

基于相似度的多粒度不确定语言群决策方法

谭敏 史越 杨俊超 延静

(空军工程大学装备管理与安全工程学院 西安 710051)

摘要 针对具有多粒度不确定语言评价信息的多属性群决策问题,提出了一种基于区间二元语义信息处理和矢量相似度的群决策方法,弥补了基于距离测度的决策方法易造成信息混淆的不足。该方法首先使用二元语义转换函数对多粒度区间语言评价信息进行一致化处理;然后通过建立使备选方案对正理想解相似度最大、负理想解相似度最小的最优化模型来获得相应的属性权重;最后利用区间二元语义的集结算子对评价信息进行加权集成,并通过优序数排序法实现对各方案的排序。实例分析说明了该方法的可行性和有效性。

关键词 群决策,多粒度,矢量相似度,区间二元语义,优序数

中图分类号 C934 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.3.048

Multi-granularity Uncertain Linguistic Group Decision Making Method Based on Similarity Measure

TAN Min SHI Yue YANG Jun-chao YAN Jing

(Equipment Management and Safety Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract Based on interval two-tuple linguistic information and similarity of vector, a new method was proposed for multiple attribute group decision-making problems with multi-granularity uncertain linguistic information. It hopes to supplement the insufficiency of the method based on distance measure. Firstly, the multi-granularity linguistic information is uniformed using a two-tuple linguistic transformation function. Then, an optimization model, which aims to maximize the similarity degree of the alternatives to the positive ideal solution and minimize that to the negative ideal solution, is established, and then the attribute weights can be determined. The interval two-tuple aggregation operator is utilized to aggregate the linguistic assessment information corresponding to each alternative, and through the optimal ordinal ranking method, the alternatives can be ranked. An example was given to demonstrate the feasibility and efficiency of the proposed method.

Keywords Group decision making, Multi-granularity, Similarity of vector, Interval two-tuple linguistic information, Optimal ordinal ranking

1 引言

在许多现实决策问题(如对许多定性问题的评估)中,决策者往往难以用清晰的数值来评价方案或指标,而是采用语言信息的形式来表达其倾向。尤其是在组织多专家群进行决策时,决策者又会依据其个人偏好而提出不同语言评价集,从而给出各自的语言评价信息,即多粒度语言评价信息群决策^[1,2]。

多粒度语言评价信息群决策的突出特征是给出的语言评价信息往往是不确定的,如决策者给出某个备选方案在某个属性下的评价信息为“好到很好之间”。因此,对多粒度不确定语言型群决策问题进行研究具有现实意义。人们针对该问题开展了研究,已经取得了一定的成果^[3-7]。文献[3]考虑属性权重已知的情况,通过计算各决策者关于方案的优势可能度矩阵,使用OWA算子集结各决策者关于方案的优势可能度矩阵,进而给出方案的排序;文献[4]将多粒度不确定语言

评价信息转化为梯形模糊数,并基于TOPSIS原理,提出了一种决策分析方法。针对属性权重信息不完全的情况,文献[5]通过建立方案综合属性值与决策者主观偏好值之间的投影模型,来求解模型确定属性权重,最后采用可能度公式排序择优;文献[6,7]分别建立方案值与正负理想点的相对熵和距离模型,通过求解该模型进而得到属性权重值,利用可能度排序公式或相对贴近度实现对方案的排序。上述文献在求解属性权重过程中,多数用到了区间数距离公式,然而距离测度本身易导致信息混淆;同时,在处理综合评价排序上,采用可能度排序公式进行排序和择优是较常用的方法,然而其不具有保序性^[8]。

鉴于此,本文的研究思路为:(1)采用区间二元语义信息形式,利用转换函数实现多粒度区间语言评价信息的一致化,通过建立使备选方案对正理想解相似度最大、负理想解相似度最小的模型求解权重,弥补了距离测度的不足;(2)该模型适用于权重信息完全未知和权重信息部分未知的情形,适用

到稿日期:2015-06-08 返修日期:2015-08-06 本文受国家自然科学基金项目(71171199)资助。

谭敏(1990—),女,硕士生,主要研究方向为决策理论与应用,E-mail:18702955614@163.com;史越(1968—),女,硕士,副教授,硕士生导师,主要研究方向为决策理论与应用、装备人机工效等;杨俊超(1984—),男,博士,讲师,主要研究方向为装备人机工效;延静(1987—),女,硕士,助教,主要研究方向为决策理论与应用。

范围更加广泛;(3)利用区间二元语义集结算子及区间二元语义可能度公式对各个方案的信息进行集结,采用更简洁的优序数公式进行排序择优。实例分析证明,该模型思路清晰,便于计算机实现。

2 预备知识

2.1 二元语义相关知识

二元语义表示模型是由 Herrera 提出的一种语言信息处理方式。该方法可以有效避免语言评价信息集成和运算过程中可能存在的信息失真问题。

设 S 是由奇数个元素构成的有序自然语言评价集,即 $S = \{s_0, s_1, s_2, \dots, s_g\}$, $g+1$ 称为粒度。二元语义是一种基于符号平移的概念,它采用二元组 (s_i, α_i) 来表示评价信息,其中 $s_i \in S$ 是一个表示该二元语义与预先定义的短语集中最贴近的语言短语 s_i 的偏差的数值,且 $\alpha_i \in [-0.5, 0.5]$ 。

