基于改进 K-均值聚类的快速分形图像编码算法*)

王向阳[1,2] 于雁春[1]
(辽宁师范大学计算机与信息技术学院 大连 116029)[1]
(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室 南京 210093)[2]

摘 要 将先进的K-均值聚类理论引入到分形图像编码领域,是目前国际学术界的研究热点之一。本文全面分析了K-均值聚类的初始聚类中心选取问题,给出了基于均值-标准差的初始聚类中心选取新方案,并据此提出了一种新的快速分形图像编码算法。仿真实验表明,本文所提出的快速分形图像编码算法是一种高效的图像压缩方法,不仅其压缩效果明显优于传统K-均值聚类分形图像压缩方案,而且具有较短的编码时间。同时,该算法还具有较强的通用性与适应性(传统K-均值分形编码方法对于纹理图像压缩效果较差,而本文算法的压缩效果却较理想)。

关键词 图像压缩,分形编码,K-均值聚类,初始聚类中心

A Fast Fractal Image Compression Using the Improved K-mean Clustering

WANG Xiang-Yang[1,2] YU Yan-Chun[1]
(School of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029)[1]
(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)[2]

Abstract How to import the advanced theory of K-mean clustering into the domain of fractal image encoding is a hotspot research in national academia. In this paper, the selection of initial clustering center for K-Means clustering is analyzed, an new initial clustering center selection based on average value and variance is given, and a novel fast fractal image coding method is proposed. Experimental results show that the proposed coding is a fast and efficient image compression scheme; it can considerably shorten the encoding time, while achieving the same or better decoded image quality.

Keywords Image compression, Fractal coding, K-mean clustering, Initial clustering center

1 引言

自20世纪80年末Barnsley等首次提出分形编码理论以来,分形图像压缩编码得到了广泛关注,并已成为国际学术界研究的一个热点[1,2]。所谓分形图像编码,就是利用图像中不同区域间所存在的跨尺度相似性,从而把图像看成分形集来进行图像压缩。一般说来,分形图像编码具有高压缩比、与分辨率无关等优点,但普遍存在编码时间较长等不足。近年来,为了有效解决分形编码时间过长等问题,国内外学者陆续开展了一系列卓有成效的研究工作,并相继提出了多种快速分形图像编码算法[3~6]。其中,利用K-均值聚类理论对子块和父块进行分类处理,进而在更小范围的类内进行搜索匹配(即变全局搜索为局部搜索)等方法受到了人们重视,并在一定程度上提高了图像编码速度[7,8]。然而,理论分析和实验结果表明,尽管K-均值聚类方法具有简单快速、能有效处理大量数据等优点,但其存在聚类质量完全依赖于初始聚类中心等不足[9],而现有K-均值聚类分形编码普遍采纳了随机选取初始聚类中心策略,这不仅严重影响了分形图像编码方案的工作效率,而且降低了系统的稳定性能。

本文全面分析了K-均值聚类的初始聚类中心选取问题,给出了基于均值-标准差的初始聚类中心选取新方案,并据此提出了一种新的快速分形图像编码算法。同时,仿真实验也证明了算法的有效性。

2 分形图像编码理论简介

分形图像编码的基本思想是寻求一个使图像近似不变的适当压缩变换。一方面,因为表达图像的变换是压缩的,压缩映射原理保证变换的不动点 x_T 是唯一存在的,且可以从任

*)本文得到辽宁省自然科学基金(20032100)、视觉与听觉信息处理国家重点实验室(北京大学)开放基金(0503)、大连市科技基金(2006J23JH020)、"图像处理与图像通信"江苏省重点实验室(南京邮电大学)开放基金(ZK205014)和江苏省计算机信息处理技术重点实验室(苏州大学)开放课题基金(KJS0602)资助。王向阳 教授,主要研究领域为多媒体信息处理技术、网络信息安全技术。

