

逆P-集合的边界特征与系统状态监测

任雪芳¹ 张凌¹ 史开泉²

(龙岩学院信息工程学院 龙岩 364012)¹ (山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)²

摘要 逆P-集合是具有动态特性的集合模型,逆P-集合的动态特性来自集合内元素(属性)的动态迁移;元素迁入使得集合的边界向外扩展,元素迁出使得集合的边界向内收缩,从而产生扰动的边界和稳定的核。基于上述事实,在逆P-集合的基础上,提出逆P-集合的边界、核的概念和特征,给出逆P-集合与有限普通元素集合之间的关系、边界和核的扰动定理及逆P-集合、边界和核在系统状态监测中的应用。

关键词 逆P-集合,元素迁移,边界,核,扰动定理

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.10.040

Boundary Characteristics of Inverse P-sets and System Condition Monitoring

REN Xue-fang¹ ZHANG Ling¹ SHI Kai-quan²

(School of Information Engineering, Longyan University, Longyan 364012, China)¹

(School of Mathematics and Systems Science, Shandong University, Jinan 250100, China)²

Abstract Inverse P-sets are set models which have dynamic characteristics, and their dynamic characteristics come from element (or attribute) dynamic transferring. Elements transferring into the set makes the boundary of the set expand, and elements moving out from the set makes the boundary of the set contract, generating perturbation boundary and stable core. Based on the fact above and the inverse P-set theory, the concepts of boundary and core of inverse P-sets were proposed, their characteristics were given, and the relationships between inverse P-sets and finite ordinary element set were discussed. Then based on the aforementioned results, the perturbation theorems of the boundaries and the perturbation theorems of core were presented. Finally the application of inverse P-set, the boundary and the core in system condition monitoring was given.

Keywords Inverse P-sets, Element transfer, Boundary, Core, Perturbation theorems

1 引言

文献[1]把动态特性引入到有限普通元素集合 X 内(有限Cantor's Set),改进有限普通元素集合 X ,提出逆P-集合 $(\bar{X}^F, X^F)$,逆P-集合是描述动态数据的集合模型,逆P-集合已经在动态信息、动态数据的挖掘、识别中获得了广泛应用^[2-7]。逆P-集合是P-集合^[8-18]的对偶形式。

分析逆P-集合的结构与动态特性,得到3个新的认识:
1)在 α 内补充属性, α 生成 $\alpha^F, \alpha \subseteq \alpha^F$,则 X 内被补充元素,集合 X 生成内逆P-集合 $\bar{X}^F, X \subseteq \bar{X}^F$,或者,在 α 内补充属性, α 生成 $\alpha^F, \alpha \subseteq \alpha^F$,则 X 发生 F -扩展扰动,生成 F -扩展边界;
2)在 α 内删除属性, α 变成 $\alpha^F, \alpha^F \subseteq \alpha$,则集合 X 被删除元素, X 生成外逆P-集合 $X^F, X^F \subseteq X$,或者,在 α 内删除属性, α 变成 $\alpha^F, \alpha^F \subseteq \alpha$,则 X 的边界发生 $\bar{F}$ -收缩扰动,生成 $\bar{F}$ -收缩边界;
3)在 α 内补充属性, α 生成 $\alpha^F, \alpha \subseteq \alpha^F$,同时在 α 内删除属性, α 生成 $\alpha^F, \alpha^F \subseteq \alpha$,则集合 X 内被补充元素同时也被删除元

素, X 生成逆P-集合 $(\bar{X}^F, X^F)$, X 的边界同时发生 F -扩展扰动与 $\bar{F}$ -收缩扰动,生成 $(F, \bar{F})$ -边界。由于逆P-集合的边界动态变化,使得系统状态动态变化。而文献[1-7]的研究没有给出关于逆P-集合的扰动边界的定义和讨论。

本文利用逆P-集合的结构,给出逆P-集合的边界特征研究,提出内逆P-集合的 F -边界与 F -核、外逆P-集合的 $\bar{F}$ -边界与 $\bar{F}$ -核、逆P-集合的 $(F, \bar{F})$ -边界与 $(F, \bar{F})$ -核的概念与特征,完善了逆P-集合理论;给出逆P-集合的退化关系定理,边界和核的属性定理和扰动定理;利用这些理论结果,给出基于边界扰动的系统状态检测应用。

