ridgelet 变换的去冗余性

如果用(8)式来表示直线, 那么具有相同特征的直线并不唯一。因此在 Finite 的 Z_p^2 平面中, 用另一种更一般的直线定义:

$$L'_{a,b,t} = \{(i, j) \in Z_p^2 : ai + bj - t = 0 \pmod{p}\} \quad (9)$$

其中, $a, b, t \in Z_p$ 且 $(a, b) \neq (0, 0)$, 这种定义方式与 $\mathbb{R}^2$ 中的直线方程 $x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - t = 0$ 类似。根据(9)式, 可以将 FRAT 重新定义为

$$r_{a,b}[t] = \text{FRAT}_f(a, b, t) = \frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{(i,j) \in L'_{a,b,t}} f[i, j] \quad (10)$$

由(10)式可以得到 FRAT 的一个新的投影序列: $r_{a,b}[1], r_{a,b}[2], \dots, r_{a,b}[p-1]$, 它是(8)式得到的 FRAT 的投影序列 $(r_k[0], r_k[1], \dots, r_k[p-1])$ 的新的排列。这种排列顺序对于 Ridgelet 变换非常重要, 它解决了 Ridgelet 变换极坐标下的插值问题, 是一种最佳的排列顺序。对 FRAT 每一个 k 投影序列 $(r_k[0], r_k[1], \dots, r_k[p-1])$, 进行可逆的离散小波变换, 就可以得可逆的离散 Ridgelet 变换。这种变换被称为 Finite Ridgelet 变换(FRIT)^[12]。图 2 描述了 FRIT 的步骤。

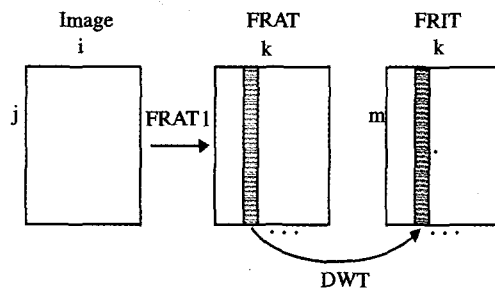


图 2 FRIT 框图

3 Finite Ridgelet 变换

传统的 Ridgelet 变换定义在二维连续空间中, 实际应用时需要进行离散化。在离散化的过程中, 需要在极坐标平面内进行插值, 这导致变换过程具有很高的数据冗余性, 而且很难精确重构。为了克服这一缺点, 在 Finite Ridgelet 变换中采用 Finite Radon 变换代替 Radon 来对 Ridgelet 进行分解和重构。

4 线性特征检测算法

Ridgelet 变换定义在二维连续空间中, 而对于实际应用来说, 需要对连续的 Ridgelet 变换进行离散化。在离散化过程中, 由于 Ridgelet 天生的放射状几何性质, 需要在极坐标平面内进行插值, 这导致变换过程不是具有冗余性就是无法精确重构。本文针对这一缺陷, 采用 Finite Ridgelet 变换来进行图像的特征提取, 这种变换本身就是离散的, 同时具有可逆

性和无冗余性。

4.1 算法的实现步骤

(1) 对图像进行 Radon 变换

式(5)和(6)说明函数 f 的 Radon 变换可由 f 的二维 Fourier 变换在径向上做一维 Fourier 逆变换得到,所以,首先对输入图像进行二维 Fourier 变换,并对变换的结果进行重新排列,对排列后的新图像按列做一维 Fourier 逆变换,这样就可以得到具有最优排列顺序的 Finite Radon 变换;

(2) 在 Radon 域中检测图像的线性特征

图像经过 Finite Radon 变换,在原图像中的线性奇异特性变为 Radon 域的点奇异特性。对图像中的每一列元素进行奇异点检测,并记录每个奇异点的位置 (k, l) 和该点的像素值,将检测后的图像记为 RImage。