下面简单介绍二元语义的概念与性质。

定义 1 若 $s_i \in S$ 是个语言短语,那么相应的二元语义形式可通过下面的函数 θ 获得:

$$\begin{aligned} \theta: S \rightarrow S \times [-0.5, 0.5] \\ \theta(s_i) = (s_i, 0), s_i \in S \end{aligned} \quad (1)$$

定义 2 设 $S = \{s_0, s_1, s_2, \dots, s_g\}$ 是一个自然语言术语集, β 是一个位于 $[0, g]$ 中的数,它是 S 中的元素集成运算的结果,则与 β 对应的二元语义可由下面函数得到。

$$\begin{aligned} \Delta: [0, g] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5] \\ \Delta(\beta) = (s_i, \alpha_i) = \begin{cases} s_i, & i = \text{round}(\beta) \\ \alpha_i = \beta - i, & \alpha_i \in [-0.5, 0.5] \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\text{round}(\cdot)$ 是四舍五入取整运算。

定义 3 若 (s_i, α_i) 是一个二元语义, $s_i \in S, \alpha_i \in [-0.5, 0.5]$, 则通过函数 Δ^{-1} , 可将二元语义 (s_i, α_i) 转化为相应的数值 β , 即:

$$\begin{aligned} \Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5] \rightarrow [0, g] \\ \Delta^{-1}(s_i, \alpha_i) = i + \alpha_i = \beta \end{aligned} \quad (3)$$

例:假设在语言术语集 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_4\}$ 上进行一个集结运算,其结果为 $\beta = 3.2$, 那么这个信息用二元语义形式表示为: $\Delta(3.2) = (s_3, 0.2)$ 。

下面给出区间二元语义的概念及运算法则。

定义 4 设 $(s_k, \alpha_k), (s_k, \bar{\alpha}_k)$ 为两个二元语义信息, $s_k \in S^T, \alpha_k, \bar{\alpha}_k \in [-0.5, 0.5]$, 且语义关系 $(s_k, \alpha_k) \leq (s_k, \bar{\alpha}_k)$, 则称 $(s_k, \alpha_k) \sim (s_k, \bar{\alpha}_k) = [(s_k, \alpha_k), (s_k, \bar{\alpha}_k)]$ 为一个区间二元语义。当 $(s_k, \alpha_k) = (s_k, \bar{\alpha}_k)$ 时, $(s_k, \alpha_k) \sim$ 退化成确定型语言变量。

定义 5 设 $(s_j, \alpha_j) \sim = [(s_j, \underline{\alpha}_j), (s_j, \bar{\alpha}_j)] (j=1, 2, \dots, n)$ 为一组二元语义信息, $W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ 为相应的权重向量, 且 $\omega_j \in [0, 1], \sum \omega_j = 1$, 则有

$$\begin{aligned} \Phi_w[(s_1, \alpha_1) \sim, (s_2, \alpha_2) \sim, \dots, (s_n, \alpha_n) \sim] = \\ [\Delta(\sum_{j=1}^n \omega_j \Delta^{-1}(s_j, \underline{\alpha}_j)), \Delta(\sum_{j=1}^n \omega_j \Delta^{-1}(s_j, \bar{\alpha}_j))] \end{aligned} \quad (4)$$

则称 Φ_w 为区间二元语义加权算术平均(IT-WAA)算子。

特别地, 当 $\omega_j = 1/n (j=1, 2, \dots, n)$ 时, 算子 Φ_w 退化成区间二元语义算术平均算子。

定义 6 设 $(s_k, \alpha_k) \sim, (s_i, \alpha_i) \sim$ 为任意两个区间二元语义, 则 $(s_k, \alpha_k) \sim$ 优于 $(s_i, \alpha_i) \sim$ 的可能度可以定义为

$$\begin{aligned} p((s_k, \alpha_k) \sim \geq (s_i, \alpha_i) \sim) = \\ \max\{1 - \max(\frac{\Delta^{-1}(s_i, \bar{\alpha}_i) - \Delta^{-1}(s_k, \underline{\alpha}_k)}{\text{len}(s_k, \alpha_k) \sim + \text{len}(s_i, \alpha_i) \sim}, 0), 0\} \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\text{len}(s_k, \alpha_k) \sim = \Delta^{-1}(s_k, \bar{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(s_k, \underline{\alpha}_k)$$

$$\text{len}(s_i, \alpha_i) \sim = \Delta^{-1}(s_i, \bar{\alpha}_i) - \Delta^{-1}(s_i, \underline{\alpha}_i)$$

定义 7 设 $(s_k, \alpha_k) \sim, (s_i, \alpha_i) \sim$ 为任意两个区间二元语义, 则它们的距离公式为:

$$\begin{aligned} d((s_k, \alpha_k) \sim, (s_i, \alpha_i) \sim) = \\ \Delta[\sqrt{\frac{|\Delta^{-1}(s_k, \underline{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(s_i, \underline{\alpha}_i)|^p + |\Delta^{-1}(s_k, \bar{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(s_i, \bar{\alpha}_i)|^p}{2}}] \end{aligned} \quad (6)$$

