

格值一阶逻辑 $LF(X)$ 中的 α -语义归结方法

张家锋^{1,2} 徐 扬¹

(西南交通大学智能控制开发中心 成都 610031)¹ (毕节学院逻辑、语言与认知中心 毕节 551700)²

摘 要 自动推理是人工智能的一个重要研究方向,基于归结原理的自动推理因易于在计算机上实现而得到广泛研究。语义归结是对归结原理的一种改进,它利用限制参与归结子句类型和归结文字顺序的方法来提高推理效率。为了提高基于格蕴涵代数的格值逻辑的 α -归结原理的效率,将语义归结策略应用于 α -归结原理。首先给出了格值一阶逻辑系统中的 α -语义归结概念和 α -语义归结演绎概念,接着讨论了格值一阶逻辑系统的 α -语义归结方法,并证明了其可靠性和条件完备性,最后通过实例说明了其有效性。

关键词 自动推理,语义归结,格值逻辑,格蕴涵代数

中图法分类号 TP18 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.09.052

α -Semantic Resolution Method Based on Lattice-valued First-order Logic $LF(X)$

ZHANG Jia-feng^{1,2} XU Yang¹

(Intelligent Control Development Center, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)¹

(Center of Logic, Language and Cognition, Bijie University, Bijie 551700, China)²

Abstract Automated reasoning is one of the most important research directions in artificial intelligence. Resolution-based automated reasoning has been extensively studied because of its easy implement on computer. Semantic resolution method is one of the most important modified methods for resolution principle in semantic resolution method, and it utilizes the technology that restrains the type of clauses and the order of literals participated in resolution procedure to reduce the redundant clauses, and can improve the efficiency of reasoning. For improving the efficiency of α -resolution principle in lattice-valued logic based on lattice implication algebra, we applied the semantic resolution strategy to α -resolution principle. Firstly, this paper gave the conceptions of α -semantic resolution and α -semantic resolution deduction in $LF(X)$. Subsequently, the semantic resolution method on it was investigated and sound theorem and conditional complete theorem of this semantic resolution method were proved. At last, the effectiveness of α -semantic resolution method was illustrated through an example.

Keywords Automated reasoning, Semantic resolution, Lattice-valued logic, Lattice implication algebra

1 引言

自动推理是人工智能的一个重要研究方向,由于归结方法易于机械化,自从1965年Robinson提出归结原理^[1]以来,基于归结原理的自动推理方法就得到了迅速的发展,目前已广泛应用于问题求解、逻辑编程以及程序验证等领域。由于归结规则很少利用领域的知识,从而导致了其效率低下。许多学者对经典归结进行了改进,其中最具有代表性的改进策略有:语义归结、线性归结和锁归结^[2]。

格值逻辑是一种重要的非经典逻辑,它是真值取在格上的逻辑系统。由于格中既含有可比较元素也含有不可比较元素,因而格是刻画不确定信息的序关系和不可比较性的一个代数结构,在处理包含不确定信息的智能系统中将起到至关重要的作用。作为其理论基础的格值逻辑系统的研究也是一个重要且有发展前途的研究方向。

文献[3,4]将基于经典逻辑的归结原理扩展到基于格蕴涵代数^[5]的格值逻辑上,给出了格值命题逻辑系统 $LP(X)$ 和格值一阶逻辑系统 $LF(X)$ 上的 α -归结原理,其奠定了格值逻辑系统上 α -归结自动推理的理论基础。 α -归结原理能够对格值逻辑中某一真值水平下的不可满足子句集给出判定。自从2000年 α -归结原理被提出以来,基于 α -归结原理的归结方法就得到了大量研究:2008年,周平等^[6]研究了格值一阶逻辑系统 $LF(X)$ 中带广义量词的 α -归结原理;2009年,夏世芬等^[7]研究了格值命题逻辑系统中基于滤子的MP归结演绎;李晓冰等^[8]研究了格值命题逻辑系统 $\mathcal{L}_{2n+1}P(X)$ 中基于半正则广义文字的自动推理算法,并证明了其可靠性和完备性;2002年,王伟^[11]讨论了格值逻辑系统中基于 α -归结原理的归结自动推理方法;2013年,许伟涛等^[12]给出了语言真值格蕴涵代数 $\mathcal{L}_{V(9 \times 2)}$ 的一些性质,在基于十八元语言真值格蕴涵代数 $\mathcal{L}_{V(9 \times 2)}$ 的格值命题逻辑系统 $\mathcal{L}_{V(9 \times 2)}P(X)$ 框架下,刻画了

到稿日期:2013-10-01 返修日期:2014-02-23 本文受国家自然科学基金资助项目(61175055),四川省科技支撑计划项目(2011FZ0051),贵州省科学技术基金项目(黔科合J字LKB[2012]02号)资助。

张家锋(1981—),男,博士生,副教授,主要研究方向为格值逻辑、自动推理;徐 扬(1956—),男,博士,教授,博士生导师,CCF会员,主要研究方向为逻辑代数、代数逻辑、自动推理和不确定性推理。

