计算节点不可靠网络可靠度的一种 MDD 算法

王泓刚 董荣胜 钱俊彦

(桂林电子科技大学广西可信软件重点实验室 桂林 541004)

摘 要 节点或边不可靠网络的可靠度分析问题是 NP-hard 问题,网络节点和边都不可靠的假设更接近现实。基于 网络节点和边二元状态的假设,构建了节点和边不可靠网络的形式化模型,给出了分析节点和边不可靠网络可靠度的 NEF_MDD 算法。该算法将单个节点与其未访问邻接边划分为一个集合,通过枚举节点和边的不同组合,合并导致子 网同构的冗余状态,获得简化后的状态向量和可靠度向量,并用一个多值决策图变量来表述。通过使用自定义的 MDD 操作算子,构建整个网络的 MDD,遍历 MDD 节点,计算网络的可靠度。与二元决策图方法相比,该方法能够降 低决策图层数和节点规模,有助于节点和边不可靠网络的可靠度分析。

关键词 多值决策图,网络可靠度,不可靠节点,不可靠边

中图法分类号 TP393 文献标识码 A DOI 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.1.035

Novel Reliability Analysis Algorithm Based on MDDs in Networks with Imperfect Nodes

WANG Hong-gang DONG Rong-sheng QIAN Jun-yan

(Guangxi Key Lab of Trusted Software, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract The reliability of networks with imperfect nodes or edges is an NP-hard problem, and the assumption of networks with imperfect nodes and edges is closer to real life. A formal model of networks with binary state nodes and edges was constructed, and a novel network reliability analysis algorithm was proposed. Any node and its adjacent non-visited edges' combination states are enumerated to merge isomorphic sub-networks. Then, a MDD variable is used to represent the reduced state vector and corresponding probability vector. Finally, the MDD representing for the network is constructed by a custom operation, Experiment shows that the level and size of decision diagram generated by the proposed algorithm are less than the corresponding binary decision diagram.

Keywords Multi-valued decision diagram, Network reliability, Imperfect nodes, Imperfect edge

1 引言

网络可靠度分析是网络设计、验证和维护阶段的一个关 键问题,广泛应用于无线传感器网络、随机流网络等领域^{[1-4}]。 网络可靠度分析的相关研究通常基于节点可靠、边可靠、节点 和边都不可靠这3种假设,这3种假设下的网络可靠度分析 都是 NP-hard 问题^[11]。现实世界中的随机网络节点和边都可 能出现故障,因此,节点和边都不可靠的假设更贴近现实^[5]。

在节点和边都不可靠的假设下,网络可靠度分析的精确 方法以因子分解法、最小路径法和二元决策图(Binary Decision Diagram,BDD)法为代表^[6]。文献[7,8]在删除链路边之 后处理链路两端不可靠节点,用链路有效和边失效的条件概 率公式替换节点可靠的因子分解公式,提出节点和边都不可 靠的因子分解与网络缩减算法;但因子分解由于存在大量冗 余计算,当网络规模增大时会变得低效^[9]。文献[2,3]研究了 约束条件下节点不可靠的随机流网络,通过找出满足约束条 件的所有下界点集(极小状态),利用容斥原理对下界点集进 行不交化处理求解网络的可靠度。文献[2,3]需要找出网络 的所有最小路径,这是一个 NP-hard 问题^[2,10]。同时,容斥原 理在扩展过程中会生成很多相互抵消的项,导致冗余计 算^[11]。文献[5,9]引人 BDD 计算节点和边不可靠网络的可 靠度,BDD 由于具有隐式表示状态空间的特性,能够在一定 程度上缓解状态空间组合爆炸的问题,提高了计算效率。

