

时态跨度的向量化处理与运算

左亚尧¹ 唐文俊¹ 汤 庸² 舒忠梅³

(广东工业大学计算机学院 广州 510006)¹ (华南师范大学计算机学院 广州 510631)²

(中山大学信息科学与技术学院 广州 510275)³

摘 要 时态跨度是时态断言的重要演算对象,如何有效且准确地计算不同时态粒度刻画下的时态跨度之间的运算结果是一个关键问题。由于时态跨度的非规范特性以及弹性时态粒度的影响,使得粒度转换方法并非总有效。对时态粒度系统作向量化处理,使其同构到 n 维向量空间,并将时态跨度作完备化和平滑化处理后,映射为向量空间中的自由向量,从而可以通过向量间的运算法则,简单有效地处理各种复杂组合形式下的时态跨度间的运算。

关键词 向量化处理,时态跨度,完备化处理,平滑化处理,时态粒度系统

中图法分类号 TP301

文献标识码 A

Vectorizing Process and Operation of the Temporal Spans

ZUO Ya-yao¹ TANG Wen-jun¹ TANG Yong² SHU Zhong-mei³

(Faculty of Computer, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)¹

(School of Computer Science, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)²

(School of Information Science and Technology, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)³

Abstract Temporal span is one of the most important objects for temporal assertion. How to compute the result of the operation between temporal spans accurately is the key issue. Since temporal span is uncanonical and can be affected by the flexible temporal granularity, the granularity conversion is not always effective. By vectorizing process, the temporal granularity system can be isomorphism with the n dimensional vector space. Furthermore, temporal span can be mapped to free vector in the vector space after being completed and smoothed. Thus, the operations of temporal spans in any complex situations can be simplified with the operation rule in the vector space.

Keywords Vectorizing processing, Temporal spans, Completed processing, Smoothed processing, Temporal granularity system

1 引言

随着粒度计算^[1,2] (Granular Computing) 研究的发展,学者们又尝试借助粒度计算的优点^[3] 对时态系统进行描述。目前的研究主要集中于时态数据库及其应用方面,比如文献[4-10]等从时态应用的角度对如何运用时态粒度进行了研究。文献[4]讨论了在诸如灾难管理、个人计划等移动应用中刻画移动服务的时态粒度问题;文献[5]讨论了动态可重构系统中的时态划分问题;文献[6,7]分别对时态数据库中的多时态粒度的多值依赖和周期性数据进行了研究;文献[8,9]探讨了在面向对象数据库中多粒度查询的路径表达式的语法和语义问题;文献[10]将粒度思想应用到时空领域,针对时态粒度与空间粒度的合并,提出了表示和管理空间-时态粒度的形式化框架。

相对地,对于时态挖掘或时态知识推理等方面则很少提

及。尽管有学者对时态粒度问题的逻辑性进行了研究,如文献[11]采用基于时态逻辑的形式化方法处理知识系统中的多时态粒度知识;文献[12]将一阶时态逻辑进行扩展使其支持时态粒度概念;文献[13]给出了一阶时态粒度逻辑的通用框架、公理模式与演绎规则。但时态演算相关的具体问题,如时态跨度的转换、多个时态跨度间的运算及绑定等则鲜有提及。

与时态数据库中着重研究时态的粒度化刻画和表示不同的是,时态挖掘等应用中更多的是依赖时态跨度与时态粒点以及时态跨度间的运算及关系作出时态断言推理。由于时态粒度系统中广泛地存在着弹性时态粒度的影响,而且时态跨度非饱和、非平滑的时态性质,使得不同时态跨度之间难以转换,难以运算。比如,如何计算“60天”与“3个月”之间的和。因此,在文献[14]中仅针对公历时态粒度系统进行了模糊转换,如何有效准确地实现时态跨度间的运算方法是时态数据挖掘、时态知识推理等应用的关键问题。本文提出将时态粒

到稿日期:2010-12-30 返修日期:2011-03-22 本文受国家自然科学基金项目(60970044,60673135,60736020)资助。

左亚尧(1974—),男,博士,副教授,主要研究领域为数据仓库与数据挖掘、时态信息处理、粒度计算,E-mail:yayaozuo@gmail.com;唐文俊(1986—),男,硕士生,主要研究领域为数据挖掘、粒度计算;汤 庸(1964—),男,教授,博士生导师,主要研究领域为数据库、协同软件与 Web 信息服务等。