1-IESF 和 2-IESF 型对应广义文字的结构,给出了广义文字的可归结性。

关于对 α -归结原理的改进也有大量研究工作。He^[13-16] 讨论了格值逻辑系统上的 α -锁归结方法,并证明了其可靠性和完备性;Zhong^[17,18] 研究了格值逻辑系统上的 α -准锁语义归结方法,并给出了其可靠性和完备性;许伟涛等^[19,20] 讨论了格值逻辑 LP(X) 中 α -有序归结方法和 α -线性归结方法,并给出了其可靠性和完备性;张家锋等^[21-23] 讨论了格值命题逻辑系统上的 α -语义归结方法,并给出了其可靠性和完备性。

为了提高 α -归结自动推理的效率,本文研究了格值一阶逻辑系统 LF(X) 中一类子句集的 α -语义归结方法,同时证明了其可靠性和弱完备性,并通过实例说明了其有效性。

2 预备知识

首先给出本文需要的一些基本内容。

2.1 格蕴涵代数

定义 1^[5] 设 $(L, \vee, \wedge, ', O, I)$ 是带有逆序对合“'”的有界格, I 和 O 是 L 的最大元和最小元, $\rightarrow: L \times L \rightarrow L$ 是一个映射,称 $(L, \vee, \wedge, ', O, I)$ 是格蕴涵代数,如果对于任意 $x, y, z \in L$, 下列条件成立:

- (I₁) $x \rightarrow (y \rightarrow z) = y \rightarrow (x \rightarrow z)$;
- (I₂) $x \rightarrow x = 1$;
- (I₃) $x \rightarrow y = y' \rightarrow x'$;
- (I₄) $x \rightarrow y = y \rightarrow x = 1$ 蕴涵 $x = y$;
- (I₅) $(x \rightarrow y) \rightarrow y = (y \rightarrow x) \rightarrow x$;
- (L₁) $(x \vee y) \rightarrow z = (x \rightarrow y) \wedge (x \rightarrow z)$;
- (L₂) $(x \wedge y) \rightarrow z = (x \rightarrow y) \vee (x \rightarrow z)$ 。

以下总假设 $(L, \vee, \wedge, ', \rightarrow, O, I)$ 为一格蕴涵代数,记为 L 。

2.2 格值一阶逻辑系统 LF(X) 中的公式及其解释

定义 2^[9] 设 V 和 F 分别是 LF(X) 中的变量符号集和函数符号集, LF(X) 中的项集 $\mathcal{F}$ 是满足下列条件的最小集合:

- (1) $V \subseteq \mathcal{F}$;
- (2) 对于任意 $n \in N$, 如果 $f^{(n)} \in F$, 则对于任意 $t_0, t_1, \dots, t_n \in \mathcal{F}$, $f^{(n)}(t_0, t_1, \dots, t_n) \in \mathcal{F}$ 。

注: $f^{(0)}$ 可看作一个常量符号。

定义 3^[9] 假设 P 是 LF(X) 中的谓词符号集, LF(X) 中的原子集 $\mathcal{A}$ 是满足下列条件的最小集合:

如果对于任意 $n \in N$ 有 $P^{(n)} \in P$, 那么对于任意 $P^{(n)}(t_0, t_1, \dots, t_n) \in \mathcal{A}$, 有 $t_0, t_1, \dots, t_n \in \mathcal{F}$ 。

注: $P^{(0)}$ 可以看作 L 中的一个常元。

定义 4^[9] LF(X) 中的公式集 $\mathcal{F}$ 是满足下列条件的最小集合:

- (1) $\mathcal{A} \in \mathcal{F}$;
- (2) 如果 $p, q \in \mathcal{F}$, 则 $p \rightarrow q \in \mathcal{F}$;
- (3) 如果 $p \in \mathcal{F}$, x 是 p 中的自由变元, 则 $(\forall x)p \in \mathcal{F}$, $(\exists x)p \in \mathcal{F}$ 。

定义 5^[4] 一个公式 G 被称为是广义文字, 如果

- (1) G 是一个文字, 或
- (2) G 由一些文字和蕴涵联结词构成并满足 G 不能由联结词“ $\wedge$ ”和“ $\vee$ ”表示, 并且 G 不能分解成更简单的形式(称为不可分蕴涵式)。

定义 6^[4] 设公式 G 具有形式 $Q_1 x_1 \dots Q_n x_n G^*$, 此处 $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ 是量词, G^* 是不含量词的公式, 则:

- (1) 如果 G^* 含有不可分蕴涵式, 称 G 为广义前束范式;
- (2) 如果 G^* 是广义合取范式(或广义析取范式), 则称 G 为广义前束范式(或析取范式)。

定义 7^[4] 设 G 是具有如下形式的广义前束范式 $G = Q_1 x_1 \dots Q_n x_n G^*$:

- (1) 如果 $Q_i \in \{\forall, \exists\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, G 称为基本广义前束范式;
- (2) 如果 G 是一个基本广义前束范式且 G^* 是一个广义合取(或析取)范式, 则 G 被称为基本广义前束合取(或析取)范式。