多值决策图(Multi-valued Decision Diagram, MDD)是 BDD的一般化形式。由于 MDD 变量具有多值(多状态)特 性,与等价的 BDD 结构比较, MDD 结构有更少的空间消 耗^[12,13]。文献[14]基于网络二元状态的假设,通过枚举节点 和其未访问邻接边的不同组合,生成节点和其未访问邻接边 的状态属性集合,定义多值变量构建网络的 MDD。在定义二 元网络的多值变量和构建网络 MDD 的过程中,文献[14]对 引入 MDD 计算二元状态网络的可靠度提供了可行依据。

本文在文献[5,14]的基础上,将 MDD 引入节点和边不 可靠网络的可靠度分析问题。基于节点和边二元状态的假 设,构建了节点和边不可靠网络的形式化模型,给出了分析节

到稿日期:2015-01-05 返修日期:2015-04-03 本文受国家自然科学基金(61363070),广西可信软件重点实验室资助课题(kx201401),广西 高等学校高水平创新团队及卓越学者计划,桂林电子科技大学创新团队资助。

王泓刚(1987一),硕士生,主要研究方向为无线传感器网络、网络可靠性,E-mail;hgwang8771@hotmail.com;董荣胜(1965一),教授,CCF高级 会员,主要研究方向为无线传感器网络、网络可靠性、形式化技术、协议工程;钱俊彦(1973一),教授,CCF会员,主要研究方向为软件工程、模型 检验、程序验证。

点和边不可靠网络可靠度的 NEF_MDD 算法。与因子分解 法和最小路径法相比,NEF_MDD 算法构建的 MDD 具有隐 式表示状态空间的特征。与等价的 BDD 结构相比,NEF_ MDD 算法构建的 MDD 层数等于节点数目,简化了决策图的 节点规模。实例分析及实验结果表明,NEF_MDD 算法构建 的 MDD 层数和节点规模小于 BDD 算法构建的决策图。

本文第2节介绍节点和边不可靠网络的形式化模型、可 靠度定义、节点和边的约束条件;第3节介绍多值决策图和控 制决策图的操作算子;第4节给出本文的算法和伪代码描述, 用实例分析验证算法的正确性;第5节给出与 BDD 算法对比 的实验结果;最后对本文工作做出总结。

2 节点和边不可靠网络

2.1 节点和边不可靠网络模型

图 1(a)给出一个有 3 个节点和 3 条边的网络图实例,节 点和边无权值,并以给定概率失效。



图1 网络图实例

下面给出节点和边不可靠网络的形式化模型。

定义1 节点和边不可靠网络的形式化模型 NEFN (Node-and-edge fault network)用六元组(G, M, P, H, U, W) 表示,其中:

(1)G = (V, E)表示网络图; $V = \{v_1, \dots, v_i, \dots, v_n\}$ 表示网络的节点集,其中 $i \in \{1, 2, \dots, m\}$;V 中唯一存在源点 s 和终端节点t; $E = \{e_1, \dots, e_j, \dots, e_n\}$ 表示网络的边集,其中 $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ 。

(2) $M = \{M_{11}, \dots, M_{1m}, M_{21}, \dots, M_{2n}\}$ 表示节点和边的状态向量,其中, $M_{1i} = \{0,1\}$ 表示节点 v_i 的状态集合,0表示节 点失效,1表示节点正常工作; $M_{2j} = \{0,1\}$ 表示边 e_j 的状态集合,0表示边,1表示边正常工作。

(3) $P = \{P_{11}, \dots, P_{1m}, P_{21}, \dots, P_{2n}\}$ 表示节点和边的可靠 度向量,与状态向量 *M* 对应。其中, $P_{ij} = \{p_{ij0}, p_{ij1}\}, i \in \{1, 2\}, j \in \{1, \dots, MAX(m, n)\}; P_{ijk} (k \in \{0, 1\})$ 表示节点 v_{ij} 或边 e_{ij} 对应状态k的概率,且 $P_{ij0} + P_{ij1} = 1$ 。