为了便于讨论和概念引用的方便,把逆P-集合的结构引入到该文的第2节作为预备概念。逆P-集合的更多特征与应用见文献[1-7]。

2 预备知识

文献[1,2]给出:给定有限普通元素集合 $X = \{x_1, x_2, \dots,$

到稿日期:2016-07-28 返修日期:2016-08-12 本文受福建省中青年教育科研项目(JA15495, JA15503),龙岩学院协同创新资助项目,龙岩学院百名青年攀登项目(LQ2013007)资助。

任雪芳(1981—),女,硕士,讲师,主要研究方向为信息科学、系统理论与应用, E-mail: renxf0311@163.com; 张凌(1963—),男,教授,主要研究方向为信息系统与信息识别, E-mail: zlf79024@163.com; 史开泉(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为系统理论与应用, E-mail: shikq@sdu.edu.cn(通信作者)。

$x_q\} \subset U, \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \subset V$ 是 X 的属性集合。称 $\bar{X}^F$ 是 X 生成的内逆 P-集合 (Internal Inverse P-set), 简称 $\bar{X}^F$ 是内逆 P-集合。

$$\bar{X}^F = X \cup X^+ \quad (1)$$

X^+ 称作 X 的 F -元素补充集合,

$$X^+ = \{u_i | u_i \in U, u_i \in X, f(u_i) = x_i' \in X, f \in F\} \quad (2)$$

如果 $\bar{X}^F$ 的属性集合 α^F , 满足:

$$\alpha^F = \alpha \cup \{\alpha_i' | f(\beta_i) = \alpha_i' \in \alpha, f \in F\} \quad (3)$$

式(3)中, $\beta_i \in V, \beta_i \in \alpha, f \in F$ 把 β_i 变成 $f(\beta_i) = \alpha_i' \in \alpha$; 式(1)中 $\bar{X}^F = \{x_1, x_2, \dots, x_r\}, q < r; q, r \in N^+$ 。

给定有限普通元素集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_q\} \subset U, \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \subset V$ 是 X 的属性集合, 称 $\bar{X}^F$ 是 X 生成的外逆 P-集合 (Outer Inverse P-set), 简称 $\bar{X}^F$ 是外逆 P-集合,

$$\bar{X}^F = X - X^- \quad (4)$$

X^- 称作 X 的 $\bar{F}$ -元素删除集合,

$$X^- = \{x_i | x_i \in X, \bar{f}(x_i) = u_i \in X, \bar{f} \in \bar{F}\} \quad (5)$$

如果 $\bar{X}^F$ 的属性集合 α^F , 满足

$$\alpha^F = \alpha - \{\beta_i | \bar{f}(\alpha_i) = \beta_i \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}\} \quad (6)$$

式(6)中, $\alpha_i \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}$ 把 α_i 变成 $\bar{f}(\alpha_i) = \beta_i \in \alpha, \bar{X}^F \neq \emptyset, \alpha^F \neq \emptyset$; 式(4)中, $\bar{X}^F = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}, p < q; p, q \in N^+$ 。

由内逆 P-集合 $\bar{X}^F$ 与外逆 P-集合 $\bar{X}^F$ 构成的元素集合对, 称作 X 生成的逆 P-集合 (Inverse P-sets), 简称逆 P-集合,

$$(\bar{X}^F, \bar{X}^F) \quad (7)$$

有限普通元素集合 X 称作逆 P-集合的 ground set。

在 α 内不断补充属性, 式(3)给出

$$\alpha_1^F \subseteq \alpha_2^F \subseteq \dots \subseteq \alpha_{n-1}^F \subseteq \alpha_n^F \quad (8)$$

得到满足式(8)的内逆 P-集合:

$$\bar{X}_1^F \subseteq \bar{X}_2^F \subseteq \dots \subseteq \bar{X}_{n-1}^F \subseteq \bar{X}_n^F \quad (9)$$