(3) 结合 B 样条小波构造正交 Finite Ridgelet 变换

本文选用二次 B 样条小波对第二步的检测结果即图像 RImage 的每一列进行小波分解,因为二进制小波具有非抽取性质(即对变换后的数据不进行下采样),更能体现信号的本质特征。通过对每一列小波变换后的向量进行模极大值检测,其检测结果就是含有线性特征的 Ridgelet 图像。由于 FRAT 的系数在每一个方向上都具有周期性的性质,我们选择正交的周期小波变换来实现正交 Finite Ridgelet 变换。

假定离散小波变换是一个分解尺度 J 的树形结构正交滤波器组, G_0 和 G_1 分别是低通和高通滤波器。函数 $\{g_0^{(j)}[\cdot - 2^j m], g_1^{(j)}[\cdot - 2^j m] : j=1, \dots, J; m \in \mathbb{Z}\}$ 是离散时间小波系列的正交基。 $G^{(j)}$ 表示 j 尺度的滤波器,具体定义如下:

$$G_0^{(j)}(z) = \prod_{k=0}^{J-1} G_0(z^{2^k})$$

$$G_1^{(j)}(z) = G_1(z^{2^{j-1}}) \prod_{k=0}^{j-2} G_0(z^{2^k}), j=1, \dots, J \quad (11)$$

其中, $G_0^{(j)}$ 称为尺度函数,其它的函数称为小波函数。滤波器

G_1 满足高通滤波条件,即 $G_1(z)|_{z=1} = 0$, 其相应的小波函数至少具有一阶消失矩,即 $G_1^{(j)}(z)|_{z=1} = 0, \forall j=1, \dots, J$, 因此所有的小波基函数都具有零均值。对每一个分解尺度 j 上对 FRAT 的投影进行离散小波分解, FRAT 中所有的非正交系数和冗余系数都被转换成尺度函数的系数。当在最大分解尺度上进行离散小波分解时,不同投影上剩余的尺度系数都是一样的,因此只需选取最后的结果,就可以得到正交 Finite Ridgelet 变换。

(4) 提取图像中的线性特征

对第三步中的变换结果进行 Finite Ridgelet 逆变换,变换后的图像即为要提取的特征图像。对于一般的直线特征和曲线特征,本算法都有很好的检测效果。如果要提取的线性特征过于复杂(曲线的曲率变化频繁),可以考虑先对图像进行分块,然后分别对每一块进行 Finite Ridgelet 变换。采用数学形态学中膨胀和腐蚀的方法可以将不连续的线段连接起来。

4.2 实验结果与分析

基于本文提出的 Finite Ridgelet 线性特征检测算法,应用于 3 幅图像:简单的“V”型特征图像、加噪的直线和圆(信噪比为 9.54dB)、具有直线特征的自然图像,如图 3 所示。图 4 和图 5 分别为 Finite Ridgelet 变换和 Hough 变换的提取结果。采用有限 Ridgelet 方法进行线性特征检测,不仅能检测出直线,同时对曲线特征的提取也具有很好的效果。Hough 变换是提取线性特征的经典方法,图 6 中彩色的直线是其提取结果。利用 Hough 变换只能检测出图像中的直线特征,对曲线的检测却无能为力。采用 Hough 变换提取的直线,无法保留原有的边缘特性,即 Hough 变换只是找到了目标中直线所在的位置,却丢失了目标的形状,而且无法提取长度较短的直线。