(4) $H = \{H_1, H_2, \dots, H_m\}$ 。 $H_i = \{v_i, ve_{i1}, \dots, ve_{ir}\}$ 表示 节点与其未访问邻接边的集合, ve_{ij} 表示 H_i 内与 v_i 相连且未 被访问的第j条邻接边。任意两个集合满足条件 $H_i \cap H_j =$ $\emptyset(i \neq j)$,所有集合满足条件 $\bigcup_{i=1}^{m} H_i = V \cup E$ 。

(5) $U = \{U_1, U_2, ..., U_m\}$ 是对应 H 的状态向量, $U_i = \{f_{i0}, f_{i1}, ..., f_{iy}\}$, y 的取值满足 y $\leq 2^{|H|} - 1$ 。 f_{ij} ($j \in \{0, ..., y\}$)表示 H_i 处于第 j 个状态。 f_{ij} 取值为 0 表示处于第 j 个状态的 H_i 中不存在一条从 s 到 t 的连通路径, f_{ij} 取值为 1 表示 处于第 j 个状态的 H_i 中存在一条从 s 到 t 的连通路径, f_{ij} 取 值为 1 表示 位于第 j 个状态的 H_i 中存在一条从 s 到 t 的连通路径, f_{ij} 取 值为其他表示无法判定当前状态下 H_i 中是否存在连通路 径。

(6) $W = \{W_1, W_2, ..., W_m\}$ 是对应 H 的可靠度向量, $W_i = \{p_{i0}, p_{i1}, ..., p_{iy}\}, y$ 的取值满足 $y \leq 2^{|Hi|} - 1$ 。 $P_{ij} (0 \leq j \leq y)$ 表示 H_i 处于状态 j 的概率, 且 $\sum_{i=0}^{y} p_{ij} = 1$ 。

在 NEFN 模型中,对于一个给定的网络 G、状态向量 M

和可靠度向量 P,则可以将网络 G 划分为若干个节点和边的 集合 H,并由此计算出 H 对应的状态向量 U 和可靠度向量 W。具体方法在第 4 节介绍。

2.2 节点和边不可靠网络可靠度 网络可靠度的定义基于如下假设:

(1)网络的节点和边都为二元状态,任意节点和边的状态 随机且独立分布;

(2)所有节点和边正常工作的概率为 0.9,失效概率为 0.1;(3)网络有唯一源点 s 和唯一终端节点 t。

定义2 给定网络模型 NEFN,节点和边不可靠网络的 可靠度是 s 和 t 之间至少存在一条连通路径的概率^[5]。用 h表示一条连通路径,函数 H(x,y)表示元素 x 在 y 内,则节点 和边不可靠网络的可靠度 NEF_REL 可形式化描述为 NEF_ REL= $Pr\{\exists h((\forall v_i)(H(v_i,h) \land (M_{1i}=1)) \land (\forall e_j)(H(e_j, h) \land (M_{2i}=1)))\}$ 。

2.3 节点和边的约束条件

给定如图 1(b)所示链路模型,节点 v; 和 v; 以及边 e, 满 足约束条件:如果 v; 或 v; 失效,则边 e, 失效。结合 NEFN 模 型,把该约束条件形式化描述为式(1):

 $((M_{1i}=0) \lor (M_{1j}=0)) \rightarrow (M_{2k}=0)$ (1)

3 多值决策图

3.1 多值决策图

定义3多值决策图可以用一个具有多个终端节点的有向无环图来表示,表示具有 n 个变量的离散函数,形式化描述为式(2):

$$f: U_1 \times \cdots \times U_m \to S \tag{2}$$

其中:

(1) $U_i = \{f_{i0}, f_{i1}, \dots, f_{iy}\}$ 表示多值变量的状态集合;

(2)S为 MDD 终端节点的有限值域;

