

一类节点与弧的容量均有限制的随机流量网络可靠度的计算^{*}

孙伟平 周敬利 余胜生

(华中科技大学计算机学院 武汉 430074)

摘 要 现实生活中的许多系统常可以用节点与弧的容量均有限制的随机流量模型来描述。给定要求 d , 这种网络的可靠度定义为最大流不小于 d 的概率。通过系统扩展, 提出了两个简单的算法以找出系统的最大下界向量和最小上界向量, 从而进一步计算出系统系统的可靠度。可以看到, 通过这种系统扩展, 许多已有的算法都可应用到这类比较复杂的系统中去。

关键词 随机流量网络, 可靠度, MPs, MCs

On Reliability Evaluation of a Stochastic-Flow Network with Node Failure

SUN Wei-Ping ZHOU Jing-Li YU Sheng-Sheng

(Department of Computer Science, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract A stochastic-flow network where arcs as well as nodes have certain probability of failure is used to describe real world systems. Very few techniques exist for reliability evaluation for such a system. In terms of system enlargement, two simple algorithms are presented to find out all maximum bounder vectors or minimal bounder vectors of such a system respectively, then system's reliability can be calculated. It's shown that by this approach it possible to extend the existing algorithms developed for traditonal networks to this kind of networks with little effort.

Keywords Stochastic-flow network, Reliability, MPs, MCs

1 引言

网络的可靠度是网络性能的一个重要指标, 可靠性分析一直是各研究者研究的热点问题^[1~11]。根据网络或其组成部分的状态的多少, 网络可分为二态(binary state)网络和多态(multi-state)网络。

- 二态(binary state)网络是指网络或网络的每个元素(节点或弧)只有两种状态: 好/坏。网络的每条弧的容量的取值或为 0, 或为某一正整数。

- 有的网络的组成部分具有多种状态或容量, 比如计算机网络, 电信网络, 电力传输与发布网络, 运输网络等等。在某些情况下, 除了考虑网络状态的好与坏, 还要研究不同的性能指标。这种网络我们称为多态网络。在本文中, 又称为随机流量网络。

近些年来, 对有着广泛应用的随机流量网络的可靠度的研究越来越多。其中, 文[6]定义了水平为 d 的最小上界向量和最大下界向量。Xue^[7]通过离散函数理论, 模分解, 系统扩展等方法, 提出算法以找到系统所有的水平为 d 的最小上界向量和最大下界向量, 从而进一步计算出系统的可靠度。Xue 的算法中有些步骤是多余的。Jane 等人^[8]利用 MCs 得到了一个较 Xue 的算法更简单的算法, 找到随机流量网络的所有水平为 d 的最大下界向量。Lin^[9]发现可以用比较法替换文[8]的算法中较复杂的一个步骤, 使得算法进一步简化。文[10]则基于 MPs 得到了类似的结果。

以上列举的文献研究的都是传统的网络模型, 即只有网络的弧的容量限定。但是实际的网络, 比如有的计算机网络, 其节点代表网关, 网关在一定时间内允许的流量是有限的, 而

且可能失效。讨论了这类网络的可靠度问题同样重要。Aggarwal^[5]对二态系统中节点与弧的容量均有限定的情况进行了研究。他的解决方法是基于概念“The failure of a node implies the failure of linds incideng from it”的, 对随机流网络并不适用。本文的目的就是将网络扩展为节点与弧的容量均限定的情况, 分别基于 MCs 和 MPs 研究系数的两个重要指标: 水平为 d 的最大下界和最小上界, 从而进一步计算出系统的水平为 d 的可靠度。

2 随机流量网络的可靠度模型

设 $G=(N, A, M)$ 是从源 s 到汇 t 的一个随机流量网络, 其中 $N=\{a_i | 1 \leq i \leq n\}$ 的节点集, $A=\{a_i | n+1 \leq i \leq n+p\}$ 为弧集。 $M=(M^1, M^2, \dots, M^{n+p})$, M^i 为组元(节点或弧) a_i 的最大容量, $i=1, 2, \dots, n$ 。

本文中假设 G 还满足:

1. 每个组元 a_i 的容量 x_i 为整数, 其分布已知, $0 \leq x_i \leq M^i$ 。
2. 不同组元的容量在概率上是独立的。
3. 网络 G 满足 flow-conservation law。

