

# 一种具有动态拓扑结构的粒子群算法研究

王雪飞 王芳 邱玉辉

(西南大学 重庆 400715)

**摘要** 受小世界网络模型的启发,提出了一种具有动态拓扑结构的新颖粒子群算法。该算法通过对每个粒子邻域的记忆和更新,模拟小世界网络模型中的信息传播方式。在大量基准问题上的实验结果显示,提出的算法能有效保持优秀粒子与非优粒子所占比例的均衡性,维持了种群的多样性,避免了经典粒子群算法在高维、多峰问题上的早熟收敛现象。

**关键词** 粒子群,小世界网络,拓扑结构,多峰函数

## Research on a Novel Particle Swarm Algorithm with Dynamic Topology

WANG Xue-Fei WANG Fang QIU Yu-Hui

(Southwest University, Chongqing 400715)

**Abstract** Inspired by the model of small-world networks, a novel particle swarm optimizer (PSO) with dynamic topology is proposed, which mimics the information transferring style of small-world networks by remembering and updating individual particle's neighborhood during the process is running. Experimental results on variety benchmark problems demonstrate that the proposed algorithm effectively balances the proportion of optimal and non-optimal particles, thus can obtain better population diversity and restrain the premature convergence encountered by the standard PSO algorithm when solving high-dimensional multimodal problems.

**Keywords** Particle swarm algorithm, Small-world network, Topology, Multimodal function

## 1 引言

群体智能<sup>[1]</sup>属于人工智能行为主义学派的最新技术,自20世纪90年代中期提出以来,一直受到广泛的关注。粒子群算法 PSO 是最新的群体智能方法,具有简单易行、优化效率高、通用性强等优点,因此自1995年被 Kennedy 和 Eberhart 博士提出<sup>[2]</sup>以来,吸引了数值优化领域大量研究者的工作,已被成功应用于系统设计与建模、模式识别、信号处理、决策支持等领域<sup>[3~5]</sup>。

作为一种通用的随机全局搜索算法,PSO 也面临着早熟收敛的问题。其主要原因是最优解在种群中的传播速度过快,以至于丧失了探索新区域的能力。研究者采取的解决办法通常包括:增加种群的多样性<sup>[6,7]</sup>或控制个体的聚集密度,让种群在搜索空间上的分布更合理;引入跳出局部最优点的机制<sup>[8]</sup>,随机开始新的搜索。

Mendes<sup>[9]</sup>中研究了不同邻域拓扑结构对 PSO 算法性能的影响,其研究发现:粒子个体间社会交互的平均连接度越高,群体中的信息传播速度就越快,但是发生早熟收敛的风险也越大。Watts 和 Stroetz 的小世界网络理论<sup>[10]</sup>表明:小世界网络既具有规则网络的局部高聚集系数,又具有随机网络平均路径短的特性。主要受这两项研究工作的启发,本文提出了一种小世界 PSO 算法,该算法能动态构造粒子的邻域,既保证了信息的快速传播,又能避免部分超级粒子对种群搜索方向的绝对控制,维持了种群的多样性。

## 2 粒子群算法及其拓扑结构

受 Reynolds 的鸟群聚集模型<sup>[11]</sup>启发,社会心理学家

Kennedy 和 Eberhart 博士提出了 PSO 算法<sup>[2]</sup>,对人脑的思维方式和人类的社会行为进行模拟。

粒子群中的每个粒子个体代表解空间上的一点,用位置向量  $x_i (i=1,2,\dots,D, D$  为解空间的维度)表示。粒子以速度  $v_i$  “飞行”,经过一个时间步,变换到解空间上的另一个点  $x_i + v_i$ 。速度  $v_i$  由每个粒子目前的最好位置  $p_i$  和邻域所有粒子目前的最好位置  $p_g$  确定,表示粒子能从个体经验和群体经验中学习。粒子的最好位置用适应度函数衡量,PSO 算法执行过程中只需要计算适应度函数的取值,无需其导数信息,因此效率很高,通用性强。