定义 8^[4] 设 $G \in \mathcal{F}$, $\alpha \in L$, 如果存在一个解释 $I_D = \langle D, \mu_D, \nu_D \rangle$, 使得 $\nu_D(G) \geq \alpha$, 则称 G 是 α -可满足的; 如果对于任意解释 $I_D = \langle D, \mu_D, \nu_D \rangle$, 总有 $\nu_D(G) \geq \alpha$, 则称 G 是 α -真的; 如果对于任意解释 $I_D = \langle D, \mu_D, \nu_D \rangle$, 总有 $\nu_D(G) \leq \alpha$, 则称 G 为 α -假的。

定义 9^[4] 设 G^* 是公式 G 的 Skolem 标准型, H 是 G^* 的 H -域, $I_H = \langle D, \mu_H, \nu_H \rangle$ 是 G^* 在 H 上的解释, I_H 被称为 G^* 在 H 上的解释, 如果:

$$\begin{aligned} \mu_H: F_{G^*} \rightarrow U_H &= \{f_H^{(n)}: H^n \rightarrow H | n \in N \cup \{0\}\} \\ f^{(0)} \mapsto f_H^{(0)}, f_H^{(0)}(H^0) &= \{f_H^{(0)} \subseteq H_0, H^0 = H_0\} \\ f^{(n)} \mapsto f_H^{(n)} \\ f_H^{(n)}(h_1, h_2, \dots, h_n) &= f^{(n)}(h_1, h_2, \dots, h_n) (n \in N) \\ \nu_H: P_{G^*} \rightarrow V_H &= \{P_H^{(n)}: H^n \rightarrow L | n \in N \cup \{0\}\} \\ p^{(0)} \mapsto p_H^{(0)}, f_H^{(0)}(H^0) &= \{p^{(0)} \subseteq L, H^0 = H_0\} \\ p^{(n)} \mapsto p_H^{(n)} (n \in N) \end{aligned}$$

定理 1^[4] 设 $\alpha \in L$, $G, G^* \in \mathcal{F}$, 且 G^* 是 G 的广义标准型, 则 G 是 α -假的当且仅当 G^* 是 α -假的。

定理 2^[4] 假设 G^* 是公式 G 的广义 Skolem 标准 $|L| < +\infty$, 且 G^* 为 α -假当且仅当存在 G^* 的有限个 G_c^* 的基例集 G_c^* 使得 G_c^{*0} 是 α -假, 这里 G_c^{*0} 是 G_c^* 的所有基例的合取。

定义 10^[4] 设 $\alpha \in L$, C_1^0 和 C_2^0 是没有共同变元的两个广义子句, 对于任意广义子句 C_1 和 C_2 , 如果存在 ϵ 使得下列条件成立:

- (1) $C_1^0 = C_1^0, C_2^0 = C_2^0$ 。
- (2) $C_1 = C_1^0 \vee p_1 \vee p_{11} \vee \dots \vee p_{1k_1}, C_2 = C_2^0 \vee p_2 \vee p_{21} \vee \dots \vee p_{2k_2}$, 使得:
 - (a) $\{p_1, p_{11}, \dots, p_{1k_1}\} = \{q | q \text{ 是 } C_1 \text{ 中的一个广义文字, } q' = p_1^0\}, \{p_2, p_{21}, \dots, p_{2k_2}\} = \{q | q \text{ 是 } C_2 \text{ 中的一个广义文字, } q' = p_2^0\}$, 所以, $C_1^0 = C_1^{*0} \vee p_1^0, C_2^0 = C_2^{*0} \vee p_2^0$;
 - (b) 存在广义文字 p , 使得 $p \wedge p_2 \leq \alpha$;
 - (c) p_1 和 p_2 有最一般合一 σ 。

则广义子句 $C_1^{*0} \vee C_2^{*0} \stackrel{\Delta}{=} R_\alpha(C_1^0, C_2^0)$ 被称为 C_1^0 和 C_2^0 的 α -归结式, p_1 和 p_2 被称为 α -归结对, 记为 $(p_1, p_2) - \alpha$, 这里:

- (i) $C_1^{*0} = C_1^{*0} \vee p_1^{*0} \vee p_{11}^{*0} \vee \dots \vee p_{1k_1}^{*0}$, 且 $\{p_1, p_{11}, \dots, p_{1k_1}\} = \{q | q \text{ 是 } C_1^0 \text{ 中的一个广义文字, } q' = p_1^0\}$, 这里, $C_1^{*0} = C_1^{*0} \vee p_1^{*0}$;
- (ii) $C_2^{*0} = C_2^{*0} \vee p_2^{*0} \vee p_{21}^{*0} \vee \dots \vee p_{2k_2}^{*0}$, 且 $\{p_2, p_{21}, \dots, p_{2k_2}\} = \{q | q \text{ 是 } C_2^0 \text{ 中的一个广义文字, } q' = p_2^0\}$, 这里, $C_2^{*0} = C_2^{*0} \vee p_2^{*0}$ 。