1) 当 $p=1$ 时, $d_1((s_k, \alpha_k) \sim, (s_i, \alpha_i) \sim)$ 为海明距离。

$$\begin{aligned} d_1((s_k, \alpha_k) \sim, (s_i, \alpha_i) \sim) = \\ \Delta[\frac{|\Delta^{-1}(s_k, \underline{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(s_i, \underline{\alpha}_i)| + |\Delta^{-1}(s_k, \bar{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(s_i, \bar{\alpha}_i)|}{2}] \end{aligned} \quad (7)$$

2) 当 $p=2$ 时, $d_2((s_k, \alpha_k) \sim, (s_i, \alpha_i) \sim)$ 为欧氏距离。

$$\begin{aligned} d_2((s_k, \alpha_k) \sim, (s_i, \alpha_i) \sim) = \\ \Delta[\sqrt{\frac{|\Delta^{-1}(s_k, \underline{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(s_i, \underline{\alpha}_i)|^2 + |\Delta^{-1}(s_k, \bar{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(s_i, \bar{\alpha}_i)|^2}{2}}] \end{aligned} \quad (8)$$

例如:①如下 3 个区间二元语义 $(s_1, \alpha_1) \sim = [(s_1, 0), (s_4, 0)], (s_2, \alpha_2) \sim = [(s_2, 0), (s_3, 0)]$ 和 $(s_3, \alpha_3) \sim = [(s_2, 0), (s_6, 0)]$, 则有

$$\begin{aligned} d_1((s_1, \alpha_1) \sim, (s_3, \alpha_3) \sim) = \\ \Delta[\frac{|\Delta^{-1}(s_1, 0) - \Delta^{-1}(s_2, 0)| + |\Delta^{-1}(s_4, 0) - \Delta^{-1}(s_6, 0)|}{2}] \\ = \Delta(1.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_1((s_2, \alpha_2) \sim, (s_3, \alpha_3) \sim) = \\ \Delta[\frac{|\Delta^{-1}(s_2, 0) - \Delta^{-1}(s_2, 0)| + |\Delta^{-1}(s_3, 0) - \Delta^{-1}(s_6, 0)|}{2}] \\ = \Delta(1.5) \end{aligned}$$

$d_1((s_1, \alpha_1) \sim, (s_3, \alpha_3) \sim) = d_1((s_2, \alpha_2) \sim, (s_3, \alpha_3) \sim)$, 则无法比较 $(s_1, \alpha_1) \sim$ 和 $(s_2, \alpha_2) \sim$ 哪个更接近 $(s_3, \alpha_3) \sim$ 。

②如下 3 个区间二元语义 $(s_4, \alpha_4) \sim = [(s_1, 0), (s_4, 0)], (s_5, \alpha_5) \sim = [(s_4, 0), (s_8, 0)]$ 和 $(s_6, \alpha_6) \sim = [(s_1, 0), (s_9, 0)]$, 有

$$\begin{aligned} d_2((s_4, \alpha_4) \sim, (s_5, \alpha_5) \sim) = \\ \Delta[\sqrt{\frac{|\Delta^{-1}(s_1, 0) - \Delta^{-1}(s_4, 0)|^2 + |\Delta^{-1}(s_4, 0) - \Delta^{-1}(s_8, 0)|^2}{2}}] \\ = \Delta(\frac{5}{\sqrt{2}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_2((s_4, \alpha_4) \sim, (s_6, \alpha_6) \sim) = \\ \Delta[\sqrt{\frac{|\Delta^{-1}(s_1, 0) - \Delta^{-1}(s_1, 0)|^2 + |\Delta^{-1}(s_4, 0) - \Delta^{-1}(s_9, 0)|^2}{2}}] \\ = \Delta(\frac{5}{\sqrt{2}}) \end{aligned}$$

因此, 无法判断 $(s_5, \alpha_5) \sim$ 和 $(s_6, \alpha_6) \sim$ 哪个更接近 $(s_4, \alpha_4) \sim$ 。

由此可见, 基于距离测度的区间二元语义方法可能造成一定的信息混淆, 特别是在属性权重未知的情况下, 采用距离测度得到合理的权重信息有一定困扰。鉴于此, 本文引入矢量相似度来确立客观属性权重。

2.2 优序数及相似度

定义 8 在区间数组 $a_i = [a_i, \bar{a}_i] (i=1, 2, \dots, n)$ 中, 设它们相互比较的可能度矩阵为 $P = (p_{ij})_{n \times n}$, 称矩阵 P 的第 i 行元素 $p_{ij} (j=1, 2, \dots, n)$ 中大于 0.5 的个数为区间数 a_i 的优序数^[8], 记为 $\tau(a_i)$ 。

定义9 设 X 和 Y 是实数集 R 上的两个 n 维向量,且 $X, Y \in \Omega$, 如果 $C(X, Y)$ 满足下面的条件, 则称 $C(X, Y)$ 是两个向量 X 和 Y 的相似度^[9]。

$$C(X, Y) = \frac{XY}{\|X\|_2 \|Y\|_2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2}} \quad (9)$$