记 $X=(x_1, x_2, \dots, x_{n+p})$ 为系统的(当前)容量向量, 其中 x_i 为组元 a_i 的(当前)容量。记 $V(X)$ 为容量向量为 X 时的最大流。给定 d , 系统的可靠度 R_d 定义为最大流不小于 d 的概率, 即 $R_d = Pr\{X | V(X) \geq d\}$ 。

为论述方便, 引入下列定义与记号:

向量 $X \geq Y$: 如果 $x_i \geq y_i, \forall 1 \leq i \leq n+p$ 。向量 $X > Y$: 如果 $X \geq Y$, 而且 $\exists i, s. t. x_i > y_i$ 。水平为 j 的上界: 给定单调增加函数 $f(X)$, 如果存在 $a \in X$, 使得 $f(a) \geq j$, 则称 a 为水平为 j 的

^{*} 本项目受国防预研基金资助。孙伟平 博士后, 主要研究方向为存储网络及网络性能分析等。

一个上界。水平为 j 的最小上界:若 a 为水平为 j 的一个上界,且 $\forall b < a, f(b) < j$, 则称 a 为水平为 j 的一个最小上界。类似地,可以得到水平为 j 的下界和最大下界的定义。最小上界相当于最小路径(Minimal Paths)的概念,最大下界相当于最小割(Minimal Cuts)的概念。

3 系统扩展

设网络 $G=(N, A)$ 的节点由 $1, 2, \dots, n$ 标记,其容量为 $c(i, j)$;弧 (i, j) 的容量为 $c(i, j)$ 。网络 $G^*=(N^*, A^*)$ 是按下述规则由网络 $G=(N, A)$ 导出:对每个 $i \in N$, 相应地有 $i'', i' \in N^*$, 如果弧 $(i, j) \in A$, 则 $(i'', j'') \in A^*$ 。此外,对每个 $i \in N$, 有弧 $(i'', i') \in A^*$ 。 G^* 中的弧的容量这样定义: $c^*(i'', j'') = c(i, j)$, 若 $(i, j) \in A$; $c^*(i'', i') = c(i)$ 。这样, G 中从 s 到 t 的流就等价于 G^* 中从 s'' 到 t' 的流^[12]。

4 算法

系统可靠度

$$R_d = \Pr\{X | V(X) \geq d\}$$

$$= \Pr\{X | X \geq X', X' \text{ 为水平为 } d \text{ 的最小上界}\}$$

$$R_d = \Pr\{X | V(X) \geq d\}$$

$$= 1 - \Pr\{X | V(X) \leq d-1\}$$

$$= 1 - \Pr\{X \leq X' | X' \text{ 为水平为 } d-1 \text{ 的最大下界}\}$$

因而只要找到系统的所有水平为 d 的最小上界或最大下界就可以计算出系统的可靠度。

在本节我们将分别基于广义不连通集和 MPs 得到两个算法,找到系统的所有水平为 d 的最大下界和最小上界。

4.1 基于广义不连通集的算法

定义 1 设 V_1, V_2 是有向图 G 中节点集的两个不相交子集,从 V_1 到 V_2 的广义不连通集是 G 中由某些节点和弧组成的这样一个集合:从 V_1 到 V_2 的每条有向路径中至少有一个节点或一条弧属于这个集合。对广义不连通集 ρ , 定义其容量为: $c(\rho) = \sum \{x_i | a_i \in \rho\}$ 。

由定义知,从 s 到 t 的广义不连通集对应于扩展后的网络的 $s-t$ 割。

定义 2 设 K 为从 V_1 到 V_2 的广义不连通集,如果 K 的任一真子集都不是从 V_1 到 V_2 的广义不连通集,那么 K 称为从 V_1 到 V_2 的最小广义不连通集。

由定义知,从 s 到 t 的最小广义不连通集对应于扩展后的最小 $s-t$ 割。类似于最大流最小割定理,有如下的定理^[12]。

定理 1 在一个对节点与弧的容量均有限定的网络中,从 s 到 t 的最大流等于从 s 到 t 的最小广义不连通集的容量。

这样由 Lin^[9]我们直接得到以下结论:

引理 1 若 X 是 G 的水平为 d 的一个最大下界,则存在从 s 到 t 的最小广义不连通集 $K_r = \{a_{r1}, a_{r2}, \dots, a_{rn_r}\}$,使得下列三个条件成立:

$$x_{r1} + x_{r2} + \dots + x_{rn_r} = d \quad (1)$$

$$(x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rn_r}) \leq (M^1, M^2, \dots, M^{n_r}) \quad (2)$$

$$x_i = M^i, \forall a_i \in K_r \quad (3)$$

对从 s 到 t 的任一最小广义不连通集 K_r , 由上述(1)(2)(3)式产生的容量向量 X 称为是由 K_r 生成的。这样得到的 X 的全体记为 ω_d 。记 $\omega_{d, \max} = \{X \in \omega_d | \forall Y \in \omega_d, Y \text{ 不大于 } X\}$ 。则有

定理 2 $\omega_{d, \max}$ 即网络 G 的所有水平为 d 的最大下界的集合。

由定理 2, 得到如下算法找到网络 G 的所有水平为 d 的最大下界:

Step 1 确定系统所有的从 s 到 t 的最小广义不连通集 $\{K_1, K_2, \dots, K_m\}$ 。

Step 2 由约束条件(1)(2)(3)求出 ω_d 。

Step 3 设由上一步得到的 $\omega_d = \{X^1, X^2, \dots, X^q\}$, 由比较法得到 $\omega_{d, \max}$:

3. 1) $I = \emptyset$

3. 2) FOR $i = 1$ TO q and $i \in I$

3. 3) FOR $j = i + 1$ TO q and $j \in I$

3. 4) IF $X' < X^j$ THEN X' is not in $\omega_{d, \max}$. $I = I \cup \{i\}$ and goto step 3. 7).

ELSEIF $X' \geq X^j$ THEN X' is not in $\omega_{d, \max}$. $I = I \cup \{j\}$.

3. 5) $j = j + 1$

3. 6) X' is in $\omega_{d, \max}$

3. 7) $i = i + 1$

3. 8) END.

4.2 基于 MPs 的算法

对于节点与弧的容量均限定的网络,我们重新定义 MP (Minimal Path):

定义 3 设 K 是图 $G=(N, A)$ 的一些节点与弧组成的集合,如果 K 满足:

1. K 是从 s 到 t 的一条有向路径;

2. K 的任一真子集都不是从 s 到 t 的路径。

则称 K 为从 s 到 t 的一个 MP。

设系统从 s 到 t 的 MPs 为 $K_1, K_2, \dots, K_m$ 。记流向量 $F = (f_1, f_2, \dots, f_m)$, 其中 f_i 为 MP K_i 上的当前流, MP K_i 的最大容量 $L_i = \min\{M^i | a_i \in K_i\}$ 。 F 为 $M(X)$ 下的可行流, 如果 $\sum_{j=1}^m \{f_j | a_i \in K_j\} \leq M^i(x_i)$

定义 $V(X) = \max\{\sum_{j=1}^m f_j | F \text{ 为 } X \text{ 下的可行流}\}$ 。

给定 d , 称系统状态 X 为一个 d -MP, 如果

1. $V(X) \geq d$; 2. $\forall Y < X, V(Y) < d$ 。

记 $F = \{F = (f_1, f_2, \dots, f_m) | \sum_{j=1}^m \{f_j | a_i \in K_j\} \leq x_i, \text{ 且 } \sum_{j=1}^m f_j = d\}$ 。

与传统的 MP 的概念相比, 这个定义把节点也加到集合中去了。而且, 我们还可以看到, 这样定义的 MP 就是将按照第 3 节的规则扩展后的新系统的传统的 MP (即只是弧的集合)。这样就可以直接利用文[10]的结论:

定理 3 如果系统状态 X 为一个 d -MP, 则 $\exists F \in F$, 使得

$$x_i = \sum_{j=1}^m \{f_j | a_i \in K_j\}, i = 1, 2, \dots, n+p$$

$\forall F \in F$, 记由(4)式生成的 X 为 X_F , 记

$$\Omega_d = \{X_F | F \in F\},$$

$$\Omega_{d, \min} = \{X | X \in \Omega_d, \text{ 且 } \forall Y \in \Omega_d, Y \neq A, Y \text{ 不小于 } X\}$$

类似于定理 2, 有

定理 4 $\Omega_{d, \min} = \{d\text{-MPs}\}$

由此得到算法找到系统的所有水平为 d 的最小上界:

Step 1 确定系统所有的 MPs $= \{K_1, K_2, \dots, K_m\}$ 。再由

$$\sum_{j=1}^m \{f_j | a_i \in K_j\} \leq M^i$$

$$\sum_{j=1}^m f_j = d$$

求 M 下的所有可行流 F 。

Step 2 由上一步得到的所有 F 按(4)生成 Ω_d 。

Step 3 设由上一步得到的 $\Omega_d = \{X^1, X^2, \dots, X^q\}$, 由比较法求 $\Omega_{d, \min}$:

3. 1) $I = \emptyset$

3. 2) FOR $i = 1$ TO q and $i \in I$

3. 3) FOR $j = i + 1$ TO q and $j \in I$

3. 4) IF $X' < X^j$ THEN X' is not a d -MP. $I = I \cup \{i\}$ and goto step 3. 7)

ELSEIF $X' \geq X^j$ THEN X' is not a d -MP. $I = I \cup \{j\}$.

3. 5) $j = j + 1$

3. 6) X' is a d -MP.

(下转第 50 页)

面中的相应链接,产生对应的移动 Agent,携带用户的购物请求移动到其他 Web 服务器上查询,然后返回结果,最后将所有结果以 Web 页面形式返回给用户。通过在 Web 服务器上安装 AM(Agent 中间件)和 AE(Agent 环境)构成一个电子商务平台,利用数据库存储商品信息。在设计原型系统中,数据库采用 Access,Agent 环境采用 IBM 的 Aglets,它是第一个采用 Java 开发的移动 Agent 系统。可以和基于 Java 的 Servlet 进行无缝集成。HttpServlet 类通过扩展 GenericServlet 基类执行 Servlet 接口,提供了处理 HTTP 协议的功能。利用 Aglet 开发包来产生移动 Agent。

4.2 信息搜索和过滤程序

用户通过 Web 浏览器发送搜索请求,Agent 中间件产生移动 Agent 并将该移动 Agent 移动到相应的 Web 站点上,获取其中可用的信息。只有那些被 Web 服务器标记为可用的文件和资源才能被获取,其它的文件和资源是不能获取的。这恰好体现了 AM 的安全性。

5 结论以及将来的工作

采用中间件的方式具有以下优越性:

- 可以大大降低开发应用程序的难度,使设计者得以将精力集中于所要开发应用上来。
- 便于实现系统的扩展和结构的动态变化,使得将来可以动态地增加、扩展服务,而不必重新修改整个系统。
- 可以加速移动 Agent 的应用,因为所有的 Agent 环境安装在服务器端,使用户摆脱了传统移动 Agent 应用中客户端复杂的安装和配置。
- 易于部署,不需要修改 Web 服务器,提高了可用性。

本文提出了一个集成移动 Agent 和 Web 服务器的框架模型,并借此设计了两个原型系统,其性能还有待更多的系统来检验。在 3.3 节中提出的问题还需要我们进一步努力解决。目前该模型离实用化和商业化还有一定的距离,需要我们进

一步完善。另外该模型尽管使用户摆脱了传统移动 Agent 系统复杂的安装和配置,但也带来了移动 Agent 无法直接和用户交互的问题。我们下一步的工作除了解决以上问题外,希望在这个框架的基础上建立一个与 Agent 环境无关的 Agent 中间件,实现异构 Agent 之间的互操作。

参考文献

- 1 何炎祥,陈萃萌. Agent 和多 Agent 系统的设计与应用. 武汉大学出版社,2001
- 2 Dharap C, Freeman M. Information Agents for Automated Browsing. In: Proc of the ACM CIKM '96, Rockville, USA, 1996
- 3 Theilmann W, Rothermel K. Domain Experts for Information Retrieval in the World Wide Web. In: Proc. 2nd Internet Workshop on Cooperative Informative Agents (CIA'98), 1998
- 4 Baumann J, Hohl F, Rothermel K, Strasser M. Mole - Concepts of a Mobile Agent System. in the World Wide Web Journal, 1998, 1 (4)
- 5 Oth V, Jalali M, Hartmann R, Oland C. An Application of Mobile Agents as Personal Assistants in Electronic Commerce. In: Proc. 5th Conf. on the Practical Application of Intelligent Agents and Multi- Agents (PAAM '2000), Manchester, UK, April 2000
- 6 Fünfroeken S. How to Integrate Mobile Agents into Web Servers. In: Proc. IEEE ICE '97 Workshop on Collaborative Agents in Distributed Web Applications, Boston USA, June 1997
- 7 Neumann G. High-level Design and Architecture of an HTTP-Based Infrastructure for Web Applications. in the World Wide Web Journal, 2000, 3(1)
- 8 Marques P, Fonseca R, Simões P, Silva L, Silva J. A Component-Based Approach for Integrating Mobile Agent Into the Existing Web Infrastructure. In: Proc. of the 2002 Symposium on Applications and the Internet (SAINT'02)
- 9 Marques P, Simões P, Silva L, Boavida F, Gabriel J. Providing Applications with Mobile Agent Technology. In: internet Proc. 4th IEEE Intl. Conf. on Open Architectures and Network Programming (OpenArch '01), Anchorage, Alaska, April 2001. 2nd Internet Workshop on Cooperative Informative Agents (CIA'98), 1998
- 10 Aglets Software Development Kit. <http://www.trl.ibm.co.jp/aglets>
- 11 张云勇. 移动 agent 及其应用. 清华大学出版社, 2002