(3) MDD的节点包括终端节点和非终端节点,终端节点从 S中取值,非终端节点用 d_i 及 y+1个指针表示,指向y+1个 其他 MDD 节点。

MDD 的具体表现形式如图 2 所示。



图 2 MDD 结构图

MDD 的终端节点取值为 0 和 1,0 表示 s 和 t 之间不存在 一条连通路径,1 表示 s 和 t 之间存在一条连通路径。

3.2 MDD 的自定义操作

计算网络可靠度,首先构造网络的 MDD,然后遍历 MDD 计算可靠度的值。下面给出 MDD 操作的定义。

定义4 给定离散函数 $A = case(a, A_1, A_2, \dots, A_n)$ 和 $B = case(a, B_1, B_2, \dots, B_n)$,根据 $a \ \pi b \$ 索引值的不同, $A \ \pi B \$ 的操作形式化描述为式(3):

 $A \Diamond B = case(a, A_1, A_2, \dots, A_n) \Diamond case(b, B_1, B_2, \dots, B_n)$

 $(case(a, A_1 \Diamond B_1, A_2 \Diamond B_2, \dots, A_n \Diamond B_n), index(a) = index(b)$

 $case(a, A_1 \Diamond B_1, A_2 \Diamond B_2, \dots, A_n \Diamond B_n), index(a) < index(b)$

 $(case(b,A_1 \Diamond B_1, A_2 \Diamond B_2, \dots, A_n \Diamond B_n), index(a) > index(b))$

(3)

其中,◇代表如布尔操作、算术操作以及对离散函数的自定义

操作等操作。为了方便构造和操作 MDD,本节自定义关于 MDD 的 And_MDD 操作算子,And_MDD 操作算子的取值如 表 1 所列。

表1 And_MDD操作算子的取值

A	В	And_MDD
0	f_{B0}	
•••		0
0	f_{By}	
fAx	1	
	•••	1
f_{Ax}	1	
fAy	fBo	f _{Ay} ∪f _{B0}
fAy	fBy	f _{Ay} ∪f _{By}

其中,A和B的取值 f_{ij} 参考定义1,U表示并运算。

下面基于图 3(a)和图 3(b)来说明 And_MDD 操作算子, 假设 $s_1 \cup s_2$ 内存在一条从 s到 t 的可行路径。图 3(c)和图 3(d)分别是在 index(a) < index(b)和 index(a) > index(b)的 情况下由 And_MDD 操作算子构建的 MDD。



3.3 遍历 MDD 计算网络可靠度

计算网络可靠度需要递归遍历表示网络的 MDD,如式 (4)所示,生成的 MDD 对应式(2)的函数 *f*。

$$NEF_Rel = P(f) = \begin{cases} 0, & f = 0 \\ 1, & f = 1 \\ \sum_{j=0}^{y} p_j P(f_j), & \text{else} \end{cases}$$
(4)

从上式可以看出,计算当前 MDD 可靠度只与生成 MDD 的节点数目有关,只需要遍历一次 MDD 就可以计算出网络 的可靠度。

4 算法设计

4.1 算法描述

本节提出计算节点和边不可靠网络可靠度的 NEF_MDD 算法。NEF_MDD 算法的输入为节点和边不可靠网络 G、节 点和边状态向量 M 和可靠度向量 P,输出为网络图 G 的连通 可靠度 NEF_REL。NEF_MDD 算法分两步进行:

步骤1 把网络图 G 的节点集 V 和边集 E 划分为集合 H₁ 至 H_m,枚举并化简 H_i 中的状态,得到化简后的状态向量 U_i 和概率向量 W_i。

步骤 1 通过调用 EncodeGraph(V,E)函数实现,Encode-Graph(V,E)函数的伪代码如图 4 所示。

```
EncodeGraph (V,E)
```

```
1. for (i-1 to |V|)
```

```
2. for (j \leftarrow 1 \text{ to } |E|)
```

```
3. if (e_j \neq v_i) 的邻接边) E_i \leftarrow E_i + e_j
```

```
4. V \leftarrow V \leftarrow v_i, E \leftarrow E \leftarrow E_i, H_i \leftarrow v_i + E_i
```

```
5. for (i \leftarrow 1 to |H|)
```

```
6. if (v<sub>i</sub> 是 s 或 t)
```