其中, $\sum_{i=1}^n x_i y_i$ 是向量 X 和 Y 的内积, $\|X\|_2$ 和 $\|Y\|_2$ 分别

$$C((s_k, \alpha_k)^{\sim}, (s_l, \alpha_l)^{\sim}) = \frac{(s_k, \alpha_k)^{\sim} (s_l, \alpha_l)^{\sim}}{\|(s_k, \alpha_k)^{\sim}\|_2 \|(s_l, \alpha_l)^{\sim}\|_2} = \frac{\Delta^{-1}(s_k, \alpha_k) \Delta^{-1}(s_l, \alpha_l) + \Delta^{-1}(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k) \Delta^{-1}(\bar{s}_l, \bar{\alpha}_l)}{\sqrt{(\Delta^{-1}(s_k, \alpha_k))^{\wedge 2} + ((\Delta^{-1}(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k))^{\wedge 2})} \sqrt{(\Delta^{-1}(s_l, \alpha_l))^{\wedge 2} + ((\Delta^{-1}(\bar{s}_l, \bar{\alpha}_l))^{\wedge 2})}} \quad (10)$$

用该方法可以计算出 $d_1((s_1, \alpha_1)^{\sim}, (s_3, \alpha_3)^{\sim}) > d_1((s_2, \alpha_2)^{\sim}, (s_3, \alpha_3)^{\sim})$; $d_2((s_4, \alpha_4)^{\sim}, (s_5, \alpha_5)^{\sim}) < d_2((s_4, \alpha_4)^{\sim}, (s_6, \alpha_6)^{\sim})$ 。因此, 该方法还适用于基于距离测度无法比较的情况。

2.3 多粒度区间语言评价信息的一致化

多粒度语言信息一致化方法如下^[10]。

首先, 构建基本语言评价集合, 构建的一般原则如下。

1) 若不同粒度语言评价集中只有一个语言集粒度最大, 则将其作为基本语言评价集。

2) 若存在多个最大粒度语言集: ①如果粒度最大的语言集表示的语义相同, 则任选其一; ②如果粒度最大的语言集表示的语义不同, 则需选择比所有评价语言集粒度都大的语言评价集作为基本语言评价集。

然后, 构建语言评价集转换函数对评价信息进行一致化处理。

决策者 $D_k (k=1, 2, \dots, t)$ 根据各自的偏好选择不同的语言评价集 $S^{T_k} = \{s_i^{T_k} | i \in \{0, 1, \dots, T_k - 1\}\}$ 对决策方案 $A_i (i=1, 2, \dots, m)$ 关于属性 $G_j (j=1, 2, \dots, n)$ 进行测度, 评价值为 $[r_{ij}^k, \bar{r}_{ij}^k]$, 从而得到多粒度下区间语言评价矩阵 $\hat{R}^k = ([r_{ij}^k, \bar{r}_{ij}^k])_{m \times n}$ 。若选定的基本评价语言集为 $S^T = \{s_i^T | i \in \{0, 1, \dots, T-1\}\}$, 采用下列转换函数 ζ 将 $\hat{R}^k$ 转换为由基本语言评价集 S^T 表示的区间二元语义矩阵形式。

$$[\zeta(\hat{r}_{ij}^k, \bar{\hat{r}}_{ij}^k), \zeta(\bar{\hat{r}}_{ij}^k, \bar{\bar{\hat{r}}}_{ij}^k)] = \zeta(r_{ij}^k, \bar{r}_{ij}^k) = \{\Delta[\Delta^{-1}(\theta(r_{ij}^k)) (T-1)/(T_k-1)], \Delta[\Delta^{-1}(\theta(\bar{r}_{ij}^k)) (T-1)/(T_k-1)]\} \quad (11)$$

其中, $\hat{r}_{ij}^k, \bar{\hat{r}}_{ij}^k \in S^T, \alpha_{ij}^k, \bar{\alpha}_{ij}^k \in [-0.5, 0.5]$, 则有多粒度下的区间语言评价矩阵 $\hat{R}^k = ([r_{ij}^k, \bar{r}_{ij}^k], [\bar{r}_{ij}^k, \bar{\bar{r}}_{ij}^k])_{m \times n}$, $\hat{R}^k$ 为由基本语言评价集 S^T 表示的区间二元语义评价矩阵。

由文献^[10]可知, 经过上式转换得到的二元语义评价信息之间的优劣关系并没有改变。

3 基于相似度的群决策方法

设各个决策者的权重为 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t)$, 且有 $\sum_{k=1}^t \lambda_k = 1$ 。

1. 根据区间二元语义加权算术平均(IT-WAA)算子将一致化后的各个区间二元语义评价矩阵 $\hat{R}^k = ([r_{ij}^k, \bar{r}_{ij}^k], [\bar{r}_{ij}^k, \bar{\bar{r}}_{ij}^k])_{m \times n}$ 集结为群体区间二元语义评价矩阵。

$$\hat{R} = ((r_{ij}, \alpha_{ij})^{\sim}, (\bar{r}_{ij}, \bar{\alpha}_{ij})^{\sim})_{m \times n} = ([r_{ij}, \alpha_{ij}], [\bar{r}_{ij}, \bar{\alpha}_{ij}])_{m \times n} \quad (12)$$

是向量 X 和 Y 的 2-范数。 $C(X, Y)$ 满足以下性质:

- (1) $0 \leq C(X, Y) \leq 1$;
- (2) 若 $X=Y$, 则 $C(X, Y)=1$;
- (3) $C(X, Y)=C(Y, X)$ 。