(上接第 31 页)

3.7) $i=i+1$
3.8) END.

可以看到,我们上面的结果就是 Liu^[1]的主要内容。由于我们采用了系统扩展的方法将允许节点失效的情况转化为普通的只考虑弧的容量的网络,使得我们可以直接利用已有文献的结果,从而使问题简化了。

4.3 可靠度的计算

由可靠度的计算公式,如果系统各个组元上的流的概率分布已知,系统的水平为 d 的最小上界或最大下界已求出,那么利用 inclusion-exclusion 等方法就能计算出系统的可靠度了。

例如,假设系统有 r 个 d -MPs: $X^1, X^2, \dots, X^r$ 。令 $B_i = \{X | X \geq X^i\}$, $i=1, 2, \dots, n+q$, 则

$$R_d = \Pr\{B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_r\}$$

注意到, $\Pr\{Y \geq X\} = \Pr\{y_1 \geq x_1\} \times \Pr\{y_2 \geq x_2\} \times \dots \times \Pr\{y_{n+1} \geq x_{n+1}\}$ 。

结论 本文在随机流网络的可靠度问题的数学模型的基础上,利用扩展系统的方法,将一些已有的计算随机流网络的可靠度的算法推广到节点与弧的容量均有限定的情况。可以看到,MPs, MCs 是解决这类问题的简单而有效的方法。但是这些方法也有局限性,如上面提到的,算法的前提是系统的所有 MPs, MCs 已知。而求解系统的 MPs, MCs 是 NP-难的。

参考文献

- 1 Doulliez P, Jamoulle J. Transportation Networks with Random Arc Capacities. RAIRO, Recherche Operationnelle, (Operations Research), 1972, 3: 45~60
- 2 Evans J R. Maximum Flow in Probabilistic Graphs-the Discrete Case. Networks, 1976, 6: 161~183
- 3 Fishman G S. Monte Carlo Estimation of the Maximum Flow Distribution with Discrete Stochastic Arc Capacity Levels. Naval Research Logistics Quarterly, 1989, 36: 829~849
- 4 Clancy D P, Gross G, Wu F F. Probabilistic Flows for Reliability Evaluation of Multiarea Power System Interconnections. Electrical Power and Energy Systems, 1983, 5: 100~114
- 5 Aggarwal K K, Gupta J S, Misbra K B. A simple Method for Reliability Evaluation of a Communication System. IEEE Trans. Communications, 1975, COM-23: 563~566
- 6 Block H W, Savits T H. A Decomposition for Multistate Monotone Systems. J. Appl. Prob., 1982, 19: 391~402
- 7 Xue J. On Multistate System Analysis. IEEE Trans. Reliability, 1985, R-34: 329~337
- 8 Jane C C, Lin J S, Yuan J. Reliability Evaluation of a Limited-Flow Network in Terms of Minimal Cuts. IEEE Trans. Reliability, 1993, 42(3): 354~361
- 9 Lin Y K. On Reliability Evaluation of a Stochastic-Flow Network in Terms of Minimal Cuts. J. Chinese Institute of Industrial Engineers, 2001, 18(3): 49~54
- 10 Lin J S, Jane C C, Yuan J. On Reliability Evaluation of a Capacitated-Flow Network in Terms of Minimal Pathsets. Network, 1995, 25: 131~138
- 11 Lin Y K. A Simple Algorithm for Reliability Evaluation of a Stochastic-Flow Network with Node Failure. Computers & Operations Research, 2001, 28: 1277~1285
- 12 吴哲辉, 刘昌孝译, (美)陈惠开著. 网论-网络流. 北京: 人民邮电出版社, 1992