3 格值一阶逻辑系统 LF(X) 中的 α -语义归结方法

本节讨论格值一阶逻辑系统 LF(X) 中的 α -语义归结问题,提出了 LF(X) 中 α -语义互撞和 α -语义归结演绎的概念,并给出了 α -语义归结演绎的可靠性、弱完备性及有效性。

定义 11(LF(X) 中的 α -互撞) 设 $\mathcal{G}$ 是 LF(X) 中广义子句集 S 中所有广义文字的一个次序, I_D 是 LF(X) 的一个解释,称有限广义子句序列 $(E_1, E_2, \dots, E_q, N)$ 为一个 α -互撞,若下列条件成立:

$$(1) v_D(E_i) \leq \alpha, (1 \leq i \leq q);$$

(2) 设 $R_1 = N$, 对于任意 $i = 1, 2, \dots, q$, 存在广义子句 R_i 和 E_i 的 α -归结式 $R_{q+1}(R_i, E_i)$;

(3) E_i 中的归结文字是 E_i 中按照排序 $\mathcal{G}$ 最靠前的广义文字;

$$(4) v_D(R_{q+1}) \leq \alpha.$$

称 R_{q+1} 为这次 α -互撞的 α -归结式。

例 1 设 $C_1 = (P(x) \rightarrow (P(x) \rightarrow a_2)) \vee (R(d) \rightarrow S(e))$, $C_2 = (Q(y) \rightarrow a_3)'$, $C_3 = P(a) \rightarrow (Q(b))' \vee (R(z) \rightarrow S(u))$ 为格值一阶逻辑系统 $\mathcal{L}_9 F(X)$ 中的广义子句, 其中 $a_2, a_3 \in L_9$, a, b, d, e 为常元, x, y, z, u 为变元, 由于存在替换 $\sigma = \{a/x, b/y, d/z, e/u\}$, 使得 $(P(x) \rightarrow (P(x) \rightarrow a_2))^\sigma, ((Q(y) \rightarrow a_3))'^\sigma$ 分别与 $(P(a))^\sigma, ((Q(b))')^\sigma$ 构成 α -归结对。设 $I_D = \langle D, \mu_D, v_D \rangle$ 是 $\mathcal{L}_9 F(X)$ 中的一个解释, 且满足 $D = \{a, b, d, e\}$, $\frac{P(a)}{a_9}, \frac{P(b)}{a_9}, \frac{P(d)}{a_9}, \frac{P(e)}{a_9}, \frac{Q(a)}{a_4}, \frac{Q(b)}{a_4}, \frac{Q(d)}{a_4}, \frac{Q(e)}{a_4}, \frac{R(a)}{a_8}, \frac{R(b)}{a_8}, \frac{R(d)}{a_8}, \frac{R(e)}{a_8}, \frac{S(a)}{a_1}, \frac{S(b)}{a_1}, \frac{S(d)}{a_1}, \frac{S(e)}{a_1}$ 。取 $\mathcal{G}: P(x) \rightarrow (P(x) \rightarrow a_2) > R(d) \rightarrow S(e) > (Q(y) \rightarrow a_3)' > P(a) > (Q(b))' > R(z) \rightarrow S(u)$ 。若 $\alpha = a_5$, 根据 α -互撞的定义有: (C_1, C_2, C_3) 是一个关于排序 $\mathcal{G}$ 和解释 I_D 的 α -语义互撞, 且其 α -语义归结式为 $R_3 = R(d) \rightarrow S(e)$, 同样 (C_2, C_1, C_3) 也是一个 α -互撞, 且其 α -归结式为 $R_3 = R(d) \rightarrow S(e)$ 。

定义 12(LF(X) 中的 α -归结演绎) 设 S 为 LF(X) 中包含广义子句 $C_1, C_2, \dots, C_n$ 的广义子句集, 记为 $S = C_1 \wedge C_2 \wedge \dots \wedge C_n$, 称 $\omega = \{D_1, D_2, \dots, D_m\}$ 为从 S 到广义子句 D_m 的 α -语义归结演绎, 如果有:

(1) $D_i \in \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$, 或者

(2) D_i 是一个 α -归结式。

定理 3(可靠性定理) 设 S 为 LF(X) 中包含广义子句 $C_1, C_2, \dots, C_n$ 的广义子句集, 记为 $S = C_1 \wedge C_2 \wedge \dots \wedge C_n$, 如果 S 中每个广义子句都含有谓词符号或谓词符号的非为其广义文字, 且 S 中无恒为 α -假的广义文字, 若存在一个从 S 到 α -空子句 $\alpha\Box$ 的 α -归结演绎 ω , 则 $S \leq \alpha$ 。

证明: 由 LF(X) 中 α -归结原理的可靠性知此定理成立。

引理 1^[4](提升引理) 如果 C_1^0 和 C_2^0 分别是广义子句 C_1 和 C_2 的基例, C^0 是 C_1^0 和 C_2^0 的一个 α -归结式, 那么存在 C_1 和 C_2 的一个 α -归结式 C 使得 C^0 是 C 的基例。