- 7. if $(|H_i|=1)$
- 8. $f_{i0} \leftarrow 0, p_{i0} \leftarrow p_{1i0}$
- 9. $f_{i1} \leftarrow \{v_i\}, p_{i1} \leftarrow p_{1i1}$
- 10. else if $(|H_i| \ge 2)$
- 11. $f_{i_0} \leftarrow \{\overline{v_i}\}, p_{i_0} \leftarrow p_{1i_0} + p_{1i_1} * p_{2i_0}^{|Hi|-1}, k \leftarrow 2$
- 12. for $(m 1 \text{ to } 2^{|H_i|-1} 1)$
- f_{ik}←{v_i,处于(1&m)状态的 ve_{i1}, …,处于(2^{|Hi|-2}&m)状态的 ve_{i(Hi|-1})}

p_{ik}←p_{lil} II Pr{处于(2ⁿ⁻¹&m)状态的 ve_{in}}

- 15. k←k+1
- 16. else if (v_i不是s或t)
- 17. $f_{i0} \leftarrow \{\overline{v_i}\}, p_{i0} \leftarrow p_{1i0} + p_{1i1} + p_{2i0}^{|Hi|-1}, k \leftarrow 2$
- 18. for $(m 1 \text{ to } 2^{|H_i|-1})$
- 19. f_{ik} ← {v_i, 处于(1&m)状态的 ve_{i1}, …, 处于(2^{|Hi|-2}&m)状态 的 ve_{i(|Hi|-1})</sub>
- 20. $p_{ik} \leftarrow p_{1il} \prod_{i=1}^{|H_{il}|^{-1}} \Pr{\{ 处于(2^{n-1}\&m) 状态的 ve_{in} \}}$

21. k-k+1

22. return H,U,W

图 4 EncodeGraph 函数伪代码

步骤 2 确定一个较优的变量序能够有效地减小决策图 规模,然而,找出最优变量序是一个 NP 完全问题^[15],本文采 用深度优先搜索的方法遍历网络图来确定变量序。在确定变 量序集合 *index*[|U|]后,按照变量序构建 MDD 的一般过程 为:根据定义 3 构建 U_i 的 MDD_i,并对 MDD_i 叶子节点进行 化简,化简规则满足式(1)。遍历并判定叶子节点的取值,判 定规则为:如果节点表示的集合内不存在一条从 s 到 t 的路 径,则把该节点赋值为 0;如果节点表示的集合内存在一条从 s 到 t 的路径,则把该节点赋值为 1;如果叶子节点在哈希表 中,则合并该节点,否则将该节点加入哈希表。然后,利用定 义 3 生成 U_{i+1} 的 MDD_{i+1},对 MDD_i 和 MDD_{i+1}进行 And_ MDD 操作,结果赋值给 MDD_i。重复以上操作,直至所有的 子 MDD 都经过 And_MDD 操作。最后,遍历最终生成的 MDD,计算节点和边不可靠网络的可靠度 NEF_REL。

在 And_MDD 操作后,不同叶子节点可能会出现同构的 子网。目前还没有多项式复杂度的方法来判定子网同构,而 哈希表由于能够有效减少存储开销和计算开销,常被用来识 别和处理子网同构问题。本文采用文献[5,9]提出的网络位 矢量的表示方法来设计哈希表。

步骤 2 通过调用 GenerateMdd(G,U,W)函数实现,函数 伪代码如下。

```
GenerateMdd(G,U,W)
```

1. $i \leftarrow index[1]$

2. MDDA=CreateMdd(U_i , W_i)

- 3. nodeA←MDD_i 的根节点
- 4. QUEUE, PUSH(nodeA)
- 5. for $(i \leftarrow 2 \text{ to index}[|U|])$
- 6. $MDDB=CreateMdd(U_i, W_i)$
- 7. for $(k \leftarrow 1 \text{ to QUEUE, LENGTH})$
- 8. tempnode←QUEUE.FRONT()
- 9. ncs←tempnode 的孩子节点数目
- 10. childnode[ncs]← tempnode 的所有孩子节点
- 11. for $(j \leftarrow 1 \text{ to ncs})$

```
12. if (childnode[j]=0 或 childnode[j]=1) continue
```

