

一种新的基于伪提取矢量的欠定盲分离方法

白琳 陈豪

(中国空间技术研究院西安分院 西安 710000)

摘要 针对独立信号源的欠定盲分离,通过一定的理论分析,提出了一种基于伪提取矢量的欠定盲源分离方法。该方法通过判断采样点处取值占优的源信号,然后在观测信号采样点处选取对应的伪提取矢量,以恢复取值占优的源信号采样点的值,来实现欠定盲源分离。将该算法与经典的基于线性规划的欠定盲源分离方法进行了仿真,结果表明该方法由于在信号各采样点处无需优化,因此大大提高了信号分离的速度,信号的分离速度要比基于线性规划的方法快数十倍。

关键词 伪提取矢量,欠定,盲源分离,稀疏性

中图分类号 TN912.3 **文献标识码** A

New Method of Underdetermined Blind Source Separation Based on Pseudo Extraction Vectors

BAI Lin CHEN Hao

(Xi'an Division of China Academy of Space Technology, Xi'an 710000, China)

Abstract By theory analysis, a new method based on pseudo extraction vectors was put forward for accomplishing underdetermined blind signal separation (UBSS) in the paper. The method accomplishes UBSS by judging which signal dominating for each sampling and choosing corresponding pseudo extraction vector for it to recover sampling data of source signals. Some conclusions can be seen by separately simulating the method based on pseudo extraction vectors and linear programming; the method based on pseudo extraction vectors free of optimizing process increases the velocity of separating source signals. The velocity of separating of the method based on pseudo extraction vectors is tens of times of the method based on linear programming.

Keywords Pseudo extraction vectors, Underdetermined, BSS, Sparseness

1 引言

盲信号分离就是指在不知道源信号和传输信道任何先验知识的情况下,仅根据输入源信号的统计特性,通过观察信号恢复出各个独立源信号的过程^[1]。它在医学信号分析、语音信号处理、图像处理、无线通信等方面存在着许多潜在的用途^[1]。考虑最一般的线性盲分离模型:设 $s(k) = (s_1(k), s_2(k), \dots, s_n(k))^T$ 是 n 个零均值未知独立的源信号矢量, $x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_m(k))^T$ 是经过信道传输混合后 m 个观测信号的矢量。其数学模型可以表示为:

$$x(k) = As(k) \quad (1)$$

式中, A 是一个 $m \times n$ 阶的未知矩阵,称为混合矩阵。在大部分关于盲信号分离的研究中,一般假设 $m > n$ (观测信号的数目大于源信号的数目)。对于 A 欠定(观测信号数目小于源信号数目)的情况,已有的各种盲分离算法包括 JADE 算法、ICA 算法以及各种盲提取方法等,无法实现所有源信号都被分离。考虑到在实际应用中,很多信号具备稀疏特性,或者可以对信号进行适当的线性变换(比如 Fourier 变换、小波变换等),使信号在变换域中具备较好的稀疏性。为此对于稀疏源

信号,一些学者尝试利用信号的稀疏特征进行盲分离并取得了进展^[2]。到目前为止,主要采用两步法(two-step approach)求解稀疏盲源分离问题,即求解过程分两步实现盲分离,首先估计混合矩阵 A ,在已知 A 的基础上再求解源信号 $s(t)$ ^[3-7]。目前这方面的文献大多是集中研究如何有效求解信道 A ,而对于如何求解源信号 $s(t)$ 的文献^[9]相对较少。而且研究求解源信号 $s(t)$ 的文献都采用线性规划优化方法估计源信号 $s(t)$,这种估计源信号 $s(t)$ 的线性规划法需要在源信号的每个采样点处进行一次优化,以获得该采样点处的源信号采样值。如果源信号的采样点比较多,将导致巨大的运算量。这种算法的特点导致了这种分离方法运算效率较低,分离速度很慢。

本文在假定 A 已经估计出来的前提下,集中研究如何估计源信号 $s(t)$ 。假设在观测信号的每个采样点存在一个提取矢量,由于该提取矢量不同于适应模型下的盲提取矢量,因此本文将之称为伪提取矢量。通过观测信号的各个采样点处的伪提取矢量,可以提取出各个采样点处取值占优的源信号的采样值。最后通过本文方法和基于线性规划的分离方法分别对欠定模型下的混合信号进行了盲分离。可以看到本文方法

