

# 基于改进人工势场法的机器人避障及路径规划研究

徐 飞

(西安工业大学计算机科学与工程学院 西安 710021)

**摘 要** 在不确定和复杂的移动环境中,利用传统的人工势场法进行机器人避障很难满足对环境动态适应性的需要。提出了一种相对速度的改进的人工势场法,针对于传统的路径规划中局部最小值问题,提出设置中间目标点的方法,给机器人一个外力以避免其在局部最小点处停止或者徘徊,确保机器人能够逃出最小值陷阱并顺利到达目标位置。最后在 Matlab 平台上进行了仿真实验,实验结果表明,改进后的人工势场法能较好地实现动态环境下移动机器人的路径规划。

**关键词** 人工势场法,避障,中间目标点,路径规划

**中图分类号** TP391.9      **文献标识码** A      **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.12.054

## Research on Robot Obstacle Avoidance and Path Planning Based on Improved Artificial Potential Field Method

XU Fei

(College of Computer Science and Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

**Abstract** In uncertain and complicated mobile environment, the use of traditional artificial potential field method for robot obstacle avoidance is difficult to meet the needs of the dynamic adaptation to the environment. An improved artificial potential field method of relative speed was proposed. To solve the problem of local minimum in the traditional path planning, the improved artificial potential field method put forward setting intermediate target. An external force is given to the robot to avoid robots stopping or wandering in a local minimum point. It ensures that the robot can escape from the minimum trap and smoothly arrive at the target location. Finally, in the Matlab platform, to verify the effectiveness of the method, simulation experiment was carried out. The experimental results show that the improved artificial potential field method can well realize the path planning for mobile robot in dynamic environment.

**Keywords** Artificial potential field method, Obstacle avoidance, Intermediate target, Path planning

## 1 引言

路径规划是机器人研究领域的一个重要分支,该问题要求在一种有障碍物的工作环境中,根据传感器及其给予的指令,按照某些指标要求,搜索一条能安全绕过所有障碍物的从起始点到目标点的最优或次优无碰路径<sup>[1-3]</sup>。常见的路径规划方法有人工势场法、模糊逻辑算法、遗传算法等。人工势场法是一种虚拟力法,结构简单,便于底层的实时控制,规划出的路径一般比较平滑且安全,在实时避障和平滑轨迹控制等方面得到了广泛应用<sup>[4,5]</sup>。

人工势场法的原理是将环境虚拟表示成目标点的引力场和障碍物的斥力场的叠加,移动机器人在斥力和引力的合力作用下从势场高点向势场低点移动,完成路径规划。但是,人工势场法存在局部最小点问题。目前国内外学者做了大量的研究,刘满禄等<sup>[6]</sup>将机器人在道路上的运动模拟带电粒子在匀强电场中的运动规律来实现机器人路径规划;鲁新军等<sup>[7]</sup>采用虚拟水流法来解决人工势场法的局部极小点问题;程拥强等<sup>[8]</sup>提出极限环法,希望机器人能以圆弧状轨迹环绕过障碍物来达到避障的目的;Mabrouk 等<sup>[9]</sup>引入内部主体状态来解决传统人工势场法的局部极小点问题。这些方法在实施过

程中缓解了局部最小问题,但都存在一定的缺陷。其中极限环法存在规划速度慢的问题;虚拟水流法对解决已知环境下的局部极小点问题有一定的效果,但算法效率不高。文勇等<sup>[10]</sup>利用新型势场法中的沿墙跟踪算法解决局部极小值问题;王萌等<sup>[11]</sup>对势场函数做了改进,提出了改进斥力势场函数法,新的斥力势场函数把机器人与目标之间的相对距离也考虑进去,从而使目标点为整个势场的全局最小点。

传统的人工势场法无法满足动态环境的需要,且存在局部极小点问题,针对这些问题,本文提出了一种相对速度的人工势场法,在改进的人工势场函数的基础上,对速度因素进行考虑,并且在移动机器人陷入局部极小点时,通过增加虚拟中间目标点使机器人在当前位置受中间目标点、目标点和障碍物的合力不为零,从而成功逃脱局部极小点。最后对算法进行仿真,结果表明,本文采用的方法能有效地使机器人快速绕过障碍物,顺利到达目标点,完成路径规划。

## 2 人工势场法

人工势场法是由 Khatib 在 1986 年提出的,其思想是通过障碍物的斥力场和目标位置的引力场共同作用形成一个虚拟的人工势场,再搜索一条势函数下降的方向,通过这种方式