引理 2 设 C_1, C_2 为 LF(X) 中的广义子句, C_1^0 和 C_2^0 分别是 C_1 和 C_2 的基例, $\mathcal{G}$ 是 LF(X) 中广义文字的一个排序, 且满足能合一的广义文字具有相同的排序, I_D 是 LF(X) 的一个解释。设 C^0 是 C_1^0 和 C_2^0 的一个 α -归结式, 且 C_1^0 中的归结文字是 C_1^0 中的按照排序 $\mathcal{G}$ 最前广义文字, 则存在 C_1 和 C_2 的 α -

归结式 C , 使得 C^0 是 C 的基例, 且 C 中的归结文字是 C 中按照排序 $\mathcal{G}$ 最前广义文字。

证明: 由 α -归结的提升引理, 即引理 1, 可知存在 C_1 和 C_2 的 α -归结式 C 使得 C^0 是 C 的基例。设 $g_1^1, g_1^2, \dots, g_1^{i^0}$ 是 C_1 中在替换 θ 下变为 g_1^* 的所有广义文字, 即 $g_1^{i^0} = \dots = g_1^{i^0} = g_1^*$, 其中 $g_1^1, g_1^2, \dots, g_1^{i^0}$ 是 C_1 中的归结文字, 因此, θ 是 C_1 的最一般合一, 所以 C_1 中的归结文字是 C_1 中按照排序 $\mathcal{G}$ 最前的广义文字。

引理 3 设 $E_1, E_2, \dots, E_q, N$ 是 LF(X) 中的广义子句, $\mathcal{G}$ 是 LF(X) 中广义文字的一个排序, 且满足能合一的广义文字具有相同的排序, I_D 是 LF(X) 的一个解释, $E_1^*, E_2^*, \dots, E_q^*, N^*$ 是 $E_1, E_2, \dots, E_q, N$ 的基例, 如果 $(E_1^*, E_2^*, \dots, E_q^*, N^*)$ 是一个 α -语义互撞, 其 α -语义归结式为 R_{q+1}^* , 则 $(E_1, E_2, \dots, E_q, N)$ 也是一个 α -语义互撞, 其 α -语义归结式为 R_{q+1} , 且 R_{q+1}^* 是 R_{q+1} 的基例。

证明: 因为 $E_1^*, E_2^*, \dots, E_q^*$ 在 I_D 下为 α -假的, 所以 $E_1, E_2, \dots, E_q$ 在 I_D 下也是 α -假的。设 $R_i^* = N^*$, 对任意 $i = 1, 2, \dots, q$, E_i^* 和 R_i^* 的 α -归结式为 R_{i+1}^* , 其中 E_i^* 的归结广义文字是 E_i^* 中最前广义文字, 对任意 $i = 1, 2, \dots, q$, 令 $R_1 = N$, 存在 E_i 和 R_i 的 α -归结式 R_{i+1} 且 E_i 中的归结文字是 E_i 中按照排序 $\mathcal{G}$ 最前广义文字, 特别地, R_{q+1}^* 是 R_{q+1} 的基例, 而 R_{q+1}^* 是在 I_D 下为 α -假的, 故 R_{q+1} 也是 α -假的, 从而 $(E_1, E_2, \dots, E_q, N)$ 为 α -语义互撞。

定理 4(条件完备性定理) 设 S 为 LF(X) 中包含广义子句 $C_1, C_2, \dots, C_n$ 的广义子句集, 记为 $S = C_1 \wedge C_2 \wedge \dots \wedge C_n$, $\mathcal{G}$ 是 LF(X) 中广义文字的一个排序, 且满足能合一的广义文字具有相同的排序, I_D 是 LF(X) 的一个解释, 如果 S 中每个广义子句都含有谓词符号或谓词符号的非, S 中无恒为 α -假的广义文字; 当 g 为按照排序 $\mathcal{G}$ 的最右广义文字时, 则 $v(g) \leq \alpha$, $\alpha' \not\leq \alpha$, 若 $S \leq \alpha$, 则必存在一个从 S 到 α -空子句 $\alpha\Box$ 的 α -归结演绎。

证明: 因为 S 为 α -不可满足的, 由定理 2 知存在 S 的基例集 S^0 , 使得 $S^0 \leq \alpha$, 由 LP(X) 中 α -归结原理的完备性知, 存在从 S^0 出发到 $\alpha\Box$ 的 α -语义归结演绎 D^* 。

将 D^* 中的初始节点上的广义子句替换为 S 中的广义子句, 且使旧广义子句是新广义子句的例。

将 D^* 中非初始节点上的广义子句换成新广义子句, 且使旧广义子句是新广义子句的例和新广义子句是其前任节点上新广义子句的 α -语义归结式(由提升引理这是能做到的)。又由于只有 $\alpha\Box$ 的例才是 $\alpha\Box$, 所以经上面修改后, 根节点上仍为 $\alpha\Box$, 这便得到一个从 S 出发到 $\alpha\Box$ 的 α -归结演绎。

例 2 设 $S = \{E(x) \vee F(y), (E(x) \rightarrow a_3) \vee F(b), E(a) \vee (F(y) \rightarrow a_3), (E(a) \rightarrow a_3) \vee (F(b) \rightarrow a_3)\}$ 为格值一阶逻辑系统 $\mathcal{L}_9 F(X)$ 的一个广义子句集, 其中 x, y, z 为命题变元, $a_2 \in L_9, \alpha = a_6$, 则 $S \leq \alpha$ 。