(4)结果明晰

用户进行模拟决策实验的目的是通过对相关参数的组合和控制达到系统响应的最优,因此系统应该能够及时地体现用户决策的效果,而且还可以把模拟结果写入一个可返回的文件中。

(5)控制可选

由于要进行模拟决策的实验,在一定的系统框架下运行模拟系统时,用户要具备对模拟系统完全的控制权,能够自始至终参与模拟的进程,为此,模型的设计者首先就要根据用户的要求来确定控制策略的深度和广度。

参考文献

1 黄斐.电子商务网站数据挖掘方法.计算机科学,2006(12)
2 黄斐.网络计划在软件项目进度管理中的应用.计算机科学,2006(12)
3 黄斐.电子商务网站学习网站建设.计算机应用,2002(7)
4 黄斐.信息管理专业网上教学实验环境建设.计算机科学,2006(7)
5 黄斐.Java程序设计与应用技术教程.科学出版社,2003(9)
6 黄斐.电子商务网站数据处理.微机发展,2002(3)

何初始图像 x_0 迭代生成：$x_T=\lim_{n\to\infty}T^n x_0$；另一方面，因为变换使图像近似不变，拼贴定理

$$d(Tx_{org},x_{org})<\epsilon \Rightarrow d(x_T,x_{org})<\frac{\epsilon}{1-\epsilon} \quad \forall \epsilon>0, s\in[0,1)$$

能够保证不动点 x_T 是待编码图像 x_{org} 的一个近似图像，其中 s 是 T 的压缩因子，d 是图像空间的度量。于是，待编码图像近似为 $T^N(u)$，N 是迭代次数。

如何寻求一个使图像近似不变的适当压缩变换，是分形图像编码技术最基本的问题。迭代函数系统(IFS)是解决这个问题的基本理论。通常，分形图像编码方法可描述如下：

首先将待编码图像分割成一系列互不重叠且覆盖整幅图像的 $B\times B$ 子块(R 块)，然后对每个子块在图像中搜索与之最(仿射)相似的父块(D 块)。父块大小一般选取为 $2B\times 2B$，其也可以在图像中以步长 τ 从左到右、自上而下滑动一个 $2B\times 2B$ 窗口来生成。

对于每个父块，采用四邻域像素值平均，得到 $B\times B$ 像素块，然后对收缩后的父块考虑 8 种基本变换(90°倍数旋转与水平、垂直、主次对角线对称反射)，这样每个父块产生 8 个子图像。该子图像的全体称为匹配池(码书)，记为 Δ，供每一子块进行匹配搜索。

f 为灰度域上的仿射变换：$f(D)=s\cdot D+o\cdot I$。其中，I 为单位矩阵，s 称为对比度伸缩因子，其满足 $|s|<1$，o 称为亮度偏移因子。

子块与父块之间的误差函数取 MSE：

$$d_{MSE}=\frac{1}{n^2}\|r_{i,j}-s\hat{d}_{i,j}-o\|_2^2$$

其中，n 是子块的尺寸，$R=(r_{i,j})_{n\times n}$ 是子块灰度矩阵，$\hat{D}=(\hat{d}_{i,j})_{n\times n}$ 是经过抽样和某种旋转-反射变换之后的父块灰度矩阵。利用最小二乘法对误差函数 MSE 进行求解，即可求得最优参数 s 和 o。

$$s=\frac{\langle R-\bar{R}I, D-\bar{D}I\rangle}{n\cdot var(D)}, o=\bar{R}-s\cdot\bar{D}$$