到稿日期:2015-11-24 返修日期:2016-03-28 本文受国家自然科学基金(61572392),陕西省教育厅科学研究计划项目(15JK1364),西安工业大学校长基金(XAGDXJJ1217)资助。

徐 飞(1980-),男,副教授,主要研究方向为计算机软件设计、信息融合等,E-mail:29112462@qq.com。

来寻找一条无碰撞的最优路径。实现该思想的具体方法是在机器人运动的环境中首先创建一个势场,记为 $U$ ,这个势场分为两个部分:1)由目标位置产生的引力场,它的方向指向目标位置(Goal);2)由障碍物产生的斥力场,方向背离障碍物(Obstacle)。整个势能 $U$ 是引力部分和斥力部分势能的叠加。移动机器人在势场合力的作用下,绕开它运动线路上的障碍物,向目标移动。

### 2.1 引力函数

人工势场中的函数与距离有一定关系,引力函数受移动机器人与目标点之间距离的影响,当目标点与移动机器人的距离增大时,其所受的势能增大;当目标点与机器人的距离越近时,其所受的势能越小。当机器人势能为零时,表明机器人到达目标点位置。

引力势场表示为:

$$U_a(x) = a_0 |X - X_h|^m \quad (1)$$

其中, $X$ 和 $X_h$ 分别表示机器人和目标点在 $t$ 时刻所处的位置, $|X - X_h|$ 表示 $t$ 时刻机器人与目标点的直线距离, $a_0$ 与 $m$ 为可调的参数。

相应地,用引力势场函数的负梯度来表示机器人受到的引力:

$$F_a(x) = -\nabla U_a(X) \quad (2)$$

### 2.2 斥力势函数

在一个势场中,障碍物所形成的势场会对机器人产生排斥作用,且它们之间距离越近,障碍物对机器人的排斥作用越强烈,反之则会越小。这种势场的原理与电势场具有相似之处,都与其之间的距离成反比。所以将斥力势场定义为:

$$U_o(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} k_o [\frac{1}{d} - \frac{1}{d_o}]^2, & d \leq d_o \\ 0, & d \geq d_o \end{cases} \quad (3)$$

其中, $k_o$ 为斥力场中的一个可调参数, $d$ 为机器人与障碍物之间的距离且 $d = |X - X_o|$ , $X_o$ 为障碍物当前位置, $X$ 代表机器人目前所在的位置, $d_o$ 为常数,表示障碍物对机器人产生作用的最大范围,超过该范围时就不会产生影响,其值由障碍物、机器人和目标点的具体情况而定。

机器人受到的斥力为:

$$F_o(x) = -\nabla U_o(X) \quad (4)$$

总势能表达式为:

$$U = U_o(X) + U_a(X) \quad (5)$$

机器人受到的合力为:

$$F = F_o(x) + F_a(X) \quad (6)$$

移动机器人受力示意图如图1所示。

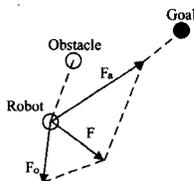


图1 移动机器人受力示意图

## 3 改进的人工势场法

### 3.1 相对速度的人工势场法

传统人工势场法将所有障碍物对机器人的影响都加以考虑,但在实际避障路径规划中有些障碍物对机器人的路径规划将不产生影响,比如当障碍物与机器人的运动方向相反时,这时障碍物对机器人是没有阻碍的,因此传统的方法中多考

虑了些不必要的避障。为解决这类问题,本文引入一种基于相对速度的人工势场法,其能有效排除对机器人路径规划影响很小的障碍物。这样不仅降低了计算量,还提高了机器人路径规划的效率。引入相对速度后,机器人的斥力将受移动机器人和障碍物距离的影响和机器人速度和障碍物速度的影响,机器人与障碍物之间的斥力函数也随之会改变。

机器人与障碍物之间的相对速度势场为:

$$U_{ov}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} k_{ov} V_{ov}^2, & 0 \leq d \leq d_o \cap \alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ 0, & \text{其它情况} \end{cases} \quad (7)$$

其中, $k_{ov}$ 为可调的速度斥力常量; $V_{ov}$ 为障碍物相对于机器人的速度,速度斥力方向与 $V_{ov}$ 同向; $\alpha$ 为 $V_{ov}$ 与 $\vec{r}_{o}$ 的夹角,当 $\alpha \notin (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 时,即障碍物朝远离机器人的方向运动时,或者障碍物与机器人距离超过影响范围时,无需考虑速度斥力。