在 α 内不断删除属性, 式(6)给出

$$\alpha_n^F \subseteq \alpha_{n-1}^F \subseteq \dots \subseteq \alpha_2^F \subseteq \alpha_1^F \quad (10)$$

得到满足式(10)的外逆 P-集合

$$\bar{X}_n^F \subseteq \bar{X}_{n-1}^F \subseteq \dots \subseteq \bar{X}_2^F \subseteq \bar{X}_1^F \quad (11)$$

由式(9)、式(11)得到

$$\{(\bar{X}_i^F, \bar{X}_j^F) | i \in I, j \in J\} \quad (12)$$

式(12)称作 X 生成的逆 P-集合族, 式(12)是逆 P-集合的一般表达式。

由式(1)一式(7)、式(12)得到以下命题。

命题 1 在 $F = \bar{F} = \emptyset$ 的条件下, 逆 P-集合 $(\bar{X}^F, \bar{X}^F)$ 与有限普通元素集合 X 满足

$$(\bar{X}^F, \bar{X}^F)_{F=\bar{F}=\emptyset} = X \quad (13)$$

命题 2 在 $F = \bar{F} = \emptyset$ 的条件下, 逆 P-集合族 $\{(\bar{X}_i^F, \bar{X}_j^F) | i \in I, j \in J\}$ 与有限普通元素集合 X 满足

$$\{(\bar{X}_i^F, \bar{X}_j^F) | i \in I, j \in J\}_{F=\bar{F}=\emptyset} = X \quad (14)$$

说明: 1) U 是有限元素论域, V 是有限属性论域。2) $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}, \bar{F} = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_n\}$ 是元素(属性)迁移族; $f \in F, \bar{f} \in \bar{F}$ 是元素(属性)迁移。 $f \in F$ 的特征是对于元素 $u_i \in U, u_i \in X, f \in F$ 把 u_i 变成 $f(u_i) = x_i' \in X$; 对于属性 $\beta_i \in V, \beta_i \in \alpha, f \in F$ 把 β_i 变成 $f(\beta_i) = \alpha_i' \in \alpha$ 。 $\bar{f} \in \bar{F}$ 的特征是对于元素 $x_i \in X, \bar{f} \in \bar{F}$ 把 x_i 变成 $\bar{f}(x_i) = u_i \in X$, 对于属性 $\alpha_i \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}$ 把 α_i 变成 $\bar{f}(\alpha_i) = \beta_i \in \alpha$ 。元素(属性)迁移是函数、变

换的概念。3) 式(1)、式(3)的动态特性与累加器 $T = T+1$ 的动态特性相同。4) 式(4)、式(6)的动态特性与累减器 $T = T-1$ 的动态特性相同。例如, 对于式(1) $\bar{X}_1^F = X \cup X_1^+$, 令 $X = \bar{X}_1^F, \bar{X}_2^F = \bar{X}_1^F \cup X_2^+ = (X \cup X_1^+) \cup X_2^+, \dots$, 如此等等。

3 P-集合的边界与核

定义 1 设 $\bar{X}^F$ 是有限普通元素集合 X 生成的内逆 P-集合, 称集合 Bnd^F 是 $\bar{X}^F$ 关于 X 的 F -边界,

$$Bnd^F = \bar{X}^F - X \quad (15)$$

称集合 $Core^F$ 是 $\bar{X}^F$ 关于 X 的 F -核,

$$Core^F = \bar{X}^F \cap X \quad (16)$$

定义 2 设 $\bar{X}^F$ 是有限普通元素集合 X 生成的外逆 P-集合, 称 Bnd^F 是 $\bar{X}^F$ 关于 X 的 $\bar{F}$ -边界,

$$Bnd^F = X - \bar{X}^F \quad (17)$$

称 $Core^F$ 是 $\bar{X}^F$ 关于 X 的 $\bar{F}$ -核,

$$Core^F = \bar{X}^F \cap X \quad (18)$$

定义 3 设 $(\bar{X}^F, \bar{X}^F)$ 是有限普通元素集合 X 生成的逆 P-集合, 称集合 $Bnd^{(F, \bar{F})}$ 是 $(\bar{X}^F, \bar{X}^F)$ 关于 X 的 $(F, \bar{F})$ -边界,

$$Bnd^{(F, \bar{F})} = \bar{X}^F - \bar{X}^F \quad (19)$$

称 $Core^{(F, \bar{F})}$ 是 $(\bar{X}^F, \bar{X}^F)$ 关于 X 的 $(F, \bar{F})$ -核,

$$Core^{(F, \bar{F})} = \bar{X}^F \cap \bar{X}^F \quad (20)$$

由式(1)、式(2)、式(4)、式(5)容易得到如下结论:

1) $Bnd^F = X^+; Bnd^F = X^-; Bnd^{(F, \bar{F})} = Bnd^F \cup Bnd^F = X^- \cup X^+;$

2) $Core^F = X; Core^-(\bar{X}^F) = \bar{X}^F; Core^{(F, \bar{F})} = Core^F \cap Core^F;$

3) $\bar{X}^F = X \cup Bnd^{(F, \bar{F})}, \bar{X}^F = X - Bnd^{(F, \bar{F})}$ 。

其中, X^+, X^- 分别是式(2)、式(5)中的 F -元素补充集合和 $\bar{F}$ -元素删除集合。

定理 1 若 $F = \bar{F} = \emptyset$, 则逆 P-集合 $(\bar{X}^F, \bar{X}^F)$ 的边界满足

$$(Bnd^F)_{F=\bar{F}=\emptyset} = (Bnd^F)_{F=\bar{F}=\emptyset} = (Bnd^{(F, \bar{F})})_{F=\bar{F}=\emptyset} = \emptyset \quad (21)$$

事实上, 由命题 1 可知, $F = \bar{F} = \emptyset$ 时, $(\bar{X}^F, \bar{X}^F)_{F=\bar{F}=\emptyset} = X$, 再由式(15)、式(17)、式(19)直接可得式(21)。同理可得定理 2。

定理 2 若 $F = \bar{F} = \emptyset$, 则逆 P-集合 $(\bar{X}^F, \bar{X}^F)$ 的核满足:

$$(Core^F)_{F=\bar{F}=\emptyset} = (Core^F)_{F=\bar{F}=\emptyset} = (Core^{(F, \bar{F})})_{F=\bar{F}=\emptyset} = X \quad (22)$$

推论 1 若 $Bnd^F = Bnd^F = \emptyset$, 则逆 P-集合 $(\bar{X}^F, \bar{X}^F)$ 与有限普通元素集合 X 满足

$$(\bar{X}^F, \bar{X}^F)_{Bnd^F=Bnd^F=\emptyset} = X \quad (23)$$

事实上, $Bnd^F = Bnd^F = \emptyset$ 时, 集合 X 没有发生扰动, 即 $F = \bar{F} = \emptyset$, 再由定理 2, 可得式(23)。同理可得推论 2。

推论 2 若 $Bnd^F = Bnd^F = \emptyset$, 则逆 P-集合族 $\{(\bar{X}_i^F, \bar{X}_j^F) | i \in I, j \in J\}$ 与有限普通元素集合 X 满足

$$\{(\bar{X}_i^F, \bar{X}_j^F) | i \in I, j \in J\}_{Bnd^F=Bnd^F=\emptyset} = X \quad (24)$$

定理 3 若 X 的 F -边界 $Bnd^F \neq \emptyset$, 则存在属性集合 $\nabla \alpha \neq \emptyset, \bar{X}^F$ 的属性集合 α^F 、 X 的属性集合 α 与 $\nabla \alpha$ 满足

$$(\alpha^F - \nabla \alpha) - \alpha = \emptyset \quad (25)$$

证明: 若 $Bnd^F \neq \emptyset$, 则 X 发生 F -扰动, 存在元素补充集合 $X^+ = \{u_i | u_i \in U, u_i \in X, f(u_i) = x_i' \in X, f \in F\} \neq \emptyset$, 使得

X 的边界向外扩展, X 生成 $\bar{X}^F = X \cup X^+$, 并且 X^+ 具有属性集合 $\nabla\alpha = \{\alpha_i' \mid f(\beta_i) = \alpha_i' \in \alpha, f \in F\}$, $\nabla\alpha \neq \emptyset$; 从而 $\bar{X}^F = X \cup X^+$ 的属性集合满足 $\alpha^F = \alpha \cup \nabla\alpha$, 或者 $(\alpha^F - \nabla\alpha) - \alpha = \emptyset$, 式(25)得证。