标准 PSO 算法的种群进化模型为<sup>[12]</sup>:

$$v_i^{t+1} = w * v_i^t + c_1 * r_1 * (p_i - x_i^t) + c_2 * r_2 * (p_g - x_i^t) \quad (1)$$

$$x_i^{t+1} = v_i^{t+1} + x_i^t \quad (2)$$

其中,常量  $c_1$  和  $c_2$  表示粒子受个体认知和社会知识的影响程度,也被称为学习率; $r_1$  和  $r_2$  为(0,1)区间上的随机数。为了防止粒子的飞行超出解空间,可以用一个常量  $V_{max}$  来限制粒子的最大飞行速度。

标准 PSO 算法用均匀分布的随机位置和速度向量初始化粒子的种群,然后用公式(1)和(2)对种群进行更新,直到满足某个给定的收敛判据或达到指定的最大迭代次数为止。在每一次迭代过程中,依据对适应度函数值的计算和比较,得出每个粒子目前的最好位置  $p_i$  和邻域所有粒子目前的最好位置  $p_g$ 。

为了改进标准 PSO 算法的性能,很多学者从各个角度开展了大量的研究工作。以 Kennedy 为代表的一批学者,注重

探求算法的社会心理学本质以及对决定信息传播方式的拓扑结构进行研究。

Mendes 和 Kennedy<sup>[15]</sup>用模拟退火算法结合启发式搜索算法随机生成了 1343 种结构,逐一进行测试,最终确定了 PSO 算法的 5 种基本拓扑结构,如图 1 所示。其中 All 与 Ring 对应于经典粒子群算法中的全局型和局部型。

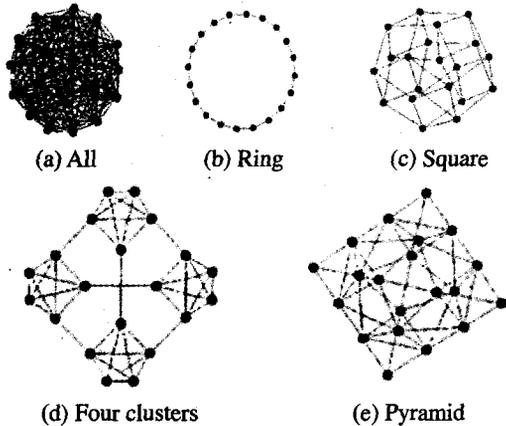


图 1 粒子群算法的 5 种拓扑结构

Mendes 和 Kennedy 对这 5 种结构进行了全面的测试,结果显示:(1)经典粒子群算法所采用的两种结构未必是最优结构,All 型收敛速度最快,但极易陷入局部最优;而 Ring 型收敛于全局最优的概率最高,但聚敛速度最慢。(2)Square 型与 Four cluster 型显示出了良好的性能,在速度明显高于 Ring 型的情况下,收敛成功率只有很少的下降。

### 3 具有动态拓扑结构的新颖粒子群算法

20 世纪 60 年代,美国哈佛大学的心理学家 Milgram 提出“六度分离”理论<sup>[14]</sup>。此后,“小世界”现象引起了一些数学家、物理学家甚至社会学家的关注。1998 年,Watts 和 Strogetz 提出了小世界网络模型<sup>[10]</sup>,给出了小世界网络的一种构造过程:

(1)从规则图开始:考虑一个含有  $N$  个点的最近邻规则网络,它们围成一个环,其中每个节点都与它左右相邻的各  $K/2$  节点相连。

(2)随机化重连:以概率  $p$  随机地重新连接网络中的每个边,即将边的一个端点保持不变,而另一个端点取为网络中随机选择的一个节点。

其中, $p=0$  对应于完全规则网络, $p=1$  则对应于完全随机网络,通过调节  $p$  的值就可以控制从完全规则网络到完全随机网络的过渡。当  $0 < p < 1$  时,网络既具有规则网络的局部高聚集系数又具有随机网络平均路径短的特性,被称为“小世界网络”。小世界网络的聚集系数为<sup>[15]</sup>:

$$C(p) = \frac{3(K-2)}{4(K-1)}(1-p)^3 \quad (3)$$

关于小世界模型的平均路径长度,Newman 等人<sup>[16]</sup>利用重新正化群的方法得到以下公式:

$$L(p) = \frac{2N}{K} f(NKp/2) \quad (4)$$

其中, $f(x)$  是一个通用的标度函数,目前还没有精确的解析表达式,Newman 等人<sup>[17]</sup>基于均场方法给出了一个近似表达式:

$$f(x) \approx \frac{1}{2\sqrt{x^2+2x}} \arctan h \sqrt{\frac{x}{x+2}} \quad (5)$$

受启发于小世界网络模型以及 Kennedy 观察到的粒子聚集现象,我们提出了小世界 PSO 算法,实现更复杂的动态拓扑结构。小世界 PSO 的主要思想是:增加对每个粒子邻域的记忆,并用邻域最好粒子的位置  $pn_g$  代替标准 PSO 速度更新公式中的  $p_g$ 。

粒子邻域的构造过程与小世界网络相同:将每个粒子的邻域初始化为包含它与临近的  $K$  个粒子的集合,初始的种群拓扑结构为一  $K+1$  阶规则网络。在进化过程中,不断更新每个粒子的邻域:以概率  $p$  删除粒子  $i$  邻域中的某一粒子  $j$ ,并从粒子  $j$  邻域中删除粒子  $i$ ,表示断开粒子  $i$  与  $j$  的连接;然后随机从种群中选择一个其它粒子  $k$  加入粒子  $i$  的邻域,并将  $i$  加入粒子  $k$  的邻域,表示建立粒子  $i$  和  $k$  之间的连接。

粒子  $i$  的速度更新公式(1)中,不再使用整个种群的最优位置  $p_g$ ,而以它的邻域中所有粒子的最好位置  $pn_g$  取代:

$$v_i^{t+1} = w * v_i^t + c_1 * r_1 * (p_i^t - x_i^t) + c_2 * r_2 * (pn_g^t - x_i^t) \quad (6)$$

图 2 描述了小世界 PSO 的基本流程。

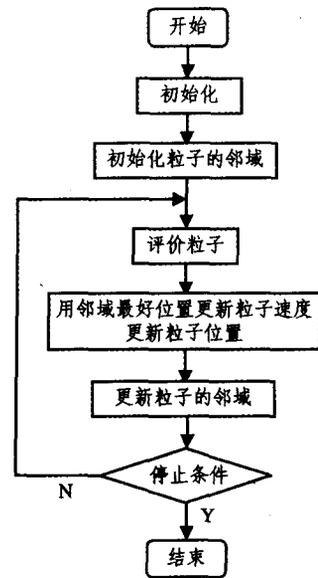


图 2 小世界 PSO 的基本流程

### 4 实验设计及结果

我们在大量高维和多峰基准问题上开展了广泛的验证和对比实验,本文展示的是其中部分实验结果。后文采用的基准问题在表 1 中给出,在所有基准问题上我们采用的都是对称搜索空间。

表 1 本文采用的基准问题

函数名	搜索范围	理论极值	维度	收敛判据
Sphere	[-100,100]	0	30	10e-7
			100	10e-2
Griewank	[-600,600]	0	10	5e-2
			30	1e-1
Ackley	[-30,30]	0	30	1e-2
Schaffer	[-100,100]	0	2	1e-7

算法的停止条件设为满足收敛判据或达到最大目标函数评估次数;若算法运行时满足给定的收敛判据结束,则认为该

次运行成功收敛;若算法达到设定的最大目标函数评估次数结束运行,则认为其收敛失败。

所有涉及的算法在 Matlab7.0 下编程实现,运行环境为 Pentium IV 2.8G,内存 512MB,操作系统为 Windows2000 专业版。本文提出的小世界粒子群算法在结果显示中表示成 SW-PSO,算法中的参数设置为: $K=5, p=0.2$ 。对于比较中使用的他人的研究成果:规范的粒子群算法 CPSO<sup>[18]</sup>和惯性权重随时间线性减小的改进粒子群算法 LDW<sup>[19]</sup>,我们也在同一环境下进行了重新实现,参数值的选取与原始资料<sup>[18,19]</sup>相同。