速度斥力为:

$$F_{ov}(x) = -\nabla U_{ov}(x) = \begin{cases} k_{ov} V_{ov}, & 0 \leq d \leq d_o \cap \alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ 0, & \text{其它情况} \end{cases} \quad (8)$$

加入速度因素后机器人斥力势能为:

$$U_o(x, v) = U_o(x) + U_{ov}(x) \quad (9)$$

$$U_o(x, v) = \begin{cases} \frac{1}{2} k_o [\frac{1}{d} - \frac{1}{d_o}]^2 + \frac{1}{2} k_{ov} V_{ov}^2, & 0 \leq d \leq d_o \cap \alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ \frac{1}{2} k_o [\frac{1}{d} - \frac{1}{d_o}]^2, & 0 \leq d \leq d_o \cap \alpha \notin (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ 0, & \text{其它情况} \end{cases} \quad (10)$$

斥力为:

$$F_o(x, v) = F_o(x) + F_{ov}(x) = \begin{cases} k_o (\frac{1}{d} - \frac{1}{d_o}) \frac{1}{d^2} \nabla (\frac{1}{d}) + k_{ov} V_{ov}, & 0 \leq d \leq d_o \cap \alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ k_o (\frac{1}{d} - \frac{1}{d_o}) \frac{1}{d^2} \nabla (\frac{1}{d}), & 0 \leq d \leq d_o \cap \alpha \notin (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ 0, & \text{其它情况} \end{cases} \quad (11)$$

### 3.2 局部极小值问题的解决方法

当机器人运行到某一点时,机器人所受斥力等于机器人所受引力,使得全局合力等于零,从而导致机器人停在当前位置,无法移动。这就是局部极小值问题,具体的局部极小值问题大致有如图2所示的几种情况。



图2 移动机器人陷入极小值情况

为了解决这一传统的问题,本文采用一种虚拟中间目标点的方法。当机器人陷入局部极小点时,可以暂时建立一个中间目标点,使得机器人先移动到该中间目标点,逃出陷阱,然后继续向最终目标点移动。

### 3.2.1 机器人是否陷入局部极小值检测

机器人运动时的实际情况具有随机性和复杂性,机器人所在的整个势场中,它所受到的引力和斥力相等即合力为零的情况极少出现,大多数情况是运动到某一点时局部振荡,即机器人以这一点为圆心在小圆内移动而无法走出该圆,也即相对稳定。

根据以上分析,对机器人是否陷入局部稳定点的检测可以采用两重检测验证:距离检测和势能检测。

#### (1)距离检测

首先,根据机器人受到斥力的作用范围的最大距离  $d_0$ ,假设局部极小值陷阱的圆半径为  $R$ ,然后设定检测时间间隔为  $T$ ,利用间隔时间  $T$  来判断机器人是否陷入局部极小值。 $T$  的选取应该能够确保机器人在  $T$  时间内走出半径  $R$ 。其次,记录机器人在势场中的移动坐标  $X_1$ ,经过  $T$  间隔后再测试坐标  $X_2$ ,计算  $X_2 - X_1$  的值。如果该值大于  $R$ ,说明机器人没有陷入极小点;如果值等于 0,继续检测。机器人继续前进,若  $X_2 - X_1$  的值若小于或等于  $R$ ,可能陷入极小点,设定距离检测因子参数  $m = \text{true}$ ,即机器人距离检测结果是机器人陷入局部极小点。

#### (2)势能检测

根据距离检测可以判定机器人是否陷入局部极小点,但通过势能检测可以判断该极小点是否是目标点,如果是,机器人继续行走;若不是,则说明机器人陷入最小陷阱。

假设目前位置机器人的势场能为  $U(X)$ ,那么对于下式:

$$U(X) < \min U(X') \quad (12)$$

其中,  $X' \in p(x)$ ,  $p(x)$  表示以机器人当前位置  $x$  为圆心、机器人步长为半径的圆,即机器人在当前位置  $x$  的领域集,  $X'$  为该领域的某一个点。如果式(12)成立,则表明该点为局部最小点,若此时机器人的位置为目标点,则机器人行驶正常;若不是目标点,则表明机器人陷入了最小陷阱。设势能检测因子为  $n = \text{true}$ ,势能检测结果是机器人陷入局部极小点。