到稿日期:2009-12-05 返修日期:2010-03-05

白琳(1982-),男,博士生,主要研究方向为卫星通信技术以及盲信号处理,E-mail:lin0167@163.com;陈豪(1944-),男,研究员,博士生导师,主要研究方向为卫星通信技术以及通信信号处理等。

更容易实现,因此分离速度大大提高。

2 基于线性规划的欠定盲源分离方法^[5,7]

信号具备一定的稀疏性是进行欠定盲源分离的前提^[8]。因此,如果信号不够稀疏,首先应对观测信号进行 Fourier 变换或小波变换,使其转化为稀疏信号。记稀疏化了的观测信号为 $x(k), k=1, \dots, T$ 。对于式(1)的混合模型,由文献^[5]知,在不考虑噪声的情况下,稀疏信号盲分离可归结为求解如下线性规划问题。

$$\begin{cases} \min_{s(t)} \sum_i |s_i(k)| \\ \text{s. t. : } As(k) = x(k), k=1, \dots, T \end{cases} \quad (2)$$

对于每个采样点 $k=1, \dots, T$,都可确定一个优化问题,从而欠定盲源分离问题就转化为求解 T 个优化问题。从上述基于线性规划的欠定盲源分离方法可以看出,该方法实际上就是信号 $k=1, \dots, T$ 的采样点处的优化问题。如果信号的采样点较多,那么依次进行多个这样的优化显然需要很大的计算量,因此这种算法的计算时间很长,分离速度很慢。

3 基于伪提取矢量的欠定盲源分离新方法

仍将稀疏化了的观测信号记为 $x(k), k=1, \dots, T$ 。如果源信号都是稀疏信号,则它们取值为非零的时刻都很少,即绝大多数时刻取值为零(或者接近零),从而同一时刻出现两个稀疏源信号幅度较大的可能性很小,因此绝大部分时刻最多只有一个源信号取值占优,其它源信号幅值皆很小或为零^[2,5,7]。

这里给出一个提取规则:在欠定盲源分离中(源信号数目多于观测信号数目),存在一个提取矢量组 $\vec{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$,本文把这些矢量 w_1, w_2, \dots, w_n 称为伪提取矢量。伪提取矢量 $w_i (i \in 1, 2, \dots, n)$ 能恢复出第 i 个源信号取值占优的各个采样点。下面对这一方法进行简单证明。

证明:假设在 $T_1, T_2 (T_1, T_2 \in 1, 2, \dots, T)$ 采样点处,源信号 s_i 取值占优。即 $s_j(T_1) \neq 0, s_j(T_2) \neq 0$ 当 $j=i$, 而 $s_j(T_1) = 0, s_j(T_2) = 0$ 当 $j \neq i (j \in 1, 2, \dots, n)$ 。设提取矢量 $w_i (i \in 1, 2, \dots, n)$ 与 $r_i (i \in 1, 2, \dots, n)$ 分别能恢复出 $s_i(T_1)$ 与 $s_i(T_2)$ 。即

$$w_{i1}x_{1T_1} + \dots + w_{iT_1}x_{iT_1} + \dots + w_{im}x_{mT_1} = s_{iT_1} \quad (3)$$

$$r_{i1}x_{1T_2} + \dots + r_{iT_2}x_{iT_2} + \dots + r_{im}x_{mT_2} = s_{iT_2}$$

由于 w_i 和 r_i 分别都是 m 维矢量,故除了式(3)以外,要求解 w_i 和 r_i 分别还需要 $m-1$ 个等式。不失一般性,假设 s_i 的第 $1, 2, \dots, m-1$ 个采样点为非取值占优时刻,即 $s_i(k) \approx 0, k=1, 2, \dots, m-1$ 。于是,可得 m 元线性方程组

$$\begin{cases} w_{i1}x_{1T_1} + \dots + w_{im}x_{mT_1} = s_{iT_1} \\ w_{i1}x_{11} + \dots + w_{im}x_{m1} = 0 \\ \dots \\ w_{i1}x_{1,m-1} + \dots + w_{im}x_{m,m-1} = 0 \end{cases} \quad \text{与} \quad \begin{cases} r_{i1}x_{1T_2} + \dots + r_{im}x_{mT_2} = s_{iT_2} \\ r_{i1}x_{11} + \dots + r_{im}x_{m1} = 0 \\ \dots \\ r_{i1}x_{1,m-1} + \dots + r_{im}x_{m,m-1} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