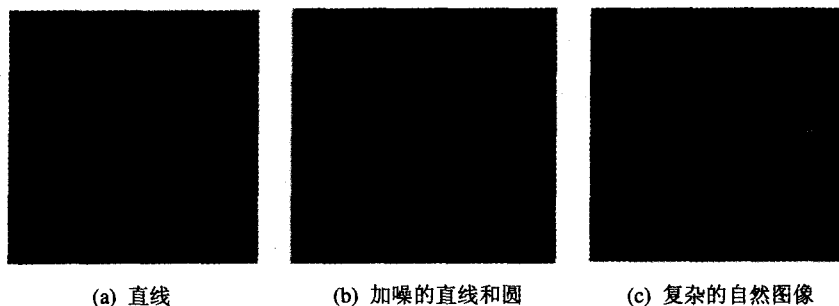


图 3 原始图像

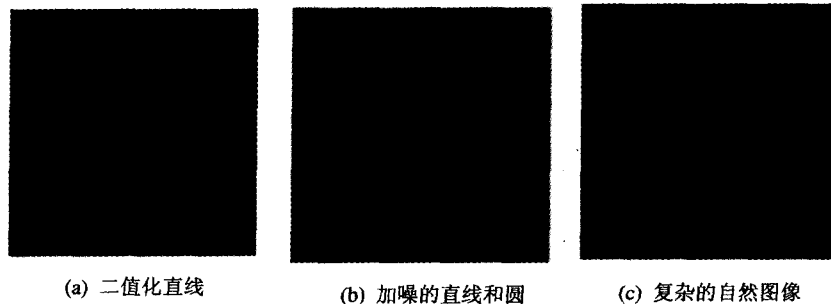


图 4 Ridgelet 检测结果

结束语 众所周知,小波变换在分析一维和二维点奇异信号时具有良好的性能,有“数字显微镜”之称,但是对高维信号处理则失去了它的分析优势。Ridgelet 变换是刚出现不久

的一种图像多尺度几何分析方法,它相对于小波变换的最大特点是具有高度的各向异性,因此对图像中“沿”边缘的信息具有更强的表达能力。在图像处理中,边缘往往是最重要的

特征,它对于进一步处理和分析有着重要的意义。本文提出的基于正交 Finite Ridgelet 变换进行线性特征检测的方法,利用了 Ridgelet 特有的降维能力,将线性特征检测问题转化为点状特征检测问题。同时,Ridgelet 频带的划分可以很好

地去除噪声,而且这种方法本身是可逆的,具有很好的稳定性。实验结果表明,该方法不仅对直线的特征提取能得到很好的效果,同时适用于曲线的特征提取。

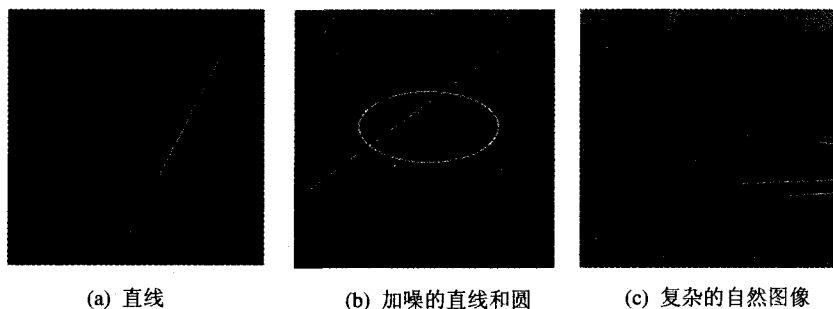


图5 Hough 检测结果

参考文献

- 1 Nevatia R, Babu K R. Linear feature extraction and description. *Compute Graphics and Image Processing*, 1980, 13: 257~269
- 2 Burns J B, Hanson A R, Riseman E M. Extracting straight lines. *IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1986, 18(4): 425~455
- 3 Vetterli M, Kovacevic J. *Wavelets and Subband Coding*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995
- 4 Donoho D L, Vetterli M, DeVore R A, et al. Data compression and harmonic analysis. *IEEE Trans Information*, 1998, 44(6): 2435~2476
- 5 Mallat S. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. 2nd edition. Academic Press, 1999
- 6 焦李成,侯彪,刘芳. 基函数网络逼近: 进展与展望. *工程数学学报*, 2002, 19(1): 21~35
- 7 侯彪,刘芳,焦李成. 基于 Ridgelet 变换的直线特征检测. *中国*