这里，$\langle\cdot,\cdot\rangle$ 表示内积，$\bar{R}$ 和 $\bar{D}$ 分别表示子块和父块的均值，var$(\cdot)$ 表示按下式定义的方差

$$\mathrm{var}(X)=\frac{1}{n}\|X-\bar{X}\cdot I\|_2^2$$

3 K-均值聚类方法及其初始聚类中心选取问题分析

3.1 K-均值聚类方法

K-均值聚类属于划分型聚类方法，其应用领域十分广泛。假设待聚类数据为 $X=\{x_1,\cdots,x_N\}$(其中，$x_j=\{x_{j1},\cdots,x_{jq}\}\in R^q$，$j=1,\cdots,N$)，则 K-均值聚类问题就是要找到 X 的一个划分 $p_k=\{C_1,\cdots,C_k\}$，使目标函数 $f(p_k)=\sum_{i=1}^{k}\sum_{x_l\in C_i}d(x_l,m_i)$ 最小。其中，$m_i=\frac{1}{n_i}\sum_{x_l\in C_i}x_l$ 表示第 i 个类的中心位置，$i=1,\cdots,k$，n_i 是类 C_i 中数据项的个数，$d(x_l,m_i)$ 表示 x_l 到 m_i 的距离。而 K-均值聚类算法的具体工作流程为：

(1)随机选取 K 个初始聚类中心 $\{c_1,c_2,\cdots,c_k\}$(其中，$c_j=\{c_{j1},c_{j2},\cdots,c_{jd}\}$)、给定聚类最大迭代次数 I、给定迭代结束的最大收敛系数 T；

(2)根据欧氏距离公式，计算每个数据到各类的距离，并将各数据划分到具有最小距离的类中。其中，距离计算公式为：

$$d(x_i,m_j)=\sqrt{\sum_{l=1}^{d}(x_{il}-m_{jl})^2}, i=1,\cdots,N; j=1,\cdots,k$$

这里，$d(x_i,m_j)$ 表示第 i 个矢量数据到第 j 个聚类的距离。

(3)重新计算 K 个聚类的中心值 $\{m_1,m_2,\cdots,m_k\}$，计算公式为

$$m_{jl}=\frac{1}{n}\sum_{x_i\in C_j}x_{il}, m_j=\{m_{j1},m_{j2},\cdots,m_{jd}\}, l=1,\cdots,d$$

其中，m_j 为第 j 个聚类的聚类中心。

(4)检验聚类操作是否应该结束。若迭代次数等于 I，则结束聚类，否则计算该次迭代的各个聚类收敛距离，若每个类的收敛距离都小于给定参数 T，则结束；否则，转向步骤 2，继续迭代。收敛距离的计算公式为

$$t_{jl}(k)=\sqrt{\sum_{l=1}^{d}(m_{jl}(k)-m_{jl}(k-1))^2}$$

式中，$j=1,\cdots,k$；$l=1,\cdots,d$；k 为当前迭代次数。

3.2 初始聚类中心选取问题分析

仔细分析 K-均值聚类算法工作原理，不难看出：其聚类质量完全依赖于初始聚类中心选取。即初始聚类中心将决定 K-均值聚类算法的聚类收敛速度和聚类精度。

为了验证初始聚类中心对 K-均值聚类算法收敛速度及聚类精度的影响，我们首先随机生成三组数据，然后利用 K-均值聚类算法对这三组数据进行聚类分析。不失一般性，假设我们选取的实验数据为 0～255 之间的数字，且生成数据的统计值如下(参见表 1)。

表 1 测试数据的统计值

数据编号	数据个数	中心值	标准差
A	1000	125.724	73.91
B	10000	126.469	73.67
C	100000	126.843	73.59

针对以上三组数据，我们分别利用 K-均值聚类算法对其进行 4 次聚类实验。其中，每次聚类均为随机选取初始聚类中心。假设聚类数目为 4，聚类收敛系数为 0，即各聚类中心位置始终不再改变时结束该操作，则 K-均值聚类算法收敛时所需要的迭代次数和时间如下(参见表 2)。