当距离检测  $m = \text{true}$ ,同时势能检测  $n = \text{true}$  时,表明机器人陷入局部极小点。

### 3.2.2 设置中间目标点的方法

当系统检测到机器人陷入局部极小点时,需将机器人从局部最小点“解围”出来。本文采用在原目标点周围合适的范围内拟一个虚拟中间点。因为当机器人陷入局部极小点时,机器人所受引力和斥力的合力为零,增加了虚拟中间点后,机器人所受合力将不为零,因此机器人在虚拟中间点和原目标点的共同作用下向原目标点行进。

本文采用扇区划分的方法建立虚拟中间点。首先,将以机器人为中心的  $360^\circ$  圆形区域等分为  $n$  ( $n=120$ ) 个扇区,每个扇区大小  $\mu=3^\circ$ ,设定机器人当前正对方向为第 0 个扇区,以顺时针的方向逐渐递增至最后一个扇区(第 119 个扇区)。当扫描至某个扇区  $s$  时,机器人转动角度为:

$$\theta = T(s) = \begin{cases} s * \mu, & s \leq \frac{n}{2} \\ (s-n) * \mu, & s > \frac{n}{2} \end{cases} \quad (13)$$

其中,当  $\theta$  为正时,机器人顺时针转动  $\theta$  角度;当  $\theta$  为负时,即机器人逆时针转动  $|\theta|$  角度。定义  $L$  为某个障碍物的一系列边缘点集合,  $\lambda_i(L)$  表示从机器人到当前障碍物的最短距离。当  $\lambda_i(L)=0$  时表示  $i$  扇区内没有障碍物。  $\max(\lambda_i(L))=d_m$ ,  $d_m$  为机器人中传感器扫描的最大值( $d_m=3\text{m}$ )。然后再引入判定值  $P$  来表示机器人的圆心到障碍物之间的接近度,  $P$  值

的计算可用如下方法:当  $\lambda_i(L) > 0$  时,  $p_i = d_m + 2R - \lambda_i(L)$ ; 其余情况下  $p_i = 0$ 。

引入判定值后可以根据其值确定 gaps 和 Regions 情景集,最后确定中间目标点建立的位置。gaps 表示传感器在有效范围内经过扫描得到的障碍物的边缘。它是  $P$  值中的间断点,在相邻的两个扇区( $i, j$ ),若满足  $|p_i - p_j| > 2R$ ,则表示在此区域内存在一个 gap。Regions 表示在确定目标区域之前,先要找到所有的符合条件的目标区域集,然后在其中选择最终的目标区域。一个 Region 由两个连续的 gap 组成。

由以上的分析得出,虚拟中间目标点的建立步骤为首先确定目标点所在扇区  $\varphi$ ,然后找到扇区  $\varphi$  两边相邻的区域 Region1 和 Region2。在 Region1 和 Region2 中定义靠近目标点扇区  $\varphi$  一侧的边缘 gap 分别为  $g_1$  和  $g_2$ 。计算出扇区和  $g_1$  之间的夹角为  $\theta_1$ ,扇区和  $g_2$  之间的夹角为  $\theta_2$ ,那么虚拟中间目标点的建立分为 3 种情况:1)  $\theta_1 < \theta_2$  时,选择 Region1 作为机器人移动目标的区域,则虚拟目标中间点在此区域建立。根据机器人的大小选择  $\epsilon$ ,  $\epsilon$  表示移动的扇区数,其大小必须使得机器人不与障碍物碰撞,可得出虚拟目标点所在扇区为  $g_1 - \epsilon$ 。再找到障碍物与  $g_1$  的切入点  $M$ ,根据点  $M$  作一条垂直于  $g_1$  的直线  $L$ ,定义扇区  $g_1 - \epsilon$  的角平分线为  $L'$ ,与  $L$  的交点为  $H$ ,那么  $H$  点就是要建立的虚拟中间目标点。2) 如果  $\theta_1 > \theta_2$ ,选择 Region2 作为机器人移动目标区域,则虚拟目标中间点在此区域建立。根据机器人的大小选择  $\epsilon$ ,  $\epsilon$  表示移动的扇区数,其大小必须使得机器人不与障碍物碰撞,可得出虚拟目标点所在扇区为  $g_2 + \epsilon$ ,再找到障碍物与  $g_2$  的切入点  $M$ ,根据点  $M$  作一条垂直于  $g_2$  的直线  $L$ ,定义扇区  $g_2 + \epsilon$  的角平分线为  $L'$ ,与  $L$  的交点为  $H$ ,那么  $H$  点就是要建立的虚拟中间目标点。3) 若  $\theta_1 = \theta_2$ ,则根据机器人周围障碍物区域中与机器人距离最近点的位置来确定虚拟目标点的位置。当最近距离点靠近  $g_1$  时,虚拟目标点的位置按照情况 2) 执行,否则按照情况 1) 执行。