以上性质的证明过程参照文献^[9]。

定义10 设 $(s_k, \alpha_k)^{\sim}$ 和 $(s_l, \alpha_l)^{\sim}$ 是实数集 R 上的两个 2 维向量, 则

其中 $(\hat{r}_{ij}, \alpha_{ij})^{\sim} = \Delta[\sum_{k=1}^t \lambda_k \Delta^{-1}(\hat{r}_{ij}^k, \alpha_{ij}^k)]$, $(\bar{r}_{ij}, \bar{\alpha}_{ij})^{\sim} = \Delta[\sum_{k=1}^t \lambda_k \Delta^{-1}(\bar{r}_{ij}^k, \bar{\alpha}_{ij}^k)]$ 。

对于多属性群决策问题, 由于客观事物的不确定性和人类思维的模糊性, 决策者往往很难给出明确的属性权重值, 权重信息是不完全的, 即 $0 \leq a_j \leq \omega_j \leq b_j \leq 1$, b_j, a_j 分别为权重 ω_j 的上、下限, 其中 $\sum \omega_j = 1$ 。

决策者确定属性权重的一个重要思想是使每个决策方案的属性值与正理想方案相似度尽可能高、与负理想方案相似度尽可能低, 则可根据相似关系的思想得到一种确定属性权重的客观赋权方法, 即确定属性权重使得每个方案的属性值与其正理想方案的相似度尽可能大、与负理想方案的相似度尽可能小。

例如: 现有两个区间二元语义 $(s_1, \alpha_1)^{\sim} = [(s_1, 0), (s_2, 0)]$ 、 $(s_2, \alpha_2)^{\sim} = [(s_6, 0), (s_8, 0)]$, 则其相似度为 $C((s_1, \alpha_1)^{\sim}, (s_2, \alpha_2)^{\sim}) = \frac{1 \times 6 + 2 \times 8}{\sqrt{1^{\wedge 2} + 2^{\wedge 2}} \sqrt{6^{\wedge 2} + 8^{\wedge 2}}} = 0.984$ 。

若 $r_j^+, \bar{r}_j^-$ 分别表示第 j 个属性的正、负理想值, 则称 $r^+ = (r_1^+, r_2^+, \dots, r_n^+)^T$ 为 n 个属性的正理想方案, $r^- = (r_1^-, r_2^-, \dots, r_n^-)^T$ 为 n 个属性的负理想方案。

$$r_j^+ = [r_j^+, \bar{r}_j^+] = [\Delta\{\max_{1 \leq i \leq m} \Delta^{-1}(\hat{r}_{ij}, \alpha_{ij})^{\sim}\}, \Delta\{\max_{1 \leq i \leq m} \Delta^{-1}(\bar{\hat{r}}_{ij}, \bar{\alpha}_{ij})^{\sim}\}]$$

$$r_j^- = [r_j^-, \bar{r}_j^-] = [\Delta\{\min_{1 \leq i \leq m} \Delta^{-1}(\hat{r}_{ij}, \alpha_{ij})^{\sim}\}, \Delta\{\min_{1 \leq i \leq m} \Delta^{-1}(\bar{\hat{r}}_{ij}, \bar{\alpha}_{ij})^{\sim}\}] \quad (13)$$

本文的相似度采用向量相似度思想, 即针对某个属性, 方案与理想方案的值均是区间二元语义, 将每个区间二元语义看作一个具有两个元素的向量, 因此可以采用式(10)计算出在该属性下该方案与理想方案的相似度。

根据相似度的思想, 方案 A_i 与正理想方案 r^+ 的相似度越高, 方案越优。权重向量 W 的选取应使所有方案对正理想方案的总相似度最大。为此, 构造目标函数:

$$\max \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m C_{w_j}(A_i, r^+) \quad \text{s. t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^n w_j = 1 \\ 0 \leq a_j \leq w_j \leq b_j \leq 1, j=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (14)$$

当 $a_j=0, b_j=1$ 时, 属性权重完全未知。

与负理想方案 r^- 相似度越低, 方案越优。权重向量 W 的选取应使所有方案对负理想方案的总相似度最小。为此, 构造目标函数:

$$\begin{aligned} \min & \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m C_{w_j}(A_i, r^-) \\ \text{s. t.} & \begin{cases} \sum_{j=1}^n w_j = 1 \\ 0 \leq a_j \leq w_j \leq b_j \leq 1, j=1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

由于两个目标函数的重要性相同,可将其转化为如下单目标规划:

$$\begin{aligned} \min & \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m C_{w_j}(A_i, r^-) - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m C_{w_j}(A_i, r^+) \\ = & \min \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m (C_{w_j}(A_i, r^-) - C_{w_j}(A_i, r^+)) \\ \text{s. t.} & \begin{cases} \sum_{j=1}^n w_j = 1 \\ 0 \leq a_j \leq w_j \leq b_j \leq 1, j=1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

此模型可通过 LINGO 或 MATLAB 软件求解,得到的最优解即为属性权重向量。

由以上分析可知多粒度区间语言评价信息的多属性群决策问题的方案排序步骤:

步骤 1 决策者 D_k 根据各自的偏好选择不同的语言评价集 S^{T_k} 对方案进行测度,从而得到多粒度下区间语言评价矩阵 $\tilde{R}^k$ 。设定基本语言评价集 S^T ,利用式(11)将 $\tilde{R}^k$ 转换为由基本语言评价集 S^T 表示的区间二元语义矩阵形式 $\hat{R}^k$ 。

步骤 2 根据 IT-WAA 算子和决策者权重 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t)$,利用式(12)将 $\hat{R}^k$ 集结为群体区间语言评价矩阵 $\tilde{\hat{R}}$ 。

步骤 3 由式(13)确定出方案属性的正、负理想方案,再利用式(10)和模型(16)得到最优属性权重向量 $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 。

步骤 4 由 IT-WAA 算子对 $\tilde{\hat{R}}$ 按行进行集结,利用式(4)得各方案区间二元语义群体综合评价值,令其为 $\tilde{Z}_i(w)$ 。

步骤 5 利用式(5)计算 $\tilde{Z}_i(w)$ 两两比较的可能度 $p_{ij} = p(\tilde{Z}_i(w) \geq \tilde{Z}_j(w))$, $i, j=1, 2, \dots, m$,从而构造可能度矩阵 $P = (p_{ij})_{m \times m}$ 。

步骤 6 根据定义 8 计算各方案区间优序数 $\tau(\tilde{Z}_i)$ 。

步骤 7 根据 $\tau(\tilde{Z}_i)$ 的大小对方案排序。

4 算例分析

设有 4 位决策者 $D_k (k=1, 2, 3, 4)$,权重为 $\lambda = (1/4, 1/4,$

$$\tilde{\hat{R}} = \begin{bmatrix} [(s_5^{11}, 0), (s_7^{11}, -0.0825)] & [(s_4^{11}, -0.125), (s_6^{11}, 0.105)] \\ [(s_6^{11}, -0.48), (s_1^{11}, 0.375)] & [(s_5^{11}, -0.5), (s_6^{11}, 0.355)] \\ [(s_7^{11}, -0.145), (s_{10}^{11}, -0.5)] & [(s_6^{11}, 0.2925), (s_9^{11}, -0.0625)] \\ [(s_4^{11}, -0.3325), (s_6^{11}, 0.3125)] & [(s_6^{11}, -0.105), (s_8^{11}, -0.25)] \end{bmatrix}$$

由 $\tilde{\hat{R}}$ 可得各属性的正理想方案 r^+ 和负理想案 r^- 分别如下所示:

$$r^+ = [(s_7^{11}, -0.145), (s_{10}^{11}, -0.5)], [(s_6^{11}, 0.2925), (s_9^{11}, -0.0625)], [(s_5^{11}, -0.355), (s_7^{11}, -0.3325)], [(s_6^{11}, -0.4175), (s_8^{11}, 0.0625)]$$

$$r^- = [(s_4^{11}, -0.3325), (s_6^{11}, 0.3125)], [(s_4^{11}, -0.125), (s_6^{11}, 0.105)], [(s_1^{11}, -0.5), (s_3^{11}, 0.0825)], [(s_3^{11}, -0.145), (s_5^{11}, 0.1875)]$$

将以上数据代入模型(16),即得如下线性规划模型:

$$\min(-0.009w_1 - 0.00425w_2 - 0.13451w_3 + 0.004645w_4)$$

$1/4, 1/4)$,各属性权重范围分别为: $0.20 \leq w_1 \leq 0.30, 0.25 \leq w_2 \leq 0.40, 0.15 \leq w_3 \leq 0.20, 0.25 \leq w_4 \leq 0.35$ 。分别采用 4 个不同粒度的语言评价集:

$$S_1^7 = \{s_0^7, s_1^7, s_2^7, s_3^7, s_4^7, s_5^7, s_6^7\}$$

$$S_2^5 = \{s_0^5, s_1^5, s_2^5, s_3^5, s_4^5\}$$

$$S_3^9 = \{s_0^9, s_1^9, s_2^9, s_3^9, s_4^9, s_5^9, s_6^9, s_7^9, s_8^9\}$$

$$S_4^{11} = \{s_0^{11}, s_1^{11}, s_2^{11}, s_3^{11}, s_4^{11}, s_5^{11}, s_6^{11}, s_7^{11}, s_8^{11}, s_9^{11}, s_{10}^{11}\}$$

针对 4 个方案集 $A_i (i=1, 2, 3, 4)$ 关于 4 个属性集 $G_j (j=1, 2, 3, 4)$ 测度,给出如下区间语言评价信息:

$$\begin{aligned} \tilde{R}^1 &= \begin{bmatrix} [s_3^7, s_4^7] & [s_0^7, s_1^7] & [s_0^7, s_2^7] & [s_5^7, s_6^7] \\ [s_5^7, s_6^7] & [s_3^7, s_4^7] & [s_2^7, s_3^7] & [s_1^7, s_3^7] \\ [s_4^7, s_6^7] & [s_4^7, s_6^7] & [s_3^7, s_4^7] & [s_2^7, s_3^7] \\ [s_1^7, s_3^7] & [s_5^7, s_6^7] & [s_2^7, s_4^7] & [s_3^7, s_4^7] \end{bmatrix} \\ \tilde{R}^2 &= \begin{bmatrix} [s_2^5, s_3^5] & [s_0^5, s_2^5] & [s_0^5, s_1^5] & [s_3^5, s_4^5] \\ [s_3^5, s_4^5] & [s_3^5, s_3^5] & [s_2^5, s_4^5] & [s_1^5, s_2^5] \\ [s_2^5, s_4^5] & [s_2^5, s_4^5] & [s_1^5, s_2^5] & [s_1^5, s_3^5] \\ [s_1^5, s_3^5] & [s_2^5, s_3^5] & [s_2^5, s_3^5] & [s_2^5, s_4^5] \end{bmatrix} \\ \tilde{R}^3 &= \begin{bmatrix} [s_4^9, s_6^9] & [s_6^9, s_7^9] & [s_0^9, s_2^9] & [s_2^9, s_5^9] \\ [s_1^9, s_2^9] & [s_4^9, s_5^9] & [s_1^9, s_4^9] & [s_1^9, s_3^9] \\ [s_7^9, s_8^9] & [s_6^9, s_7^9] & [s_4^9, s_5^9] & [s_5^9, s_6^9] \\ [s_6^9, s_7^9] & [s_5^9, s_6^9] & [s_1^9, s_2^9] & [s_4^9, s_5^9] \end{bmatrix} \\ \tilde{R}^4 &= \begin{bmatrix} [s_5^{11}, s_6^{11}] & [s_1^{11}, s_4^{11}] & [s_2^{11}, s_4^{11}] & [s_4^{11}, s_6^{11}] \\ [s_1^{11}, s_3^{11}] & [s_3^{11}, s_5^{11}] & [s_3^{11}, s_6^{11}] & [s_6^{11}, s_7^{11}] \\ [s_7^{11}, s_8^{11}] & [s_6^{11}, s_7^{11}] & [s_4^{11}, s_5^{11}] & [s_0^{11}, s_2^{11}] \\ [s_3^{11}, s_4^{11}] & [s_4^{11}, s_6^{11}] & [s_9^{11}, s_{10}^{11}] & [s_3^{11}, s_5^{11}] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

下面根据本文方法对方案进行排序和择优。首先,根据语言评价集粒度最大的原则确定基本语言评价集应为 S_1^{11} 。可将 $\tilde{R}^1, \tilde{R}^2, \tilde{R}^3, \tilde{R}^4$ 通过转换函数 ζ 转换为基本语言评价集

表示的一致化后的区间二元语义评价矩阵 $\tilde{\hat{R}}^1, \tilde{\hat{R}}^2, \tilde{\hat{R}}^3, \tilde{\hat{R}}^4$,由于篇幅有限,此处从略。

再由 $\lambda = (1/4, 1/4, 1/4, 1/4)$,利用 IT-WAA 算子将 $\tilde{\hat{R}}^1, \tilde{\hat{R}}^2, \tilde{\hat{R}}^3, \tilde{\hat{R}}^4$ 集结为群体区间语言评价矩阵:

$$\begin{bmatrix} [(s_1^{11}, -0.5), (s_3^{11}, 0.0825)] & [(s_6^{11}, -0.4175), (s_8^{11}, 0.0625)] \\ [(s_3^{11}, 0.145), (s_7^{11}, -0.5)] & [(s_3^{11}, -0.145), (s_5^{11}, -0.1875)] \\ [(s_4^{11}, 0.125), (s_6^{11}, -0.27)] & [(s_3^{11}, 0.02), (s_6^{11}, -0.5)] \\ [(s_5^{11}, -0.355), (s_7^{11}, -0.3325)] & [(s_5^{11}, -0.5), (s_7^{11}, -0.02)] \end{bmatrix}$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^4 w_j = 1 \\ 0.20 \leq w_1 \leq 0.30, 0.25 \leq w_2 \leq 0.40, \\ 0.15 \leq w_3 \leq 0.20, 0.25 \leq w_4 \leq 0.35 \end{cases}$$

用 MATLAB7.0 求得各属性权重分别为: $w_1 = 0.3, w_2 = 0.25, w_3 = 0.2, w_4 = 0.25$ 。

利用 IT-WAA 算子对 $\tilde{\hat{R}}$ 进行行集结得到各方案区间二元语义综合评价值:

$$\tilde{Z}_1(w) = [(s_4^{11}, -0.04), (s_6^{11}, 0.23)]$$

$$\tilde{Z}_2(w) = [(s_4^{11}, -0.18), (s_6^{11}, 0)]$$

(下转第 295 页)

- [10] Huo Dong-hai, Yang Dan, Zhang Xiao-hong, et al. Principal component analysis based codebook background modeling algorithm [J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(4): 591-600 (in Chinese)
霍东海, 杨丹, 张小洪, 等. 一种基于主成分分析的 Codebook 背景建模算法[J]. 自动化学报, 2012, 38(4): 591-600
- [11] Toyama K, Krumm J, Brumitt B, et al. Principles and practice of background maintenance [C] // Proceedings of the 7th International Conference on Computer Vision. Kerkyra, Greece; IEEE, 1999; 255-261
- [12] Wang Y, Loe K F, Wu J K. A dynamic conditional random field model for foreground and shadow segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(2): 279-289
- [13] Seki M, Wada T, Fujiwara H, et al. Background subtraction based on cooccurrence of image variations [C] // Proceedings of

- IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D. C, USA; IEEE, 2003; 65-72
- [14] Matsuyama T, Ohya T, Habe H. Background subtraction for non-stationary scenes [C] // Proceedings of the 4th Asian Conference on Computer Vision. Taipei, Taiwan; University Trier Press, 2000; 114-116
- [15] Heikkilä M, Pietikainen M. A texture-based method for modeling the background and detecting moving objects [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(4): 657-662
- [16] Chen Y T, Chen C S, Huang C R, et al. Efficient hierarchical method for background subtraction [J]. Pattern Recognition, 2007, 40(10): 2706-2715
- [17] Liu Ya-zhou, Yao Hong-xun, Gao Wen, et al. Nonparametric Background Generation [C] // International Conference on Pattern Recognition (ICPR), 2006; 916-919

(上接第 265 页)

$$\tilde{Z}_3(w) = [(s_5^{11}, 0.21), (s_8^{11}, -0.39)]$$

$$\tilde{Z}_4(w) = [(s_5^{11}, -0.37), (s_7^{11}, 0.09)]$$

对 $\tilde{Z}_j(w)$ 进行两两比较构造可能度矩阵:

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.54 & 0.22 & 0.35 \\ 0.46 & 0.5 & 0.17 & 0.31 \\ 0.78 & 0.83 & 0.5 & 0.64 \\ 0.65 & 0.69 & 0.36 & 0.5 \end{bmatrix}$$

设 $\tilde{Z}_j(w)$ 的优序数为 $\tau(\tilde{Z}_j)$ ($j=1, 2, 3, 4$), 则 $\tau(\tilde{Z}_1)=1$, $\tau(\tilde{Z}_2)=0$, $\tau(\tilde{Z}_3)=3$, $\tau(\tilde{Z}_4)=2$ 。

因为 $\tau(\tilde{Z}_3) > \tau(\tilde{Z}_4) > \tau(\tilde{Z}_1) > \tau(\tilde{Z}_2)$, 所以 $A_3 > A_4 > A_1 > A_2$, 即最优方案为 A_3 。该排序与文献[7]的研究成果一致, 证明了本方法的有效性和可行性, 且该方法计算较简单。

结束语 本文研究了属性权重部分未知或完全未知且属性值为多粒度不确定语言评价信息的多属性群决策问题, 主要工作如下: 1) 采用二元语义处理语言型信息, 有效避免了多粒度区间语言评价信息集结和运算时出现的信息损失和扭曲; 2) 基于矢量相关系数的确定属性权重的客观赋权方法弥补了距离测度易造成信息混淆的不足, 且思路清晰, 为属性权重求解提供了新思路; 3) 采用区间数的优序数排序方法对各方方案排序择优, 相比可能度公式更简洁, 且具有保序性。

参考文献

- [1] Herrera F, Herrera-Viedma E, Martinez L. A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term set in decision making [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 43-58
- [2] Herrera F, Martinez L. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multi-granular hierarchical linguistic contexts in multi-expert decision making [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 2001, 31(2): 227-234
- [3] Liu Yang, Fan Zhi-ping. A group decision-making method with multi-granularity uncertain linguistic information [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2009, 30(4): 601-604 (in Chinese)
刘洋, 樊治平. 一种具有多粒度不确定语言信息的群决策方法

- [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2009, 30(4): 601-604
- [4] Fan Zhi-ping, Liu Yang. A method for group decision making based on multi-granularity uncertain linguistic information [J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(5): 4000-4008
- [5] Xu Xin-qing, Xu Min-xiang, Cheng Jun-mo. A projection model based on linguistic term indices in uncertain linguistic multi-attribute decision making [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2009, 39(10): 1-6 (in Chinese)
徐新清, 徐敏祥, 程钧谟. 构建不确定语言型多属性决策的投影模型[J]. 数学的实践与认识, 2009, 39(10): 1-6
- [6] Zhang Zhen, Guo Chong-hui. A multi-granularity uncertain linguistic group decision-making method based on relative entropy [J]. Journal of Dalian University of Technology, 2012, 56(6): 921-927 (in Chinese)
张震, 郭崇慧. 基于相对熵的多粒度不确定语言型群决策方法[J]. 大连理工大学学报, 2012, 52(6): 921-927
- [7] Liu Xi, Wang Xiao, Chen Hua-you. A multiple attribute group decision making method based on multi-granularity interval two-tuple linguistic information [J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2011, 34(1): 155-159 (in Chinese)
刘兮, 王晓, 陈华友. 一种多粒度区间语言信息的多属性群决策方法[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2011, 34(1): 155-159
- [8] Gao Feng-ji. Possibility degree and comprehensive priority of interval numbers [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2013, 33(8): 2033-2039 (in Chinese)
高峰记. 可能度及区间数综合排序[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(8): 2033-2039
- [9] Salton G, McGill M J. Introduction to modern information retrieval [R]. New York: McGraw-Hill, 1987
- [10] Zhang Yuan-lin, Kuang Xing-hua. Approach for multi-attribute group decision-making with multi-granular linguistic preference matrices [J]. Control and Decision, 2008, 23(11): 1296-1300 (in Chinese)
张园林, 匡兴华. 一种基于多粒度语言偏好矩阵的多属性群决策方法[J]. 控制与决策, 2008, 23(11): 1296-1300