下面利用 α -归结原理直接证明 S 的 α -不可满足性。

给定 S 的一个基替换 $\sigma = \{a/x, b/y\}$, 此时 $S^0 = \{E(a) \vee F(b), (E(a) \rightarrow a_3) \vee F(b), E(a) \vee (F(b) \rightarrow a_3), (E(a) \rightarrow a_3) \vee (F(b) \rightarrow a_3)\}$, 由定理 2 知要想证明 S 是 α -不可满足的, 只需证明 S^0 是 α -不可满足的。

S^0 : 原始广义子句

$$(1) E(a) \vee F(b)$$

- (2) $(E(a) \rightarrow a_3) \vee F(b)$
 (3) $E(a) \vee (F(b) \rightarrow a_3)$
 (4) $(E(a) \rightarrow a_3) \vee (F(b) \rightarrow a_3)$

S^1 : 第一轮归结式

- (5) $F(b)$ 由(1)(2)
 (6) $E(a)$ 由(1)(3)
 (7) $F(b) \vee (F(b) \rightarrow a_3)$ 由(1)(4)
 (8) $E(a) \vee (E(a) \rightarrow a_3)$ 由(1)(4)
 (9) $F(b) \vee (F(b) \rightarrow a_3)$ 由(2)(3)
 (10) $E(a) \vee (E(a) \rightarrow a_3)$ 由(2)(3)
 (11) $E(a) \rightarrow a_3$ 由(2)(4)
 (12) $F(b) \rightarrow a_3$ 由(3)(4)

S^2 : 第二轮归结式

- (13) $E(a) \vee F(b)$ 由(1)(7)
 (14) $E(a) \vee F(b)$ 由(1)(8)

.....

- (38) $F(b)$ 由(5)(9)
 (39) $\alpha \square$ 由(5)(12)

由以上可知,采用 α 归结原理,在产生 α 空子句 $\alpha \square$ 之前共产生了34个广义子句。

下面利用 α 语义归结方法证明 S° 的 α -不可满足性。

取 $\mathcal{L}_9 F(X)$ 的一个解释 $I_D: D = \{1, 2\}, \frac{a}{1}, \frac{b}{2}, \frac{F(1)}{I},$

$\frac{F(2)}{I}, \frac{E(1)}{I}, \frac{E(2)}{I}$, 规定广义文字顺序 $\mathcal{G}: E(x) \rightarrow a_3 > E(a) \rightarrow a_3 > F(y) \rightarrow a_3 > F(b) \rightarrow a_3 > E(x) > E(a) > F(y) > F(b)$, 由于 $S^\circ = \{E(a) \vee F(b), (E(a) \rightarrow a_3) \vee F(b), E(a) \vee (F(b) \rightarrow a_3), (E(a) \rightarrow a_3) \vee (F(b) \rightarrow a_3)\}$, 则 $S_1 = \{(E(a) \rightarrow a_3) \vee (F(b) \rightarrow a_3)\}$, $S_2 = \{E(a) \vee F(b), (E(a) \rightarrow a_3) \vee F(b), E(a) \vee (F(b) \rightarrow a_3)\}$, 对 S_1 和 S_2 使用 α 语义归结方法, 则会产生新的广义子句:

- (5) $(F(b) \rightarrow a_3) \vee F(b)$ 由(1)(4)
 (6) $F(b) \rightarrow a_3$ 由(3)(4)

由于(5)(6)两式在 I_D 下分别为 α -真和 α -假的, 因此分别将其置入 S_2, S_1 中, 此时: $S_1 = \{(E(a) \rightarrow a_3) \vee (F(b) \rightarrow a_3), F(b) \rightarrow a_3\}$, $S_2 = \{E(a) \vee F(b), (E(a) \rightarrow a_3) \vee F(b), E(a) \vee (F(b) \rightarrow a_3), (F(b) \rightarrow a_3) \vee F(b)\}$ 。

对 S_1, S_2 再一次运用 α 语义归结, 又得以下新的广义子句:

- (7) $E(a)$ 由(1)(6)
 (8) $E(a) \rightarrow a_3$ 由(2)(6)

由于式(7)在解释 I_D 下为 α -真的, 因此将其置入 S_2 中, 由于(8)式在解释 I_D 下为 α -不可满足的, 因此将其置入 S_1 中, 此时: $S_1 = \{(E(a) \rightarrow a_3) \vee (F(b) \rightarrow a_3), F(b) \rightarrow a_3, E(a) \rightarrow a_3\}$, $S_2 = \{E(a) \vee F(b), (E(a) \rightarrow a_3) \vee F(b), E(a) \vee (F(b) \rightarrow a_3), (F(b) \rightarrow a_3) \vee F(b), E(a)\}$ 。

对 S_1, S_2 使用 α 语义归结, 只得新的广义子句:

- (9) $F(b) \rightarrow a_3$ 由(4)(7)
 (10) $\alpha \square$ 由(7)(8)
 (11) $F(b)$ 由(1)(8)
 (12) $F(b) \rightarrow a_3$ 由(3)(8)

因而, 当利用 α 语义归结方法证明 S 的 α -不可满足性时, 在 $\alpha \square$ 产生之前共产生5个广义子句。

结束语 研究了基于格蕴涵代数的格值一阶逻辑系统 $LF(X)$ 的一类重要广义子句集的 α -语义归结方法, 并证明了其可靠性和条件完备性。作为对含有不可比真值的逻辑系统上基于归结原理的归结自动推理方法的探讨, 设计相应的有效归结自动推理算法将是下一步的工作。

参考文献

- [1] Robinson J P. A machine-oriented logic based on the resolution principle [J]. Journal of the ACM, 1965, 12(1): 23-41
- [2] 刘叙华, 姜云飞. 定理机器证明[M]. 北京: 科学出版社, 1987
- [3] Xu Yang, Ruan Da, Kerre Etienne E, et al. α -Resolution principle based on lattice-valued propositional logic $LP(X)$ [J]. Information Sciences, 2000, 130: 195-222
- [4] Xu Yang, Ruan Da, Kerre Etienne E, et al. α -Resolution principle based on first-order lattice-valued logic $LF(X)$ [J]. Information Sciences, 2001, 132: 221-239
- [5] 徐扬. 格蕴涵代数[J]. 西南交通大学学报, 1993, 28(1): 20-27
- [6] 周平, 姜明, 孙西芄. 格值一阶逻辑系统 $LF(X)$ 中带广义量词的 α -归结原理[J]. 模糊系统与数学, 2008, 22(5): 10-15
- [7] 夏世芬, 秦应兵, 徐扬. 格值命题逻辑系统中基于滤子的MP归结演绎[J]. 模糊系统与数学, 2009, 23(1): 1-5
- [8] 李晓冰, 邱小平, 徐扬. 格值命题逻辑系统 $L_{2n+1}P(X)$ 中基于半正则广义文字的自动推理算法[J]. 模糊系统与数学, 2009, 23(4): 21-26
- [9] Xu Yang, Liu Jun, Song Zhen-ming, et al. On Semantics of L -valued first-order logic L_{eff} [J]. Int. J. General Systems, 2000, 29(1): 53-79
- [10] 徐扬, 秦克云, 宋振明. 一阶格值逻辑系统FM的语义[J]. 科学通报, 1997, 42(10): 1337-1340
- [11] 王伟. 格值命题逻辑系统 $LP(X)$ 中基于 α -归结原理的自动推理方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2002
- [12] 许涛涛, 徐扬. 语言真值格值命题逻辑系统中广义文字的归结判定[J]. 计算机科学, 2013, 40(2): 208-211
- [13] He Xing-xing, Liu Jun, Xu Yang, et al. α -Lock resolution method for a lattice-valued first-order logic [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2011, 24(7): 1274-1280
- [14] He Xing-xing, Xu Yang, Liu Jun, et al. On compatibilities of α -lock resolution method in linguistic truth-valued lattice-valued logic [J]. Soft Computing, 2012, 16(4): 699-709
- [15] He Xing-xing, Xu Yang, Li Ying-fang, et al. α -Satisfiability and α -lock resolution for a lattice-valued logic $LP(X)$ [C]// Lecture Notes in Artificial Intelligence (LANI). 2010: 6077: 320-327
- [16] He Xing-xing, Xu Yang, Li Ying-fang, et al. On α -satisfiability and its α -lock resolution in a finite lattice-valued propositional logic [J]. Logic Journal of IGPL, 2012, 20(3): 579-588
- [17] Zhong Xiao-mei, Liu Jun, Chen Shu-wei, et al. α -Quasi-lock semantic resolution method for linguistic truth-valued lattice-valued propositional logic $\mathcal{L}_{V(n \times 2)}P(X)$ [C]// Wang Yinglin, Li Tianrui. Proceedings of the Sixth International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE 2011). Hongkong: Springer, 2011: 159-169
- [18] Zhong Xiao-mei, Xu Yang, Liu Jun, et al. General form of α -resolution based on linguistic truth-valued lattice-valued logic [J]. Soft Computing, 2012, 10: 1767-1781
- [19] Xu Wei-tao, Xu Yang. α -Generalized linear resolution method

based on lattice-valued propositional logic LP(X) [C] // Ding Yong-sheng, Li Yong-min, Fan Zhun, et al. 2011 Eighth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD2011). Shanghai: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2011:1469-1473

- [20] Xu Wei-tao, Xu Yang. α -Ordered linear resolution method for lattice-valued logic based on lattice implication algebra [J]. International Journal of Applied Management Science, 2012, 4(4): 460-479

[21] Zhang Jia-feng, Xu Yang. α -Semantic resolution method in lattice-valued logic [C] // Ding Yong-sheng, Li Yong-min, Fan Zhun, et al. 2011 Eighth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD2011). Shanghai: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2011:1152-1157