由于在 $T_1, T_2 (T_1, T_2 \in 1, 2, \dots, T)$ 采样点处,源信号 s_i 取值占优,故式(1)的混合模型可近似写为

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & s_{iT_1} & \ddots & s_{iT_2} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & x_{1T_1} & \dots & x_{1T_2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \dots & x_{mT_1} & \dots & x_{mT_2} & \dots \end{bmatrix} \quad (5)$$

于是,有

$$x_{1T_1} = a_{11}s_{iT_1}, x_{2T_1} = a_{21}s_{iT_1}, \dots, x_{mT_1} = a_{m1}s_{iT_1} \quad (6)$$

$$x_{1T_2} = a_{12}s_{iT_2}, x_{2T_2} = a_{22}s_{iT_2}, \dots, x_{mT_2} = a_{m2}s_{iT_2}$$

将式(6)代入式(4)的两个方程组中,可以发现这两个方程组为同解方程组,即

$$w_{i1} = r_{i1}, w_{i2} = r_{i2}, \dots, w_{im} = r_{im} \quad (7)$$

由 T_1, T_2 的任意性可知,对于第 i 个源信号取值占优的所有采样点的值都可以由同一个伪提取矢量 $w_i (i \in 1, 2, \dots, n)$ 恢复出来。进而存在 n 个伪提取矢量 $w_i (i \in 1, 2, \dots, n)$,能恢复出所有 n 个源信号取值占优的各个采样点的值。

对于如何判断各采样点处哪个源信号取值占优,这里给出一种判别方法:如果所有源信号都充分稀疏,则此时式(1)的混合模型可以展开为

$$\begin{bmatrix} x_1(k) \\ \vdots \\ x_m(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} s_1(k) + \dots + \begin{bmatrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix} s_n(k) \quad (8)$$

对于采样时刻 T_3 ,不妨假设源信号 $s_i(T_3)$ 取值占优(其它源信号幅值皆很小或为零),这时式(8)可化为或近似为

$$\begin{bmatrix} x_1(T_3) \\ \vdots \\ x_m(T_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{i1} \\ \vdots \\ a_{im} \end{bmatrix} s_i(T_3) \Rightarrow \frac{x_1(T_3)}{a_{i1}} = \dots = \frac{x_m(T_3)}{a_{im}} = s_i(T_3) \quad (9)$$

从几何上来讲,式(9)是一个直线方程,并且直线方向为混合矩阵 A 的第 i 个列向量 $(a_{i1}, \dots, a_{im})^T$,也是方向 $(x_1(T_3), \dots, x_m(T_3))^T$ 。因此,先预先判断混合矩阵 A 的 n 个列向量方向,再逐一判断各个采样点处 $(x_1(k), \dots, x_m(k))^T, k=1, 2, \dots, T$ 的方向,并分别与 A 的 n 个列向量方向比较。在第 k 个采样点处,找出与 $(x_1(k), \dots, x_m(k))^T$ 的方向最接近的 A 的第 i 个列向量(如果 $m=2$,则是在平面图上寻找与 $(x_1(k), x_2(k))^T$ 的方向夹角最小的 A 的列向量),则在该采样点处,第 i 个源信号即为取值占优的源信号。

接下来对于所有采样点处取值占优的源信号,只需选取对应的伪提取矢量就可以恢复出取值占优的源信号的采样点的值。对于采样点处非取值占优的源信号的值,近似取零即可。而 m 个伪提取矢量可以通过建立和求解 n 个类似于式(4)的线性方程组获取。

本文提出的通过伪提取矢量方法实现欠定盲源分离的算法步骤如下:

(1)对观测信号进行 Fourier 变换或小波变换,使其转化为稀疏信号。记稀疏化了的观测信号为 $x(k), k=1, \dots, T$ 。

(2)首先判断混合矩阵 A 的 n 个列向量方向 $(a_{i1}, \dots, a_{in})^T, i=1, 2, \dots, n$,然后逐一判断各个采样点处 $(x_1(k), \dots, x_m(k))^T, k=1, 2, \dots, T$ 的方向,分别与 A 的 n 个列向量方向

比较。在第 k 个采样点处,找出与 $(x_1(k), \dots, x_m(k))^T$ 的方向最接近的 A 的第 i 个列向量,则在该采样点处,第 i 个源信号即为取值占优的源信号。

(3)用式(4)建立并求解 n 个 m 元线性方程组,获得 n 个 m 维伪提取矢量 $[w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{im}]^T, i=1, 2, \dots, n$ 。