度系统向量化处理的方法,该方法通过平滑化处理等使时态跨度映射为维空间中的自由向量,从而可以利用向量计算方法对时态跨度之间的加减及乘法进行简单有效的计算。

本文第2节简述时态的粒度化刻画以及时态元素的基本时态性质;第3节分析时态跨度间的运算所具备的问题;第4节对粒度约束下的时态跨度进行向量化处理及粒度的完备化与平滑化处理;第5节详细探讨时态跨度的加减与乘法等运算法则。

2 时态的粒度化描述

2.1 时态元素

时间全集与 R 同构,为了研究问题的方便,人为地将不具备量子特性的时间离散为邻接点 t_i 的集合 $\{t_i | i \in \mathbb{Z}\}$,并以此集合作为时态论域,记为 T ,称 t_i 为时态因子。

定义 1(时态粒度) 给定时态论域 T 和 T 上一个时态等价关系 $R: T \rightarrow P(T) \Rightarrow T = T_{i \in T} G_i$,则称 G_i 为一个时态粒度。当 $\forall i, j \in T, i \neq j \Rightarrow G_i \cap G_j = \emptyset$,则由 $G_1, G_2, \dots, G_i, \dots, G_n$ 构成的集合称为时态论域 T 的时态粒度全域 G 。如令公历系统的时态粒度全域为 $G = \{G_Y(Year), G_M(Month), G_W(Week), G_D(Day), G_H(Hour), G_{Mi}(Minute), G_S(Second)\}$ 。

对于 $\forall G_i, G_j \in G$,若 $\forall t_m, t_n \in T$ 有 $t_m G_i t_n \rightarrow t_m G_j t_n$,则称 G_i 比 G_j 细,记为 $G_j \leq G_i$ 。并称 G_j 为 G_i 的前驱粒度, G_i 为 G_j 的后继粒度。

如果 $G_{i+1} \in G$ 为 G_i 的直接后继粒度,使得 $|G_i| = \lambda \cdot G_{i+1}$, λ 可以取不同的值或者多个值,典型如公历系统中 $|G_M| \in \{28G_D, 29G_D, 30G_D, 31G_D\}$,将这种度值不唯一的粒度称为弹性粒度,其度称为弹性度。相对地,具有唯一度值的粒度称为刚性粒度,其度称为刚度。

时态粒度与具体的应用相关联,是应用系统中描述时间原语的单位。基本的时态原语有两种:离散的时态粒点(Instants with Granularities)和连续的时态粒区(Intervals with Granularities)。

时态因子 t_i 可以通过初始粒度进行时态划分产生,也可用嵌套粒度表达式下的层次时态划分来刻画。一个嵌套粒度表达式形如 $t_i = \bigcup_{j=1}^n G_j(X)$, $G_j \in G, X \in T$,符号“ $\bigcup$ ”表示时态粒度下值域的语义连接。其中 $\min\{G_1, G_2, \dots, G_n\}$ 为 t_i 的时间测度,在该时间测度下进行时态划分所形成的时态因子 t_i 是在该时态测度下的有效刻画。

定义 2(时态粒点) 在给定粒度 $G_i \in G$ 下,事件在时态论域 T 上的有效刻画 $t_p = \bigcup_{j=1}^i G_j(X)$, $G_j \in G, X \in T$,称为时态粒点,记为 $t_p^{G_i}$ 。

定义 3(时态跨度, Span with Granularities) 描述一段持续的独立于任何时态粒点或时态粒区的时间属性,给出了在任意给定单一或嵌套时态粒度划分下所获得的连续时态划分的数量 ℓ ,当 ℓ 为一个唯一的确切值时,则将其称为确切时态跨度,并记为 $\Delta t_s^{G_i}$,其中 $t_s = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X)$, $1 \leq \mu \leq i, G_g \in G, X \in T$, G_i 为其有效粒度(最细粒度)。如果 ℓ 可在某一范围内