- [22] 张家锋, 徐扬, 何星星. 格值命题逻辑系统 LP(X) 的语义归结方法[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2011, 30(4): 611-614
[23] 张家锋, 徐扬, 何星星. 格值语义归结推理方法[J]. 计算机科学, 2011, 38(9): 201-204

(上接第 262 页)

法和分布式延时路由算法对同一时刻随机的不同次数的并发查询进行实验,统计两种算法完成所有查询的总时间,结果如图 11 所示。

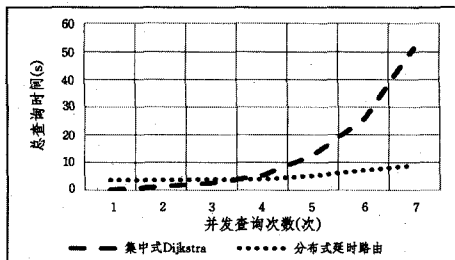


图 11 分布式延时路由与 Dijkstra 算法对比

从图 11 可以看出,当并发查询很少时,分布式路由查询并没有优势甚至不如 Dijkstra 算法,这是由于分布式延时路由查询要在网络中延时广播数据包而 Dijkstra 算法主要在中心服务器执行少量的最短路查询。但是,当并发查询数量增大时,分布式延时路由查询的总时间增长很缓慢,而 Dijkstra 算法查询的总时间是个叠加的过程。因此在大规模的动态路网下,并发查询多时,分布式延时路由算法效率更高。

4.3 实验 3

实验 3 主要研究分布式延时路由查询在椭圆限制下数据包传播效率的提高。当没有进行任何限制时,每一次最短路径的查询都需要把查询数据包在整个摄像头网络中进行传递,如图 12 中水平线所示,这种泛洪式的广播严重影响了网络的效率。在椭圆限制下,广播次数显著减少,图 12 示出在上海市交通图上进行查询时两点的直线距离与数据包广播次数的关系。

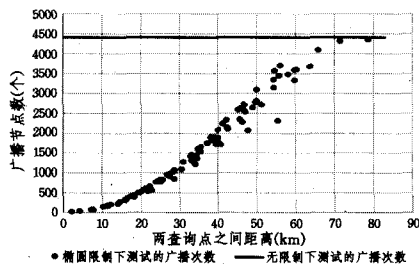


图 12 椭圆限制的最短路查询广播次数测试结果

从图 12 可以看出,椭圆限制下的查询中,查询点之间的直线距离越近,广播的次数越少。动态路网中,车辆在较短距离的查询比较多,因此,基于椭圆限制的延时路由能减少大量

数据包的传递。

结束语 基于延时的分布式路由算法适用于在实时变化的动态路网中查找两路口间的最短路径。结合广播区域的限制,算法能够快速有效地运行。实验结果表明:用分布式延时路由算法在摄像头网络中查找的最短路与实际路网中车辆行驶的最短路一致,且使用椭圆限制的分布式延时路由算法能大大减小广播数据包的范围和次数,使算法效率提高、资源消耗减少。

参考文献

- [1] 蒋捷,韩刚,称军. 导航地理数据库[M]. 北京:科学出版社,2005
- [2] Erik B, Park G, Toshi N. New Passive Traffic Detector[J]. IEEE Vehicular Technology Conference, 1997(1): 112-1151
- [3] 张翼,唐国金,陈磊. 时相关车辆路径规划问题的改进 A* 算法[J]. 控制工程, 2012, 19(5): 750-756
- [4] Koenig S, Likhachev M, D* Lite[C] // Eighteenth National Conference on Artificial Intelligence, 2002: 476-483
- [5] 张歆爽,吴今培,张其善. 车载导航仪中路径规划算法及其实现[J]. 计算机自动测量与控制, 2001, 9(4): 15-17
- [6] 杨兆升. 城市交通流诱导系统理论与模型[M]. 北京:人民交通出版社, 2000: 12-49
- [7] Ahmed F, Deb K. A Multi-swarm Cooperative-based Gaussian Quantum Particle Swarm Optimization Algorithm for Vehicle Path Planning[J]. Computational Information Systems, 2012, 8(6): 2325-2331
- [8] Sung K, Bell M G, Seong M, et al. Shortest paths in a network with time dependent flow speeds[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 121(1): 32-39
- [9] Kanoulas E, Du Y, Xia T, et al. Finding fastest paths on a road network width speed patterns[C] // Proceedings of the 22nd International Conference on Data Engineering 2006: 10-19
- [10] 唐俊,张栋梁. 基于路由机制的变权网络路径快速生成算法[J]. 计算机科学, 2011, 38(12): 110-113
- [11] 候忠生,金尚泰,赵明. 宏观交通流模型参数的迭代学习辨识方法[J]. 自动化学报, 2008, 34(1): 64-71
- [12] Stig N, Bengt R. Computer cartography shortest route program [M]. Sweden: The Royal University of Lund, 1969
- [13] 崔伟宏. 空间数据结构研究[M]. 北京:中国科学技术出版社, 1995
- [14] 陈行星,崔伟宏. 城市快速反应系统实验研究[J]. 遥感学报, 1996, 11(3): 227-233