类似地, 可以得到定理 4 和推论 3。

定理 4 若 X 的 $\bar{F}$ -边界 $Bnd^{\bar{F}} \neq \emptyset$, 则存在元素集合 $\Delta\alpha \neq \emptyset$, 使得 $\bar{X}^F$ 的属性集合 α^F 、 X 的属性集合 α 与 $\Delta\alpha$ 满足

$$(\alpha^F \cup \Delta\alpha) - \alpha = \emptyset \quad (26)$$

推论 3 若 $Bnd^{\bar{F}} \neq \emptyset$ 且 $Bnd^F \neq \emptyset$, 则存在属性集合 $(\nabla\alpha, \Delta\alpha)$, $\nabla\alpha \neq \emptyset$, $\Delta\alpha \neq \emptyset$, 使得 $(\bar{X}^F, \bar{X}^{\bar{F}})$ 的属性集合 $(\alpha^F, \alpha^{\bar{F}})$ 、 X 的属性集合 α 与 $(\nabla\alpha, \Delta\alpha)$ 满足

$$(\alpha^F, \alpha^{\bar{F}}) - (\alpha \cup \nabla\alpha, \alpha - \Delta\alpha) = \emptyset \quad (27)$$

这里, 式(27)表示 $\alpha^F - (\alpha \cup \nabla\alpha) = \emptyset$, $\alpha^{\bar{F}} - (\alpha - \Delta\alpha) = \emptyset$ 。

定理 5 设 $(\bar{X}_i^F, \bar{X}_i^{\bar{F}})$, $i=1, 2, \dots, n$ 是 X 的 $(F, \bar{F})$ -扰动生成的逆 P-集合序列, 则它们生成的 $(F, \bar{F})$ -边界满足

$$Bnd_1^{(F, \bar{F})} \subseteq Bnd_2^{(F, \bar{F})} \subseteq \dots \subseteq Bnd_n^{(F, \bar{F})} \quad (28)$$

特别地, $Bnd_1^F \subseteq Bnd_2^F \subseteq \dots \subseteq Bnd_n^F$, $Bnd_1^{\bar{F}} \subseteq Bnd_2^{\bar{F}} \subseteq \dots \subseteq Bnd_n^{\bar{F}}$ 。

事实上, 由式(9)可知, $\bar{X}_1^F \subseteq \bar{X}_2^F \subseteq \dots \subseteq \bar{X}_{n-1}^F \subseteq \bar{X}_n^F$, 从而 $\bar{X}_1^F - X \subseteq \bar{X}_2^F - X \subseteq \dots \subseteq \bar{X}_{n-1}^F - X \subseteq \bar{X}_n^F - X$, 再由式(15), $Bnd^F = \bar{X}^F - X$, 得到 $Bnd_1^F \subseteq Bnd_2^F \subseteq \dots \subseteq Bnd_n^F$; 同理可得, $Bnd_1^{\bar{F}} \subseteq Bnd_2^{\bar{F}} \subseteq \dots \subseteq Bnd_n^{\bar{F}}$; 又因 $Bnd^{(F, \bar{F})} = Bnd^F \cup Bnd^{\bar{F}}$, 从而 $Bnd_1^{(F, \bar{F})} \subseteq Bnd_2^{(F, \bar{F})} \subseteq \dots \subseteq Bnd_n^{(F, \bar{F})}$, 式(28)得证。

类似可得定理 6。

定理 6 设 $(\bar{X}_i^F, \bar{X}_i^{\bar{F}})$, $i=1, 2, \dots, n$ 是 X 的 $(F, \bar{F})$ -扰动生成的逆 P-集合序列, 则它们的 $(F, \bar{F})$ -核满足

$$Core_n^{(F, \bar{F})} \subseteq \dots \subseteq Core_2^{(F, \bar{F})} \subseteq Core_1^{(F, \bar{F})} \quad (29)$$