13. else

• 156 •

14.	S—childnode[j]对应的状态

15. $S \leftarrow ReduceUnion(S)$

16.	if (S中 s或 t失效或者 s或 t 与 G 中邻接节点不连通)
	childnode[j]-0

17.	else if (S中存在一条从 s 到 t 的可行路径)
	childnode[j] - 1
18.	else if (S在 hash 表中)

- 合并 childnode[j]与其同构的节点
- 19. else 把 childnode[j]和 S 加入 hash 表
- QUEUE. PUSH(childnode[j]) 20.
- QUEUE. POP() 21
- 22. MDDA And_MDD(MDDA, MDDB)
- 23. NEF_REL= CompRel (nodeA)
- 24. return NEF_REL

图 5 GenerateMdd 函数伪代码

函数 ReduceUnion(S)是按照式(1)化简节点和边子集合 的操作;函数 CreateMdd(U,W)是根据 U 和 W 创建 MDD 的 操作,满足定义 3; 函数 And MDD(MDDA, MDDB) 是合并 两个 MDD 的操作,满足定义 4; 函数 CompRel(node) 是按照 式(4)计算 MDD 节点可靠度数值的递归函数, CompRel (node)伪代码如下。

CompRel (node)

- 1. if (node 的概率值=0) return 0
- 2. if 当前节点为终端节点
- 3. if (node=1) return 1
- 4. else return 0
- 5. ncs ← tempnode 的孩子节点数目
- 6. childnode[ncs] ← tempnode 的孩子节点
- 7. for $i \leftarrow 1$ to ncs
- 8. value ← 当前节点的概率值
- 9. value value * CompRel (childnode[i])
- 10. result \leftarrow value+result
- 11. return result

图 6 CompRel 函数伪代码

4.2 实例分析

本节所用测试网络取自文献[5]的图 1,如图 1(a)所示, 节点和边正常工作的概率都是 0.9,失效概率为 0.1。下面基 于图 1(a)对 NEF_MDD 算法展开说明,具体过程如下:

步骤1 依据算法步骤1,将网络划分为3个集合,分别 是 $H_1 = \{s, e_1, e_2\}, H_2 = \{v_1, e_3\}, H_3 = \{t\};$ 枚举并合并 H_1 至 H_3 3 个集合的状态空间,得到 H_1 至 H_3 的状态集合 U_1 至 U_3 ,计算得到 U_1 至 U_3 的可靠度向量 W_1 至 W_3 ,如表 2-表 4 所列。

		表	2 1	表合	H_1	的 U1 和	W_1	
s	0	0	0	0	1	1	1	1
e ₁	0	0	1	1	0	0	1	1
e_2	0	1	0	1	0	1	0	1
			$\{\overline{s}\}$			$\{s, e_2\}$	$\{s, e_1\}$	$\{s, e_1, e_2\}$
状态 fi			0			f ₁₁	f ₁₂	f ₁₃
概率 P1j		(0.109)		0.081	0.081	0.729
	表 3 集合 H ₂ 的 U ₂ 和 W ₂							_
	7	v ₁		0	0	1	1	_
	e3			0	1	0	1	
				$\{\overline{\mathbf{v_1}}\}$		$\{\mathbf{v}_1\}$	$\{\mathbf{v}_1\textbf{,}\mathbf{e}_3\}$	
	状态 f _i			f20		f21	f22	
	概率 P _{3j}			0.1		0.09	0.81	_