取值,则将其称为非确切时态跨度,并记为 $\bar{I}_s$ 。它必须通过确切时态跨度来描述,形如 $\bar{I}_s = [\Delta t_{s_1}^{G_i}, \Delta t_{s_2}^{G_j}]$ 。

2.2 时态粒度约束与性质

基于粒度的时态系统可以混合地使用时态粒点、时态粒区和时态跨度及其复合表达式,为了表述方便,将其统称为时态元素。如果时态元素满足以下时态约束,则为规范时态元素。

(1) 粒度平滑约束

$\forall t_i \in T, t_i = \bigcup_{j=1}^n G_j(X), G_j \in G, \exists G_{j-1}, G_{j+1} \in G$, 且 G_{j-1} 为 G_j 的直接前驱, G_{j+1} 为 G_j 的直接后继,使得

$$\begin{cases} G_{j-1} \leq G_j \leq G_{j+1}, & G_j \text{ 不是初始粒度或原子粒度} \\ G_{j-1} \leq G_j, & G_j \text{ 是原始粒子} \\ G_j \leq G_{j+1}, & G_j \text{ 是初始粒度} \end{cases}$$

成立。即 $\forall t_i \in T, t_i = \bigcup_{j=1}^n G_j(X), G_j \in G$, 令 $G' = \{G_j | (G_j \in G \wedge t_i = \bigcup_{j=1}^n G_j(X))\}$, 对于 $(\forall G_j \in G) \wedge (1 \leq j \leq n) \wedge (G_j \in G')$;即时态元素不允许出现粒度断层,如“2009 G_Y 11 G_D ”是粒度不平滑的。

(2) 粒度饱和约束

$\forall t_i, X \in T$, 且 $t_i = \bigcup_{j=1}^n G_j(X), G_j \in G$, 当 G_j 不为原始粒度或原子粒度时,必有 $1 \leq G_j(X) \leq |G_{j-1}|$ 。如“3 G_H 65 G_{Mi} ”是不饱和的。

(3) 时序约束

由有效时态粒点的定义及性质可知,对于 $\forall t_{p_1}^{G_i}, t_{p_2}^{G_j} \in T$, 在任意粒度 $G_x \in G$ 的约束下,两者必然具有时序关系,即 $t_{p_1}^{G_i} \leq_{G_x} t_{p_2}^{G_j} \vee t_{p_2}^{G_j} \leq_{G_x} t_{p_1}^{G_i}$;进而,如果由有序的时态粒点 $t_{p_1}^{G_i}, t_{p_2}^{G_j}$ 形成有效时态粒区 $I = [t_{p_1}^{G_i}, t_{p_2}^{G_j}]$,则必有 $t_{p_1}^{G_i} \leq_{G_x} t_{p_2}^{G_j}$ 。

(4) 粒度保真约束

$\forall t_p^{G_i}, t_p = \bigcup_{l=1}^n G_l(X), G_l \in G, X \in T$, 令 $G_\mu = \min\{G_l | 1 \leq l \leq n\}$, 则必有 $G_l \leq G_\mu$ 。

其中,约束1和约束2针对任意时态因子 t_i ,而约束3和约束4则针对任意时态粒点 $t_p^{G_i}$ 或者由其构成的时态粒区。

3 时态跨度问题分析

时态跨度虽包括确切时态跨度 $\Delta t_s^{G_i}$ 和非确切时态跨度 $\bar{I}_s$,但非确切时态跨度是通过确实时态跨度的区间来描述的,即 $\bar{I}_s = [\Delta t_{s_1}^{G_i}, \Delta t_{s_2}^{G_j}]$ 。因此,可先从确切时态跨度着手分析。毫无疑问,时态跨度是时态系统中非常特别的时态元素,它的特别之处在于:

①表达形式上确切时态跨度与时态粒点极为相似,但语义却迥然不同。前者的内涵是任意一个粒度或多个粒度嵌套划分下的数量单位,后者则是在其有效粒度的划分空间中的一个点;前者可以是非饱和非平滑的,而后者必定属于规范时态元素。