实验的结果用以下衡量指标呈现:

(1)平均最好解 BstOpt:算法获得的最好解在 50 次运行

中的平均值,衡量获得解的质量;

(2)目标函数平均计算次数 Feval:算法需要计算目标函数的次数在 50 次运行中的平均值,衡量搜索的效率;

(3)收敛成功率 SucRt:算法在 50 次运行中成功收敛的比率;

(4)CPU 时间 CPUtm:统计算法 50 次运行需要的总的 CPU 时间,衡量搜索的效率;

表 2 中列出了 SWPSO、CPSO 和 LDW 三种粒子群算法在高维 Sphere、Griewank 和 Ackley 函数,以及 2 维 Schaffer 函数上的性能比较,收敛判据设为种群获得的最好解达到表 1 中指定的精度。

表 2 SWPSO、CPSO 和 LDW 算法的性能比较

衡量指标	算法	Sphere	Griewank	Ackley	Schaffer		
		30 维	100 维	10 维	30 维	30 维	2 维
BstOpt	SWPSO	9.2941e-8	0.009805	0.09814	0.047762	0.009510	0.000481
	CPSO	0.005916	11519	0.098459	0.062209	1.7087	0.002927
	LDW	9.265e-8	1.8363e5	0.095316	0.048178	0.48178	0.007197
Feval	SWPSO	22103	56792	54338	18656	18868	10307
	CPSO	1.0978e5	1.5003e5	24725	38996	1.8126e5	9567.6
	LDW	1.1526e5	1.5003e5	99934	1.0184e5	1.4388e5	14454
SucRt	SWPSO	1	1	0.9	0.96	1	0.8
	CPSO	0.3	0	0.88	0.78	0.1	0.66
	LDW	1	0	1	0.98	1	0.18
CPUtm	SWPSO	191.36	615.34	567.94	193.59	166.72	83.531
	CPSO	169.8	499.69	37.125	82.781	284.78	7.8906
	LDW	158.17	359.22	239.63	248.3	301.95	13.031

从以上比较结果中可以看出,SWPSO 算法能以较少的目标函数评估次数获得质量更高的解,在这些异常困难的高维多峰优化问题上获得了非常理想的收敛成功率。但由于在每次迭代过程中都引入了对每个粒子邻域的动态更新,因此,耗费的 CPU 时间几乎在所有的基准问题上都远高于其他两种算法。

为了更清楚地对比种群聚集的速度和算法优化的效率,我们在 30 维 Sphere 函数上测试了算法搜索过程中种群标准差和迭代中获得的最优解的变化趋势。这一组实验采取的收敛判据是种群中粒子位置向量的标准差达到表 1 中给出的精度。

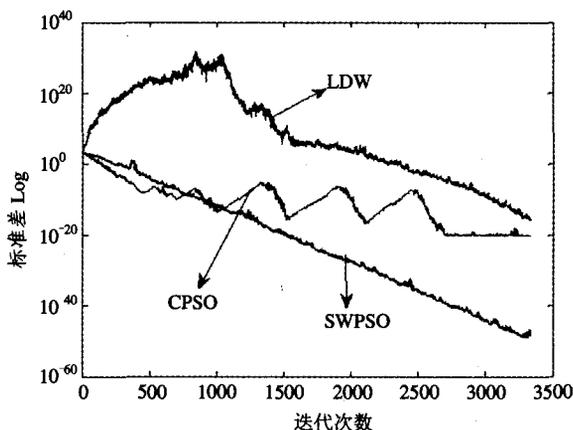


图 3 标准差(Log)随迭代次数的变化情况

图 2 和图 3 显示,在 SWPSO 算法中,种群的标准差和获得的最好解在整个优化过程中保持着持续稳定的改进。CPSO 算法在优化早期有良好的表现,但由于种群迅速聚集,多