~	A- A		11. **	
·Z	事合	Hı	- FKI U 1	TTL W 1

表 4 集合 H₃ 的 U₃ 和 W₃

t	0	1
	$\{\overline{t}\}$	{t}
状态 f _i	0	f ₃₁
概率 P4j	0.1	0.9

步骤 2 结合定义 1 中U 内元素 f_{ii} 的取值范围,依据定 义 3 构造 U_1 至 U_3 的 MDD,如图 7 所示。根据深度优先搜索 确定节点的变量序为 $\pi: U_3 < U_2 < U_1$,按照算法步骤 2,构建 图 1(a)的 MDD, 如图 8 所示。





图 8 图 1(a)的 MDD

根据式(4)遍历 MDD,计算出图 1(a)的可靠度 NEF REL为 0.788049,具体过程已在图 8上标出。该数值与文献 [5]对图 1(a)计算的可靠度数值完全相同,且文献[5]构建的 BDD有6层8个节点(不包含终端节点0和1),NEF MDD算 法构建的决策图有3层4个节点,优于文献[5]构建的BDD。

5 实验结果

本节用C++语言实现 NEF_MDD 算法,所用到的 MDD 函数库是爱荷华州立大学开发的 Meddly-0.7,程序运行环境 为 CentOS-5.5, 内核版本为 2.6.18。所有实验网络节点和边 的可靠度数值均设置为 0.9, 网络的黑实点表示源端和终端。

从表 5 的实验结果可以看出,对于同一网络图,NEF_ MDD 算法和 BDD 算法计算出的可靠度数值相同。BDD 内 单个决策图变量表示一个节点或边,因而构建的二元决策树 层数等于节点数边数的总和。NEF_MDD 算法单个决策图变 量表示单个节点及其未访问邻接边,构建的 MDD 层数等于 节点数,因而从决策图层数上讲,NEF_MDD 算法优于 BDD 类算法。在图 9 中,网络 1 和 4 分别取自文献 [5] 的图 4 和图 9 的网络1,网络2 取自文献[9]的图 3-图 17,对应的 BDD 节点数目分别为 16,423,24。对比表 5 中 MDD 的节点数目 可以看出, NEF_MDD 算法构建的 MDD 节点规模上优于 BDD.

表 5 实验结果

网络	节点数	边数	可靠度	BDD 层数	MDD 层数	MDD 节点数		
1	4	5	0.76008	9	4	8		
2	4	6	0.80559	10	4	15		
3	6	8	0,78082	14	6	56		
4	6	15	0.80979	21	6	295		
5	8	12	0,79270	20	8	339		
6	10	15	0.78902	25	10	1521		
网络1 网络2 网络3								
	网络4		网络5		网络			
		7571	0	始 网 级				
	图 9 头短奏准网络							

结束语 本文引人 MDD 计算节点和边不可靠网络的可 靠度,构造了节点和边不可靠网络的形式化模型,给出了分析 节点和边不可靠网络可靠度的 NEF_MDD 算法。由于每个 MDD 变量被用来描述单个节点和其未访问的邻接边,因此, NEF_MDD 算法构建的决策图层数等于网络节点数目。实例 分析及实验结果表明,NEF_MDD 算法构建的 MDD 层数和 节点规模小于 BDD 算法构建的决策图。

MDD的构建过程中会生成同构子网,同构子网会增加算 法的时间和空间开销。设计一个较优的同构子网处理方法是 未来的研究方向。

参考文献

- Ball M O. Complexity of network reliability computations[J]. Networks, 1980, 10(2):153-165
- [2] Lin Y K. A simple algorithm for reliability evaluation of a stochastic-flow network with node failure[J]. Computers & Operations Research, 2001, 28(13): 1277-1285
- [3] Lin Y K, Huang C F. Assessing reliability within error rate and time constraint for a stochastic node-imperfect computer network[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part O-Journal of Risk and Reliability, 2013, 227:80-85
- [4] Yan Zong-shuai, Nie Chen-hua, Dong Rong-sheng, et al. A Novel OBDD-Based Reliability Evaluation Algorithm for Wireless Sensor Networks on the Multicast Model [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015; 1-14

(上接第132页)