(4)在采样点 $k=1, 2, \dots, T$ 处,如果第 i 个源信号取值占优,则用第 i 个伪提取矢量提取获得该源信号在该采样点处的值,而其它源信号在该采样点处的值则取零。

(5)对变换域中的源信号 $s(t)$ 相应地进行逆 Fourier 变换或者小波变换,从而实现源信号重构。

4 模拟仿真

仿真中有 6 个独立的源信号,均为通信信号。源信号组成如表 1 所列。

表 1 仿真中选用的源通信信号类型

源信号	模拟信号			数字信号		
信号	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆
类型	AM	FM	PM	8ASK	16FSK	QPSK

其中采样频率为 1000Hz,信号持续时间为 1s。仿真中接收传感器的个数只有 2 个。混合矩阵 A 随机产生,且它的标准化形式为

$$A = \begin{bmatrix} -0.5361 & -0.1734 & -0.2482 & 0.9915 & -0.3148 & 0.9631 \\ -0.8441 & -0.9848 & 0.9687 & 0.1298 & 0.9492 & 0.2693 \end{bmatrix}$$

图 1 给出了源信号在时域和频域中的波形图,图 2 给出了两个接收传感器观测的混合信号在时域和频域中的波形图,显然这些信号在时域和频域都是有重叠的。

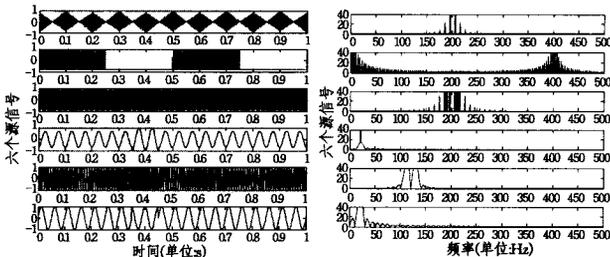


图 1 6 个源信号在时域和频域中的波形图

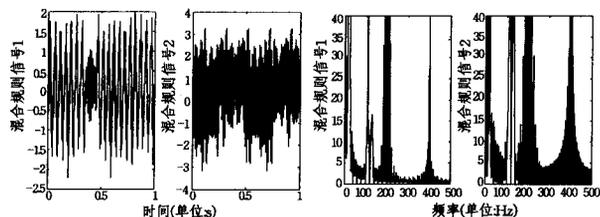


图 2 两个接收传感器观测的混合信号在时域和频域中的波形图

图 3 给出了两个接收传感器观测信号的比例散点图。从图 3 可以看出,在频域中,散点图的分布更加散落,说明 6 个源信号在频域具有较强的稀疏性,因此应选择算法的处理域为频域。图 4 给出了使用本文算法判断出的各源信号频域采样点占优的比例。

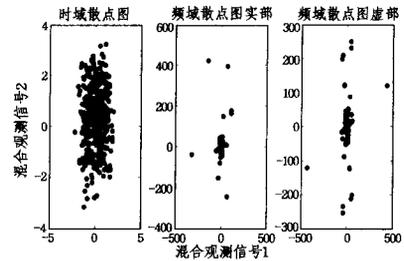


图 3 两个接收传感器信号的比例散点图

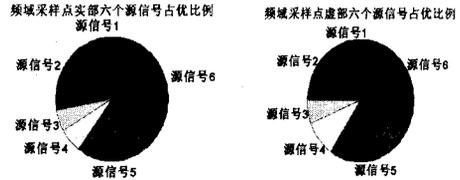


图 4 各通信信号频域采样点实部和虚部占优的比例

图 5 给出了使用本文基于伪提取矢量的方法分离后的信号在时域和频域中的波形图。

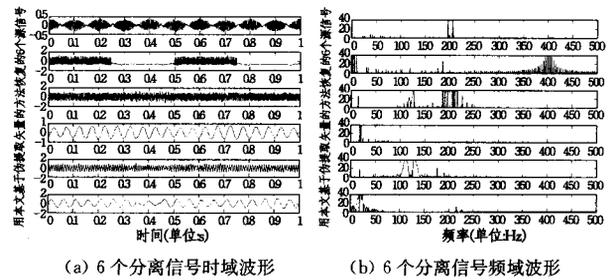


图 5 基于本文方法分离后的信号在时域和频域中的波形图

此外,还使用了基于线性规划的欠定盲源分离方法进行仿真实验,以对比说明本文提出的基于伪提取矢量的欠定盲源分离方法的性能。两次仿真在同一仿真环境下进行。表 2 给出了使用两种算法的性能对比。表 2 中的相似系数是描述所恢复信号与源信号相似性的参数,定义为

$$\xi_{ij} = \xi(s_i, s_j) = \left| \frac{\sum_{k=1}^T s_i(k) s_j(k)}{\sqrt{\sum_{k=1}^T s_i^2(k) \sum_{k=1}^T s_j^2(k)}} \right| \quad (i, j=1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