表 2 随机选取初始聚类中心的聚类结果

测试号	数据编号	初始聚类中心	迭代后聚类中心	迭代次数	时间(ms)
A1	A	{38, 56, 98, 167}	{49.91 100.98 151.62 202.81}	23	12
A2	A	{24, 52, 79, 153}	{49.91 100.98 151.62 202.81}	26	13
A3	A	{27, 116, 204, 225}	{51.74 105.17 156.78 200.35}	19	12
A4	A	{42, 76, 161, 224}	{51.74 105.17 156.78 200.35}	34	14
B1	B	{96, 153, 180, 214}	{50.38 99.67 148.96 203.75}	31	238
B2	B	{30, 61, 94, 165}	{48.56 94.59 142.25 201.93}	36	246
B3	B	{18, 28, 84, 140}	{48.56 94.59 142.25 201.93}	21	155
B4	B	{150, 168, 213, 247}	{50.38 99.67 148.96 203.75}	14	109
C1	C	{33, 68, 83, 102}	{47.89 96.43 144.79 198.36}	27	1163
C2	C	{78, 105, 163, 220}	{51.66 103.68 153.39 204.67}	27	1289
C3	C	{55, 83, 117, 145}	{47.89 96.43 144.79 198.36}	34	1571
C4	C	{54, 72, 108, 163}	{47.89 96.43 144.79 198.36}	31	1423

以上实验数据表明，选取不同的初始聚类中心，K-均值聚类算法所需要的迭代循环次数不同，从而导致系统时间开销差异较大。当待聚类数据量较大(如100000个数据)时，系统时间开销的差距明显增大，此时，初始聚类中心严重影响着聚类收敛速度和聚类精度。显然，若采纳随机选取初始聚类中心策略，结合K-均值聚类算法实施分形图像压缩编码，则必将进一步降低聚类收敛速度和聚类精度。因此，非常有必要给出一种自适应的初始聚类中心选取方法，以有效提高分形压缩编码效率。

4 基于改进K-均值聚类的快速分形图像编码

4.1 基于均值-标准差的初始聚类中心选取

由K-均值聚类算法工作过程知：如能将初始聚类中心选取在数据分布密集区域中心，则其周围数据将很容易被划分到最近的类中，聚类收敛速度将加快，所需迭代次数将减少。显然，结合数据分布特点选取初始聚类中心非常重要。

而要全面分析所有数据分布情况，并计算其分布密度，则必将大大增加系统时间开销。由数据的随机分布特点知，聚类数据应主要分布在所有数据的均值附近。另外，标准差也是评价数据分布的重要指标之一。为此，本文将给出一种基于均值-标准差的初始聚类中心选取方法。

假设所有数据的均值为μ，标准差为σ，则数据应主要分布在$(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$之间。假设聚类数目为N，于是我们可以选择初始聚类中心为$(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$之间的N个等分点进行聚类。设第i类的初始聚类中心为m_i，则有

$$m_i=(\mu-\sigma)+\frac{2\sigma_i}{N},i=1,\cdots,N$$

如果参与聚类的是多维数据(如d维)，则每个聚类初始聚类中心的各个向量为$(\mu_l-\sigma_l,\mu_l+\sigma_l)$之间的$N$个等分点，设第$i$类初始聚类中心值为$\{mi1,m_{i2},\cdots,m_{id}\}$，则有

$$m_{il}=(\mu_l-\sigma_l)+\frac{2\sigma_l^i}{N},i=1,\cdots,N;l=1,\cdots,d$$

为了检验基于均值-标准差的初始聚类中心选取方案的有效性，我们重新利用K-均值聚类算法对前面数据进行聚类实验。实验中，仍假设聚类数目为4，聚类收敛系数为0，则K-均值聚类算法收敛时所需的迭代次数和时间参见表3。

表3 聚类时间比较

测试号	数据编号	初始聚类中心	迭代后聚类中心	迭代次数	时间(ms)
A5	A	{70.45, 107.37, 144.26, 181.75}	{49.22, 101.58, 150.86, 202.17}	12	13
B5	B	{71.68, 108.53, 144.86, 182.42}	{50.38, 99.67, 148.96, 203.75}	13	104
C5	C	{72.47, 109.15, 145.69, 182.95}	{48.27, 95.83, 145.35, 197.13}	13	589