- [13] Wang Wei, Kim D, Kyung A M, et al. On Construction of Quality Fault-Tolerant Virtual Backbone in Wireless Networks[J].
 IEEE/ACM Transactions on Networking, 2013, 21(5); 1499-1510
- [14] Schleich J, Danoy G, Bouvry P, et al. Blackbone2, an efficient deterministic algorithm for creating 2-connected m-dominating setbased backbones in ad hoc networks[C]//Proc. of the 7th ACM International Symposium on Mobility Management and Wireless Access. New York, USA, 2009;91-98
- [15] Zheng Chan, Yin Ling, Sun Shi-xin. Constructing 2-connected kdominating sets for fault-tolerant backbone in wireless sensor

- [5] Kuo S Y, Yeh F M, Lin H Y. Efficient and exact reliability evaluation for networks with imperfect vertices[J]. IEEE Trans. Reliability,2007,56(2):288-300
- [6] Jiang Yi-nan, Li Rui-ying, Huang Ning, et al. Survey on network reliability evaluation methods [J]. Computer Science, 2012, 39 (5);9-13(in Chinese)

江逸楠,李瑞莹,黄宁,等.网络可靠性评估方法综述[J]. 计算机 科学,2012,39(5):9-13

- [7] Theologou O R, Carlier J G. Factoring and reductions for networks with imperfect vertices [J]. IEEE Trans. Reliability, 1991,40(2):210-217
- [8] Sun Yan-rui, Cui Li-yan, Zhang De-xiang. A factoring algorithm for reliability evaluation of distributed networks with imperfect nodes[J]. Computer Science, 2002, 29(4); 111-113(in Chinese) 孙艳蕊,崔立彦,张祥德. 计算具有不可靠结点分布式网络可靠 度的一个因子分解算法[J]. 计算机科学, 2002, 29(4); 111-113
- [9] Xiao Yu-feng, Reliability analysis of two terminals network based on discrete probability model [D]. Beijing, Beijing University of Posts and Telecommunications, 2009(in Chinese) 肖字峰, 基于离散概率模型的二端网络可靠性分析[D]. 北京: 北京邮电大学, 2009
- [10] Yeh W C. A simple heuristic algorithm for generating all minimal paths[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2007, 56 (3): 488-494
- [11] Sun Yan-rui. Reliability evaluation of stochastic-flow network under both time and cost constraints[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2013, 11(34): 1537-1541(in Chinese)

孙艳蕊.带时间和成本约束的随机流网络可靠度的计算[J].东 北大学学报(自然科学版),2013,11(34):1537-1541

- [12] Nagayama S, Sasao T. On the optimization of heterogeneous MDDs[J]. IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2005, 24(11):1645-1659
- [13] Xing L, Dai Y. A new decision-diagram-based method for efficient analysis on multistate systems[J]. IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing, 2009, 6(3):161-174
- [14] Herrmann J U, Soh S, West G, et al. Using Multi-valued Decision Diagrams to Solve the Expected Hop Count Problem[C]// The IEEE 23rd International Conference on Advanced Information Networking and Applications(AINA 2009). Bradford, United Kingdom, 2009: 419-424
- [15] Bollig B, Wegener I. Improving the variable ordering of OBDDs is NP-complete[J]. IEEE Trans. Computers, 1996, 45, 993-1002

networks[J]. Control and Decision, 2013, 28(5): 650-656(in Chinese)

郑婵,尹令,孙世新.无线传感器网络中 2-连通 k-支配的容错连 通支配集构造[J].控制与决策,2013,28(5),650-656

- [16] Li Ying-shu, Wu Yi-wei, Ai Chun-yun, et al. On the construction of k-connected m-dominating sets in wireless networks[J]. Combinatorial Optimization, 2012, 23(1); 118-139
- [17] Wightman P M, Labrador M A. Atarraya; a simulation tool to teach and research topology control algorithms for wireless sensor networks [C] // Proc. of 2nd International Conference on Simulation Tools and Techniques. Rome, Italy, 2009;26-35

• 158 •