样性急剧下降,反而导致了中后期改善的停滞,种群的标准差具有较为明显的波动,不易满足收敛判据。LDW 算法在早期由于惯性权重较大,选择的压力大,因此粒子的速度向量大,种群的位置出现发散现象,获得的最优解改善缓慢,到了中后期,线性减小的惯性权重因子逐渐改善了这一缺陷。

小结 本文发展了一种新颖的粒子群算法,该算法具有小世界网络型的动态拓扑结构,其特点是种群中的信息传播路径短,且粒子间的平均连接度小。在大量困难的基准问题上验证了算法的有效性,并与已有的经典 PSO 算法进行了深入的比较。仿真实验的结果表明,提出的小世界 PSO 算法能有效改进在高维、多峰优化问题上的性能。由于引入了对每个粒子邻域的记忆和更新,算法的效率有所降低。

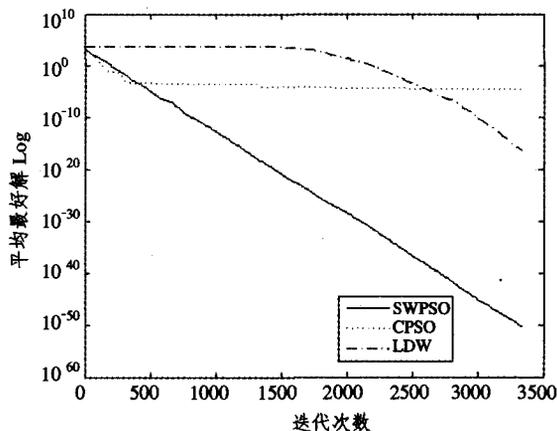


图 4 平均最好解(Log)随迭代次数的变化情况

(下转第 233 页)

特征,它对于进一步处理和分析有着重要的意义。本文提出的基于正交 Finite Ridgelet 变换进行线性特征检测的方法,利用了 Ridgelet 特有的降维能力,将线性特征检测问题转化为点状特征检测问题。同时,Ridgelet 频带的划分可以很好

地去噪声,而且这种方法本身是可逆的,具有很好的稳定性。实验结果表明,该方法不仅对直线的特征提取能得到很好的效果,同时适用于曲线的特征提取。

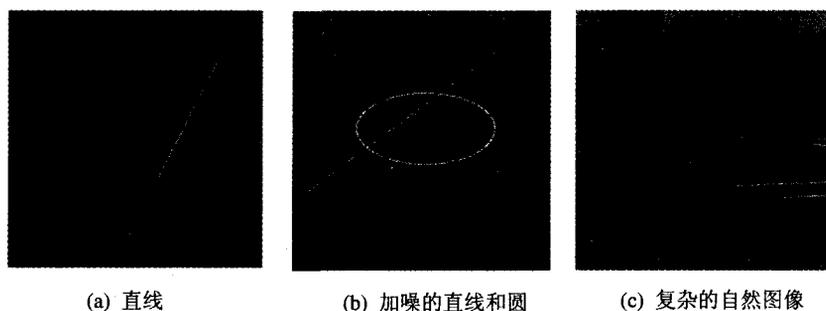


图 5 Hough 检测结果

### 参考文献

- 1 Nevatia R, Babu K R. Linear feature extraction and description. *Compute Graphics and Image Processing*, 1980, 13: 257~269
- 2 Burns J B, Hanson A R, Riseman E M. Extracting straight lines. *IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1986, 18(4): 425~455
- 3 Vetterli M, Kovacevic J. *Wavelets and Subband Coding*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995
- 4 Donoho D L, Vetterli M, DeVore R A, et al. Data compression and harmonic analysis. *IEEE Trans Information*, 1998, 44(6): 2435~2476
- 5 Mallat S. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. 2nd edition. Academic Press, 1999
- 6 焦李成,侯彪,刘芳. 基函数网络逼近: 进展与展望. *工程数学学报*, 2002, 19(1): 21~35
- 7 侯彪,刘芳,焦李成. 基于 Ridgelet 变换的直线特征检测. *中国*