式中, $s_i, s_j, (i, j=1, 2, \dots, n)$ 分别表示各恢复信号与源信号。当 $i=j, \xi_{ij}=1; i \neq j, \xi_{ij}=0$ 时,为信号恢复的理想情况。

表 2 使用两种算法的性能对比

恢复信号	相似系数						运行时间
	信号 1	信号 2	信号 3	信号 4	信号 5	信号 6	
基于伪提取矢量的方法	信号 1	0.9800	0.0090	0.0017	0.0032	0.0005	0.0093
	信号 2	0.0050	0.9900	0.0017	0.0000	0.0004	0.0018
	信号 3	0.0013	0.0105	0.9769	0.0015	0.0038	0.0011
	信号 4	0.0001	0.0018	0.0001	0.9772	0.0002	0.0770
	信号 5	0.0003	0.0065	0.0048	0.0021	0.9786	0.0046
	信号 6	0.0026	0.0014	0.0006	0.0177	0.0001	0.9683
基于线性规划的方法	信号 1	0.9752	0.0038	0.0014	0.0077	0.0004	0.0325
	信号 2	0.0182	0.9900	0.0019	0.0002	0.0005	0.0080
	信号 3	0.0042	0.0205	0.9600	0.0019	0.0569	0.0019
	信号 4	0.0002	0.0044	0.0003	0.9796	0.0013	0.0773
	信号 5	0.0039	0.0053	0.0793	0.0115	0.9640	0.0073
	信号 6	0.0105	0.039	0.0007	0.0205	0.0002	0.9786

通过表 2 的相似系数可以看出两种算法都能以较高的分离精度分离出各源信号。总的来说,两种算法对信号的分离

精度相差不大。在试验的通信信号分离中,本文的基于伪提取矢量的方法的对于信号 1、信号 3、信号 5 的分离精度略高于基于线性规划的方法,信号 4、信号 6 的分离精度稍低于基于线性规划的方法。

从分离速度上比较,基于伪提取矢量的方法分离速度都要比基于线性规划的方法的快数十倍。其根本原因就是,基于线性规划的方法在每个采样点处都采用了复杂的优化算法;而基于伪提取矢量的方法在源信号整个恢复过程没有采用任何优化算法,因此大大提高了分离速度。此外,本文的基于伪提取矢量的方法可以通过判断某一个源信号取值占优的所有采样时刻,只恢复出这一源信号占优的所有采样时刻的采样值,从而实现对某一特定源信号的提取。而基于线性规划的方法只能实现所有源信号的同时分离。

结束语 本文提出了一种基于伪提取矢量的欠定盲源分离方法,给出了此方法的推导过程以及基本的算法流程,并采用算法进行了欠定盲分离的计算机仿真。最后,将本算法与经典的基于线性规划的欠定盲源分离方法进行了对比。结果表明,本文所提出的方法在分离精度不低于经典线性规划算法的情况下,由于在信号的各采样点处无需优化,因此大大提高了信号分离的速度(信号的要比基于线性规划的方法的分离速度快数十倍)。

参考文献

[1] Hyvarinen A, Oja E. Independent component analysis; algorithms

and applications[J]. *Neural Networks*, 2000, 13: 411-430

- [2] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined blind source separation using sparse representations[J]. *Signal Process*, 2001, 81(11): 2353-2362
- [3] Yilmaz O, Rickard S. Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52: 1830-1847
- [4] Aïssa-El-Bey A, Nguyen Linh-Trung, Karim Abed-Meraim, et al. Underdetermined blind separation of non-disjoint sources in the time-frequency domain [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55: 897-907
- [5] 何昭水, 谢胜利, 傅予力. 稀疏表示与病态混叠盲分离[J]. *中国科学 E 辑*, 2006, 36(8): 864-879
- [6] Li Y Q, Amari S, Cichocki A, et al. Underdetermined blind source separation based on sparse representation [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54: 423-437
- [7] 肖明, 谢胜利, 傅予力. 欠定情形下语音信号盲分离的时域检索平均法[J]. *中国科学 E 辑*, 2007, 37(12): 1564-1575
- [8] Li Yuan qing, Amari Shun-Ichi, Cichocki A, et al. Probability estimation for recoverability analysis of underdetermined blind source separation based on sparse representation [J]. *IEEE Trans. on Informations Theory*, 2006, 52: 3139-3152
- [9] 傅予力, 谢胜利, 何昭水. 稀疏盲源信号分离的新算法[J]. *计算机工程与应用*, 2007, 43(9): 84-87