由表2和表3可以看出，利用基于均值-标准差的初始聚类中心选取方案，可以有效减少K-均值聚类算法的迭代次数，加快其聚类收敛速度。显然，将基于改进初始聚类中心选取策略的K-均值聚类算法应用于分形图像压缩编码，必将大幅度提高压缩编码速度。

此外，解码图像质量是评价分形图像压缩编码性能的另一重要指标。应用K-均值聚类方法进行分形图像压缩，影响解码图像质量的因素除了聚类数目以外，分类的合理性(即聚类精度)也是重要因素。判断分类精度的指标是各聚类中心间的距离和聚类内部标准差。类间距离反映了各类间的离散程度，类内标准差反映了各类内部的聚合程度，类间距离越大，类内标准差越小，则说明所得的分类结果越好，各类聚合度越高。相应地，子块在对应的同类父块中找到最优匹配块的机会越高，相似误差更小。表4描述了对C组数据，选择不同初始聚类中心，设定收敛系数相同的条件下，各聚类最终的聚合程度。可以看出，采纳基于均值-标准差的初始聚类中心选取方案，不仅可以大幅度提高聚类收敛速度，而且各聚类能够获得更为平均的聚合程度。

表4 聚类精度比较

测试号	数据编号	聚类结果(各聚类内部标准差)	时间(ms)
C1	C	{15.86,15.29,14.13,13.89}	1163
C2	C	{15.16, 14.43, 15.62, 14.75}	1289
C3	C	{14.74, 15.07, 13.78, 15.25}	1571
C4	C	{13.94, 14.17, 15.78, 14.35}	1423
C5	C	{14.71, 14.73, 14.46, 14.39}	589

4.2 基于改进K-均值聚类的快速分形图像编码

结合均值-标准差初始聚类中心选取方案，本文提出了如下新的K-均值聚类快速分形图像编码算法，其具体工作步骤如下：

(1)将原始图像划分成子块和父块，并对父块进行四邻域像素值平均。

(2)对所有子块按照均值-标准差方案选取初始聚类中心，并进行K-均值聚类，同时记录迭代后产生的新聚类中心，参见4.1节。

(3)将子块迭代后产生的聚类中心选取为父块的初始聚类中心，对父块进行K-均值聚类。

(4)将每个子块与其同一类中的父块进行匹配搜索，并根据如下公式得到分形码s和o，完成编码过程。

$$s=\frac{\langle R-\overline{R}I,D-\overline{D}I\rangle}{n\cdot var(D)},o=\overline{R}-s\cdot\overline{D}$$

需要说明的是，在实际应用过程中，由于分形码s未必满足约束$|s|<1$，故需要进行截断处理。综合考虑压缩比与图像质量，参数s和o分别按5bit和7bit量化可得到最佳效果。因此，本文采纳了如下截断方案：若$s>1$，取$s=31/32$，若$s<0$，取$s=0$；若$o>127$，则取$o=127$，若$o<0$，则取$o=0$。

5 实验结果与讨论

为了验证本文图像压缩编码算法的高效性，以下在IBM ThinkPad(700MHz CPU/128M内存)计算机上，以256×256×8bit标准灰度图像Lena、Peppers和Fishing Boat为例进行了系统测试，并与传统分形编码算法[1]、K-均值聚类分形编码算法[8]进行了对比。实验中，子块大小选取为4×4，父块大小选取为8×8，步长τ分别选取为4和8，聚类数目选取为4，参数s和o分别按5bit和7bit量化。表5和表6给出了相应的对比实验结果。图1、图2分别给出了3种算法的重构图像效果。