科学(E 辑), 2003, 33(1): 65~73

- 8 Candes E J. Harmonic analysis of neural networks [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 1999, 6: 197~218
- 9 Donoho D L. Orthonormal ridgelets and linear singularities [R]. USA: Department of Statistics, Stanford University, 1998
- 10 Copeland A C, Ravichandran G, Trivedi M M. Localized radon transform based detection of ship wakes in SAR images. *IEEE Trans on Geosciences and Remote Sensing*, 1995, 33(1): 35~45
- 11 Matus F, Flusser J. Image representation via a finite Radon transform. *IEEE Trans Pattern Anal Machine Intell*, 1993, 15(10): 996~1006
- 12 Lidl R, Niederreiter H. *Introduction to Finite Fields and Their Applications*. revised edition. Cambridge University Press, 1994
- 13 Do M N, Vetterli M. Orthogonal finite ridgelet transform for image compression. In: *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, Vancouver, Canada, September 2000

(上接第 207 页)

参考文献

- 1 Bonabeau E, Dorigo M, Theraulaz G. *Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems*. Oxford University Press, New York, 1999
- 2 Kennedy J, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, 1995, 1942~1948
- 3 Hu X, Eberhart R C, Shi Y H. Engineering Optimization with Particle Swarm. In: *Proceedings of the IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis, Indiana, USA, 2003. 53~57
- 4 Parsopoulos K E, Vrahatis M N. Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimization. *Natural Computing*, 2002, 1(2-3): 235~306
- 5 Wang F, Qiu Y H. Optimal Tuning of PID Controllers Based on an Improved Particle Swarm Algorithm. In: *Proceeding of the 2006 International Symposium on AI-50 Years' Achievements, Future Directions and Social Impacts (ISAI'06)*, Beijing, China, 2006. 367~370
- 6 Hendtlass T. Preserving Diversity in Particle Swarm Optimisation. *Lecture Notes in Computer Science*, 2003. 31~40
- 7 Wang F, Feng N Q, Qiu Y H. An Adaptive Diversity Strategy for Particle Swarm Optimization. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Natural Language Processing and Knowledge Engineering*, Wuhan, China, 2005. 760~764
- 8 Higashi N, Iba H. Particle Swarm Optimization with gaussian mutation. In: *Proceedings of the IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis, Indiana, USA, 2003. 72~79

- 9 Mendes R. Population Topologies and Their Influence in Particle Swarm Performance: [Ph. D. dissertation]. University of Minho, 2004
- 10 Watts D J, Strogatz S. Collective dynamics of small-world networks. *Nature*, 1998, 393: 440~442
- 11 Reynolds C W. Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model. *Computer Graphics*, 1987, 21(4): 25~34
- 12 Shi Y H, Eberhart R C. A modified particle swarm optimization. *Lecture Notes in Computer Science 1447: Evolutionary Programming VII*, 1998. 591~600
- 13 Kennedy J, Mendes R. Population structure and particle swarm performance. In: *Proceedings of Congress on Evolutionary Computation*, Honolulu, HI, 2002. 1671~1676
- 14 Milgram S. The small world problem. *Psychology Today*, 1967, 22: 61~67
- 15 Barrat A, Weigt M. On the properties of small world networks. *Europe Physics*, 2003, 13: 547~460
- 16 Newman M E J, Watts D J. Renormalization group analysis of the small-world network model. *Physics Letter A*, 1999, 263: 341~346
- 17 Newman M E J, Moore C, Watts D J. Mean field solution of the small-world network model. *Physics Review Letter*, 2000, 84: 3201~3204
- 18 Carlisle A, Dozier G. An off-the-shelf PSO. In: *Proceedings of the Workshop on Particle Swarm Optimization*, Indianapolis, IN, 2001. 1~6
- 19 Shi Y H, Eberhart R C. Empirical study of particle swarm optimization. In: *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Piscataway, NJ, 1999. 1945~1950