- 科学(E辑), 2003, 33(1): 65~73
- 8 Candes E J. Harmonic analysis of neural networks [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 1999, 6: 197~218
- 9 Donoho D L. Orthonormal ridgelets and linear singularities [R]. USA: Department of Statistics, Stanford University, 1998
- 10 Copeland A C, Ravichandran G, Trivedi M M. Localized radon transform based detection of ship wakes in SAR images. *IEEE Trans on Geosciences and Remote Sensing*, 1995, 33(1): 35~45
- 11 Matus F, Flusser J. Image representation via a finite Radon transform. *IEEE Trans Pattern Anal Machine Intell*, 1993, 15(10): 996~1006
- 12 Lidl R, Niederreiter H. *Introduction to Finite Fields and Their Applications*. revised edition. Cambridge University Press, 1994
- 13 Do M N, Vetterli M. Orthogonal finite ridgelet transform for image compression. In: *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, Vancouver, Canada, September 2000

(上接第 207 页)

### 参考文献

- 1 Bonabeau E, Dorigo M, Theraulaz G. *Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems*. Oxford University Press, New York, 1999
- 2 Kennedy J, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, 1995. 1942~1948
- 3 Hu X, Eberhart R C, Shi Y H. Engineering Optimization with Particle Swarm. In: *Proceedings of the IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis, Indiana, USA, 2003. 53~57
- 4 Parsopoulos K E, Vrahatis M N. Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimization. *Natural Computing*, 2002, 1(2-3): 235~306
- 5 Wang F, Qiu Y H. Optimal Tuning of PID Controllers Based on an Improved Particle Swarm Algorithm. In: *Proceeding of the 2006 International Symposium on AI-50 Years' Achievements, Future Directions and Social Impacts (ISAI'06)*, Beijing, China, 2006. 367~370
- 6 Hendtlass T. Preserving Diversity in Particle Swarm Optimisation. *Lecture Notes in Computer Science*, 2003. 31~40
- 7 Wang F, Feng N Q, Qiu Y H. An Adaptive Diversity Strategy for Particle Swarm Optimization. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Natural Language Processing and Knowledge Engineering*, Wuhan, China, 2005. 760~764
- 8 Higashi N, Iba H. Particle Swarm Optimization with gaussian mutation. In: *Proceedings of the IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis, Indiana, USA, 2003. 72~79

- 9 Mendes R. Population Topologies and Their Influence in Particle Swarm Performance: [Ph. D. dissertation]. University of Minho, 2004
- 10 Watts D J, Stroetz S. Collective dynamics of small-world networks. *Nature*, 1998, 393: 440~442
- 11 Reynolds C W. Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model. *Computer Graphics*, 1987, 21(4): 25~34
- 12 Shi Y H, Eberhart R C. A modified particle swarm optimization. *Lecture Notes in Computer Science 1447: Evolutionary Programming VII*, 1998. 591~600
- 13 Kennedy J, Mendes R. Population structure and particle swarm performance. In: *Proceedings of Congress on Evolutionary Computation*, Honolulu, HI, 2002. 1671~1676
- 14 Milgram S. The small world problem. *Psychology Today*, 1967, 22: 61~67
- 15 Barrat A, Weigt M. On the properties of small world networks. *Europe Physics*, 2003, 13: 547~460
- 16 Newman M E J, Watts D J. Renormalization group analysis of the small-world network model. *Physics Letter A*, 1999, 263: 341~346
- 17 Newman M E J, Moore C, Watts D J. Mean field solution of the small-world network model. *Physical Review Letter*, 2000, 84: 3201~3204
- 18 Carlisle A, Dozier G. An off-the-shelf PSO. In: *Proceedings of the Workshop on Particle Swarm Optimization*, Indianapolis, IN, 2001. 1~6
- 19 Shi Y H, Eberhart R C. Empirical study of particle swarm optimization. In: *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Piscataway, NJ, 1999. 1945~1950