增加虚拟中间点后的机器人受力分析如图 3 所示,图 3 中  $F_m$  为虚拟中间点对机器人的引力,  $F_a$  为原目标点对机器人的引力,  $F_o$  为障碍物对机器人的斥力。

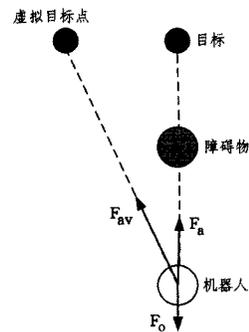


图 3 改进人工势场法中机器人受力分析

当机器人被“解围”逃出局部最小点后,撤销虚拟中间点。机器人将在原目标点和障碍物的共同作用下继续向目标点前进。

## 4 仿真与分析

本文利用 Matlab 编程实现对人工势场法后的路径避障规划效果进行改进,针对局部极小点问题,通过对传统人工势场法、改进的人工势场法以及基于沿墙跟踪算法的避障方法的仿真结果的比较,得出基于改进人工势场法的避障方法更

快速、稳定,达到了所期望的避障效果。

在仿真图中定义网格为  $1\text{m} \times 1\text{m}$ , 经过多次实验, 选定机器人为圆形, 直径为  $0.5\text{m}$ , 机器人的最大速度  $1.5\text{m/s}$ , 引力场  $a_0=1$ , 斥力场增益系数  $k_0=8$ ,  $d_0=3$ 。机器人初始位置坐标定义为  $(0.5, 0.5)$ , 目标位置坐标为  $(7, 6)$ , 传统的人工势场法与改进的人工势场法的仿真结果如图 4 和图 5 所示。

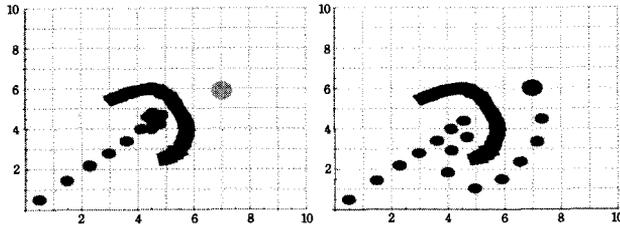


图 4 传统人工势场法的避障效果图

图 5 改进后的人工势场法的避障效果图

通过图 4 和图 5 仿真结果可以得出, 当移动的机器人陷入最小陷阱时, 在传统人工势场法中机器人会一直在某一范围内移动, 无法向目标点移动; 而改进后的人工势场法通过设置中间点的方法来“解围”, 使机器人脱离最小值陷阱, 到达目标点。图 6 是采用沿墙跟踪避障算法的仿真图, 从图中可以看出采用该方法也能使机器人脱离最小值的陷阱, 到达目标点。但是从图 7 中机器人与目标点之间的距离波动图来看, 它在距离波动及时间花费上要远大于采用设置中间目标点的方法, 而传统的人工势场法在机器人到达距离目标点大约  $7\text{m}$  时就基本停止不前, 一直波动, 由此可见采用改进后的人工势场法时机器人可以快速地到达目标点。

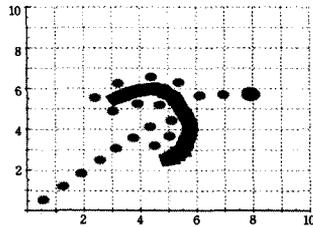


图 6 采用沿墙跟踪算法的避障效果图

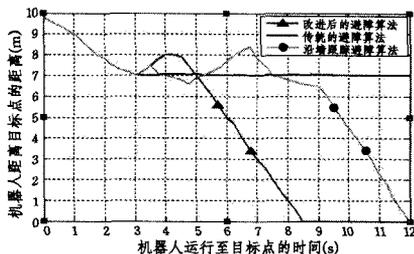


图 7 机器人与目标点之间的距离波动图

**结束语** 1) 传统的人工势场法考虑了所有障碍物对机器人的影响, 而对于动态环境而言, 实际避障路径规划中有些障碍物对机器人的路径规划将不产生影响。为了使机器人更好地适应动态环境下的移动, 提高机器人路径规划的效率, 引入了速度概念, 提出了一种基于速度的改进人工势场法。