表 5 三种分形压缩编码方法的性能对比（$\tau=4$）

编码方法	Lena		Peppers		Fishing Boat	
	编码时间(s)	PSNR(dB)	编码时间(s)	PSNR(dB)	编码时间(s)	PSNR(dB)
Jacquin 算法[1]	273.8	32.09	327.6	30.84	307.9	31.85
K-均值聚类算法[8]	101.6	30.84	138.7	29.18	116.3	30.76
本文算法	62.5	30.45	77.8	29.34	70.4	30.82

表 6 三种分形压缩编码方法的性能对比（$\tau=8$）

编码方法	Lena		Peppers		Fishing Boat	
	编码时间(s)	PSNR(db)	编码时间(s)	PSNR(db)	编码时间(s)	PSNR(db)
Jacquin 算法[1]	107.6	30.66	123.4	29.14	116.2	30.15
K-均值聚类算法[8]	35.5	29.52	56.3	27.82	48.6	28.76
本文算法	24.8	29.71	29.6	27.64	28.8	28.79

(a) Jacquin 算法[1] 重构图像　(c) K-均值聚类算法[8]重构图像　(d)本文算法重构图像

图 1　$\tau=4$ 时各算法重构图像(Lena)

(a) Jacquin 算法[1]重构图像　(b) K-均值聚类算法[8]重构图像　(c)本文算法重构图像

图 2　$\tau=8$ 时各算法重构图像(Lena)

以上实验数据表明：(1)与传统分形编码算法相比，本文算法的解码图像质量略有降低，但编码速度得到大幅度提高(4倍以上)；(2)同 K-均值聚类分形编码方法相比，不仅本文算法的解码图像质量有所改善，而且编码速度也明显提高；(3)与 K-均值聚类分形编码算法相比，本文算法的工作性能更加稳定(原 K-均值聚类分形编码算法的时间改进在 2.3 到 2.7 倍之间浮动，而本文算法的编码时间改进均在 4.3 倍左右)。

结束语　编码时间过长是现有分形图像压缩编码领域普遍存在的问题，也是目前国际学术界的研究热点之一。本文以 K-均值聚类理论为基础，给出了基于均值-标准差的初始聚类中心选取新方案，并据此提出了一种新的快速分形图像编码算法。实验结果表明，本文算法是一种高效的图像压缩方法，不仅其压缩效果明显优于传统 K-均值聚类分形图像压缩方案，而且其编码速度得到了明显提高。同时，该算法还具有较强的稳定性与适应性。

参 考 文 献

1 Jacquin A E. A novel fractal Block Coding technique for digital image [A]. In: Proceedings of ICASSP IEEE International conference on ASSP [C]. Albuquerque, New Mexico, USA, Apr. 1990. 2225～2228

2 Jacquin A E. Fractal image coding: A review [J]. Proceeding of the IEEE, 1993, 81(10): 1451～1465

3 Wohlberg B, Jager G. A review of the fractal image coding literature [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, 8(12): 1716～1729

4 He C, Yang S X, Huang X. Novel progressive decoding method for fractal image compression [J]. IEEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing, 2004, 151(3): 207～213

5 He C, Yang S X, Huang X. Variance-based accelerating scheme for fractal image encoding [J]. IEE Electronics Letters, 2004, 40(2): 115～116

6 Trieu kien T, Jyh horng J, Reed I S, et al. A fast encoding algorithm for fractal image compression using DCT inner product [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(4): 529～535

7 陈作平，叶正麟. 结合 K-均值聚类和 KD-Tree 搜索的快速分形编码方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报，2006，18(7)：965～970

8 姜政，江铭炎. 一种基于 K-均值聚类优化的快速分形[J]. 山东大学学报(工学版)，2006，36(3)：22～25

9 Pena J, Lozano J, Larranaga P. An empirical comparison of four initialization methods for the K-Means algorithm [J]. Pattern Recognition Letters, 1999, 20(10): 1027～1040