特别地, $Core_1^F = Core_2^F = \dots = Core_n^F = X$; $Core_n^{\bar{F}} \subseteq Core_2^{\bar{F}} \subseteq \dots \subseteq Core_1^{\bar{F}}$ 。

4 基于边界扰动的系统状态检测

应用例子来自某个工厂的若干条生产线的生产状态。在生产过程中, 生产线的工作状态随着时间的变化在动态变化, 管理者需要时刻掌握这些生产线的工作状态。为简便起见又不失应用的一般性, 这里只给出了某时刻的一个变化过程。

设该工厂关于某个工件有 10 条生产线, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_7\}$ 是 T_0 时刻运转的 7 条生产线, 它们生产的产品信息代表了 T_0 时刻的生产状态, X 的属性集合为 $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7\}$, $\forall x_i \in X$ 关于某 4 个特性指标对应一个 4 维向量: $y_i = (y_{1i}, y_{2i}, y_{3i}, y_{4i})'$, $i=1, 2, \dots, 7$ 。假设为了统计信息的可靠性, 每个生产线上的产品信息取自产品多次抽样后得到的均值; 为消除量纲影响, 还需对数据进行归一化处理。设 X 生成的归一化后的特性指标矩阵为 A 。

$$A = \begin{bmatrix} 0.36 & 0.80 & 0 & 0.20 & 1.00 & 0.52 & 0.92 \\ 0.36 & 0.57 & 0 & 1.00 & 0.57 & 0.29 & 0.79 \\ 0.20 & 0.70 & 0.40 & 0.60 & 1.00 & 0 & 0.50 \\ 0 & 0.29 & 0.86 & 1.00 & 0.43 & 0.71 & 0.71 \end{bmatrix} \quad (30)$$

专家给出产品状态关于特性指标的评判标准: 给定权重向量 $W = (0.2, 0.25, 0.35, 0.2)$, 阈值 $\delta = 0.6$, 若产品的评分 $W(x_i) = W \times y_i$ 大于 δ , 则对应生产线的生产状态稳定; 否则

不稳定, 需要关闭。对 X 中元素进行评分, 得到:

$$W(X) = W \times A = (0.2, 0.25, 0.35, 0.2) \times A \\ = (0.23, 0.61, 0.31, 0.70, 0.78, 0.32, 0.70) \quad (31)$$

由式(31), 在给定阈值 $\delta = 0.6$ 的条件下, 第 1、3、6 生产线不满足生产要求, 需要关闭, 使得生产状态发生 $\bar{F}$ -扰动, 生成 $\bar{F}$ -元素删除集 $X^- = \{x_1, x_3, x_6\}$ 。 $\bar{X}^F = X - X^- = \{x_2, x_4, x_5, x_7\}$, X 的 $\bar{F}$ -边界和 $\bar{F}$ -核满足

$$Bnd^{\bar{F}} = \{x_1, x_3, x_6\}$$

$$Core^{\bar{F}} = \bar{X}^F = X - X^- = \{x_2, x_4, x_5, x_7\}$$

在第 1、3、6 生产线关闭后发现生产活动滞后, 需在闲置 8、9、10 生产线中再启动若干条, 设第 8、9、10 条生产线集合 $X' = \{x_7, x_9, x_{10}\}$ 在上次生产活动过程中得到的产品特性指标矩阵为:

$$A' = (y_8, y_9, y_{10}) = \begin{bmatrix} 0.20 & 1.00 & 0.82 \\ 1.00 & 0.57 & 0.79 \\ 0.38 & 0.50 & 1.00 \\ 0.45 & 1 & 0.73 \end{bmatrix}$$

计算得 $W(X') = W \times A' = (0.51 \ 0.72 \ 0.86)$, 可见, 给定阈值 $\delta = 0.6$, 第 9、10 条生产线满足生产要求, 开启第 9、10 条生产线, 得到 F -元素补充集合 $X^+ = \{x_9, x_{10}\}$, $\bar{X}^F = X \cup X^+ = \{x_1, x_2, \dots, x_7, x_9, x_{10}\}$, X 的 F -边界和 F -核满足

$$Bnd^F = \{x_9, x_{10}\}$$

$$Core^F = \bar{X}^F \cap X = X$$

系统在该时间段的生产状态可表示为逆 P-集合 $(\bar{X}^F, X^F)$, 且

$$Bnd^{(F, \bar{F})} = Bnd^F \cup Bnd^{\bar{F}} = \{x_1, x_3, x_6, x_9, x_{10}\}$$

$$Core^{(F, \bar{F})} = Core^F \cap Core^{(\bar{F}, F)} = \{x_2, x_4, x_5, x_7\}$$