2) 在人工势场法避障规划中局部最小点问题是难以解决的问题之一, 本文针对这一问题提出了解决策略。通过设置中间目标点、势能检测和距离检测来检测机器人是否陷入局部极小点, 这样的“解围”规划给机器人一个外力, 避免机器人在局部最小点处停止或者徘徊, 确保机器人能够逃出最小值陷阱, 顺利到达目标位置。

## 参考文献

- [1] Zhang Jian-ying, Zhao Zhi-ping, Liu Dun. A path planning method for mobile robot based on artificial potential field[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2006, 38(8): 1306-1309 (in Chinese)  
张建英, 赵志萍, 刘瞰. 基于人工势场法的机器人路径规划[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, 38(8): 1306-1309
- [2] Yin Lu, Yin Yi-xin. Simulation Research on Path Planning Based on Dynamic Artificial Potential Field [J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(11): 3325-3341 (in Chinese)  
殷路, 尹怡欣. 基于动态人工势场法的路径规划仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(11): 3325-3341
- [3] Huang Bing-qiang, Cao Guang-yi. Mobile robot path planning based on the fuzzy artificial potential field [J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2006, 28(4): 347-350 (in Chinese)  
黄炳强, 曹广益. 基于模糊人工势场的移动机器人路径规划[J]. 上海理工大学学报, 2006, 28(4): 347-350
- [4] Meng Rui, Su Wei-jun, Lian Xiao-feng. Mobile robot path planning based on dynamic fuzzy artificial potential field method [J]. Computer Engineering and Design, 2010, 31(7): 1558-1561 (in Chinese)  
孟蕊, 苏维均, 连晓峰. 基于动态模糊人工势场法的移动机器人路径规划[J]. 计算机工程与设计, 2010, 31(7): 1558-1561
- [5] Kang Fei, Wang Yao-nan. Robot Path Planning Based on Hybrid Artificial Potential Field / Genetic Algorithm [J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(3): 774-777 (in Chinese)  
况菲, 王耀南. 基于混合人工势场-遗传算法的移动机器人路径规划仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(3): 774-777
- [6] Liu Man-lu, Zhang Hua, Hu Tian-lian. Navigation of mobile robot using improved artificial potential field method [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2008, 36(s1): 177-180 (in Chinese)  
刘满禄, 张华, 胡天链. 改进的人工势场法用于移动机器人导航[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2008, 36(s1): 177-180
- [7] Lu Xin-jun, Chen Huan-wen, Xie Li-juan. Water Flow Inspired Local Minimum Recovery in Mobile Robot Navigation [J]. Microcomputer Information, 2009, 25(1/2): 241-243 (in Chinese)  
鲁新军, 陈焕文, 谢丽娟. 机器人导航中势场局部最小的水流解法[J]. 微计算机信息, 2009, 25(1/2): 241-243
- [8] Cheng Yong-qiang, Jiang Ping, Zhu Jin. Application of Limit-cycle Navigation Improved by Potential Field Approach to Mobile Robots [J]. Robot, 2004, 26(2): 133-138 (in Chinese)  
程拥强, 蒋平, 朱劲. 用势场法改进的极限环导航方法在移动机器人中的应用[J]. 机器人, 2004, 26(2): 133-138
- [9] Mabrouk, Mohamed M, McInnes C R. Solving the potential field local minimum problem using internal agent states [J]. Robots and Autonomous Systems, 2008, 56(12): 1050-1060
- [10] Wen Yong, Zhang Huai-xiang, Zeng Hong. Research on Obstacle Avoidance of Mobile Robots Based on a New Potential Field [J]. Journal of Hangzhou Dianzi University, 2009, 29(1): 50-53 (in Chinese)  
文勇, 张怀相, 曾虹. 新型势场法的移动机器人避障研究[J]. 杭州电子科技大学学报, 2009, 29(1): 50-53
- [11] Wang Meng, Wang Xiao-rong, Li Chun-gui. Study of local path planning of mobile robot based on improved artificial potential field method [J]. Computer Engineering and Design, 2008, 29(6): 1504-1506 (in Chinese)  
王萌, 王晓荣, 李春贵. 改进人工势场法的移动机器人路径规划研究[J]. 计算机工程与设计, 2008, 29(6): 1504-1506