(上接第 80 页)

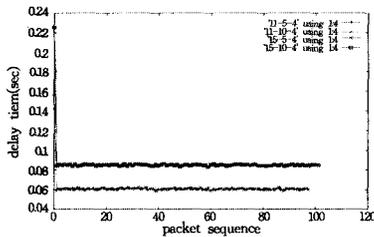


图 5 传输时延 vs. 包序号

结束语 WON 网在应用中体现出有组织、有中心、无基础设施无线网的特点。在进行模型设计时,根据中心节点的状态,分别实现群组不同状态模型设计。当中心节点为运动状态时,中心节点运行速度和方向决定整个群组的速度和方向,中心节点的速度和方向受检查点文件制约;当中心节点静止时,普通节点可以在指定范围内、指定速度限制下模拟独立随机运动。通过模拟结果与对应网络现实情况对照分析,证实了网络模型设计的正确性和可用性。这将为 WON 网的网络协议的设计、算法的性能评价等问题的研究奠定基础。

参考文献

[1] 戴晖, 于全, 汪李峰. 战术移动 Ad hoc 网络仿真中移动模型研究[J]. *系统仿真学报*, 2007, 19(5): 1165-1169

[2] 郑少仁, 王海涛, 赵志峰, 等. *Ad Hoc 网络技术*[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2005

[3] Camp T, Boleng J, Davies V. A survey of mobility models for ad hoc network research[J]. *Wireless Communications & Mobile Computing (Special Issue on Mobile ad hoc Networking: Research, Trends and Applications)*, 2002, 2: 483-502

[4] Hong X Y, Gerla M, Pei G Y, et al. A group mobility model for ad hoc wireless networks[C]// Boukerche A, ed. *Proc. of the*

Int'l Workshop on Modeling and Simulation of Wireless and Mobile Systems, Seattle; ACM Press, 1999: 53-60

- [5] Bergamo M, et al. System design specification for mobile multimedia wireless network (MMWN) (draft) [R]. DARPA project DAAB07-95-C-D156. Oct. 1996
- [6] Williams S A, Huang D J. A group force mobility mode[C]// *Proc. of the 9th Communications and Networking Simulation Symp.* Huntsville; IEEE Press, 2006: 333-340
- [7] Ng J M, Zhang Y. Reference region group mobility model for ad hoc networks[C]// *Proc. of the Wireless and Optical Communications Networks*. 2005: 290-294
- [8] Chang Y C, Liao H C. EMM: An event-driven mobility model for generating movements of large numbers of mobile nodes[J]. *Elsevier Journal of Simulation Modeling Practice and Theory*, 2005, 13(4): 335-355
- [9] 彭辉, 沈成林, 卜彦龙, 等. 一种新的 AD HOC 网络群组移动模型[J]. *软件学报*, 2008, 19(11): 2999-3010
- [10] Wang K H, Li B C. Group mobility and partition prediction in wireless ad-hoc networks[C]// *Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Communications (ICC 2002)*. New York; IEEE Press, 2002: 1017-1021
- [11] Zhou B, Xu K X, Gerla M. Group and swarm mobility models for ad hoc network scenarios using virtual tracks[C]// *Proc. of the Military Communications Conf. (MILCOM 2004)*. Monterey: IEEE Press, 2004: 289-294
- [12] Sanchez M, Manzoni P. ANEJOS: A Java based simulator for ad hoc networks[J]. *Future Generation Computer Systems*, 2001, 17(5): 573-583
- [13] Gerla M, Tsai J T C. Multicluster, Mobile, Multimedia Radio Network[J]. *ACM-baltzer Journal of Wireless Networks*, 1995, 1(3): 255-265
- [14] The networks simulator ns-2 [EB/OL]. <http://www.isi.edu/nsnam/ns/>