由核 $Core^{(F, \bar{F})}$ 可知, 第 2、4、5、7 生产线的生产状态是稳定的; $Bnd^{(F, \bar{F})}$ 较大, 则生产状态扰动较大, 扰动程度: $2/7 + 3/7 = 5/7$, 说明生产线的质量层次不齐, 在生产过程中生产线调度可能会比较频繁。检测发现, 第 1、3、6、8 生产线由于技术落后, 设备老化等原因, 一些零部件精度不够, 导致产品的质量达不到要求, 管理者可以根据需要更换生产线的零部件或更新生产线, 为以后的生产做好准备。

可以看出, 逆 P-集合 $(\bar{X}^F, X^F)$ 、边界和核可用来描述生产过程的状态信息, 对生产过程的状态控制具有一定指导的意义, 并可以推广到一般的系统状态监测中。

结束语 逆 P-集合是一种处理动态信息的集合模型, 逆 P-集合理论在描述集合的动态特性方面比经典普通元素集合 (Cantor's sets) 具有优势。逆 P-集合理论在不断地发展完善, 并在许多领域得到了应用, 但是目前对逆 P-集合中的边界元素和稳定不变的核元素还没有针对性的研究。为了更好地描述系统的扰动状态, 在逆 P-集合模型基础上, 给出了内逆 P-集合、外逆 P-集合和逆 P-集合的边界和核的概念, 讨论了它们之间的关系和性质, 给出逆 P-集合与普通集合的关系; 给出扰动存在的条件下, 边界和核的属性定理、扰动定理; 最后给出逆 P-集合及其边界和核在系统状态监测中的应用。给出的结果使得逆 P-集合理论更加完善, 相应的结论可以平行推广到 P-集合理论。

- [18] Wang Y, Cai Z, Zhang Q. Differential evolution with composite trial vector generation strategies and control parameters[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011, 15(1): 55-66
- [19] Glover F, Laguna M. Tabu Search[M]. New York: Springer, 2013
- [20] Cai Yan-guang, Tang Ya-lian, Zhu Jun. Hybrid tabu search algorithm for solving incident vehicle routing problem[J]. Computer Science, 2015, 42(4): 230-234, 273(in Chinese)
蔡延光, 汤雅连, 朱君. 混合禁忌搜索算法求解关联运输调度问题[J]. 计算机科学, 2015, 42(4): 230-234, 273
- [21] Sahoo N C, Ganguly S, Das D. Multi-objective planning of elec-

trical distribution systems incorporating sectionalizing switches and tie-lines using particle swarm optimization[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2012, 3: 15-32

- [22] Yan Wei, Liu Fang, Wang Guan-jie. Phase component power flow calculation of three phase radiation distribution network[J]. Automation of Electric Power Systems, 2002, 26(10): 24-27 (in Chinese)
颜伟, 刘方, 王官洁. 三相辐射型配电网的相分量潮流计算[J]. 电力系统自动化, 2002, 26(10): 24-27
- [23] Corder G W, Foreman D I. Nonparametric Statistics for Non-Statisticians: A Step-By-Step Approach[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2009

(上接第 213 页)

参 考 文 献

- [1] Shi Kai-quan. Inverse P-sets [J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2012, 47(1): 98-109(in Chinese)
史开泉. 逆 P-集合[J]. 山东大学学报(理学版), 2012, 47(1): 98-109
- [2] Shi Kai-quan. Function inverse P-sets and the hiding information generated by function inverse P-information law fusion [C]// 13th IFIPWG 6. 11 Conference on e-Business, e-Services, and e-Society, 13E 2014 Sanya, China, November, 28-30, 2014 Proceedings Digital Services and Information Intelligence. 2014: 224-237
- [3] Ren Xue-fang, Zhang Ling, Shi Kai-quan. Surplus-deficiency of cardinal number and inverse P-augmented matrices [J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2015, 50(10): 13-18 (in Chinese)
任雪芳, 张凌, 史开泉. 基数余-亏与逆 P-增广矩阵[J]. 山东大学学报(理学版), 2015, 50(10): 13-18
- [4] Lin Hong-kang, Fan Cheng-xian. Embedding camouflage of inverse P-information and applications [J]. International Journal of Convergence Information and Technology, 2012, 7(20): 471-480
- [5] Fan Cheng-xian, Huang Shun-liang. Inverse P-reasoning discovery identification of inverse P-information [J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 2012, 6(20): 735-744
- [6] Shi Kai-quan. P-sets, inverse P-sets and the intelligent fusion-filter identification of information [J]. Computer Science, 2012, 39(4): 1-13(in Chinese)
史开泉. P-集合, 逆 P-集合与信息智能融合-过滤辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(4): 1-13
- [7] Shi Kai-quan, Tang Ji-hua, Zhang Ling. Intelligent fusion of inverse P-information and recessive transmission of information intelligent hiding [J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(3): 599-605(in Chinese)
史开泉, 汤积华, 张凌. 逆 P-信息智能融合与信息智能隐藏的隐性传递[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(3): 599-605
- [8] Shi Kai-quan. P-sets[J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2008, 43(11): 77-84(in Chinese)
史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报(理学版), 2008, 43(11): 77-84
- [9] Shi Kai-quan. P-sets and its application [J]. Advances in Sys-

tems Science and Applications, 2009, 9(2): 209-219

- [10] Zhang Ling, Tang Ji-hua, Shi Kai-quan. The fusion of internal P-information and its feature of attribute conjunction [J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2014, 49(2): 93-97(in Chinese)
张凌, 汤积华, 史开泉. 内 P-信息融合与它的属性合取特征[J]. 山东大学学报(理学版), 2014, 49(2): 93-97
- [11] Shi Kai-quan, Zhang Li. Internal P-sets and data Outer-recovery [J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2009, 44(4): 8-14(in Chinese)
史开泉, 张丽. 内 P-集合与数据外-恢复[J]. 山东大学学报(理学版), 2009, 44(4): 8-14
- [12] Shi Kai-quan. P-sets and its applied characteristics [J]. Computer Science, 2010, 37(8): 1-8(in Chinese)
史开泉. P-集合与它的应用特性[J]. 计算机科学, 2010, 37(8): 1-8
- [13] Shi Kai-quan. P-reasoning and P-reasoning discovery- identification of information [J]. Computer Science, 2011, 38(7): 1-9(in Chinese)
史开泉. P-推理与信息的 P-推理发现-辨识[J]. 计算机科学, 2011, 38(7): 1-9
- [14] Zhang Li, Xiu Ming, Shi Kai-quan. P-sets and Applications of Internal-Outer Data Circle [C]// Proceedings of 2nd International Conference on Quantitative Logic and Soft Computing; Quantitative Logic and Soft Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 581-591
- [15] Qiu Yu-feng, Chen Bao-hui. f -Model Generated by P-Set [C]// Proceedings of 2nd International Conference on Quantitative Logic and Soft Computing; Quantitative Logic and Soft Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 613-620
- [16] Li Yu-ying, Zhang Ling, Shi Kai-quan. Generation and Recovery of Compressed Data and Redundant Data [C]// Proceedings of 2nd International Conference on Quantitative Logic and Soft Computing; Quantitative Logic and Soft Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 661-671
- [17] Zhang Ling, Ren Xue-fang. P-Sets and its $(f, \bar{f})$ -Heredity [C]// Proceedings of 2nd International Conference on Quantitative Logic and Soft Computing; Quantitative Logic and Soft Computing. Berlin: Springer-Verlag, vol. 2, 2010: 735-743
- [18] Xiu Ming, Shi Kai-quan, Zhang Li. P-sets and $\bar{F}$ -data Selection-Discovery[C]// Proceedings of 2nd International Conference on Quantitative Logic and Soft Computing; Quantitative Logic and Soft Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 791-799