②确切时态跨度也与时态粒区不一样,语义上两个均表征一个区间,但前者描述的是区间的模,而后者则是区间本身;前者在时态系统中属于语义明确但在任意粒度 G_x 的划

分空间中无明确的对应关系,即在 G_x 的划分空间中找不到一个确定的时态粒点与之对应,但同时却又存在无数多个时态粒区可以与之对应,这正是下文中绑定的思想基础;而后者则不仅同样语义明确而且同时能确切地与给定粒度划分空间中的一个点或多个点相对应。非确切时态跨度与时态粒区形式上也极为相似,但语义上却完全不同,前者是模糊语义。

③与其它时态元素不一样,时态跨度的表达式显式地给出了它的值,即便非确切时态跨度亦然。因此任意两个确切时态跨度之间直接可以比较其大小关系,却不像其它时态元素一样存在先后关系(绑定后可以比较,但实际上转化为时态粒点或时态粒区的比较)。任意两个非确切时态跨度可以基于区间代数判断其关系,而确切时态跨度与非确切时态跨度则可以通过元素与集合的关系来判断二者间的关系。

但这 3 个看似无关的时态元素之间却有着十分密切且复杂的映射关系。在时态应用系统中,时态跨度必须与时间区间和时态粒点绑定或映射后才有实际的意义,才可能进行实际的操作。否则,它仅仅是停留在一个形式上与时态粒点或时态粒区极为相似,虽存在语义,但却无法参与时态系统演算的一个符号。比如,时态推理中讨论形如“连续 3 个月…”等时态命题,具体的事断言依赖于具体的起始时态粒点或者时态粒区。

因此,需要在其上定义一组操作,实现任意两时态跨度之间的大小比较、自然加减或任意粒度下的加减运算以及粒度 G_x 下的动态绑定与规范化转换操作。后两部分与时态粒区密切相关,另文讨论。

时态跨度之间可以施以加、减运算,其结果依然为时态跨度。但由于其独立于任何时态粒度划分空间而存在,而且它在形式上并不满足所有的规范性约束,比如,典型情况下,确切时态跨度均为非平滑、非饱和的,因此,时态跨度的加、减运算相对于其它时态元素而言,更加复杂。由时态跨度的定义,不妨先从一个确切时态跨度示例来直观地理解其加、减运算的问题。

示例 1 令任意两个基于公历时态粒度系统中的确切时态跨度 $\Delta t_{s_1}^{G_i} = 3G_M 10G_D$, $\Delta t_{s_2}^{G_i} = 2G_M 10G_D$, 则 $\Delta t_{s_1}^{G_i} - \Delta t_{s_2}^{G_i} = 3G_M 10G_D - 2G_M 10G_D$ 。如何进一步求解,很自然地想到将对应粒度下的时态元相(加)减,它的确可行,不过并不完备。比如,若示例中的确切时态跨度 $\Delta t_{s_2}^{G_i} = 2G_M 20G_D$,则会出现 $10G_D - 20G_D$ 的情形,即得到一个负值,这会导致一个全新的语义逻辑问题,在粒度 G_D 划分下出现了负时态元。对于时态元素,尤其时态粒点和时态粒区而言,这是不存在也违背逻辑语义的情形。

而且时态跨度也无法通过采取其它时态元素可行的粒度转换或粒度缩放算子如 $\triangleright_p$, 来避免出现负时态元,比如,进一步考察两个确切时态跨度 $\Delta t_{s_1}^{G_i} = 3G_M 10G_D$, $\Delta t_{s_2}^{G_i} = 10G_M 60G_D$, 则 $\Delta t_{s_1}^{G_i} - \Delta t_{s_2}^{G_i} = 3G_M 10G_D - 1G_M 60G_D$ 。显然,不论从常识的角度来看,亦或从数理的逻辑性而言,这种运算在常规方式下是难以计算甚或无法求解的。首先,基于其它时

态元素上的粒度转换算子如 $\triangleright_p$, 也不适用于时态跨度,原因在于时态跨度与时态粒度划分空间具有相对独立性;而且,如果考虑粒度的度可能具有的不唯一性,则类似 $3G_M$ 与 $1G_Y$ 以及 $60G_D$ 等时态元之间的粒度及数量关系是无法确定的;其次,确切时态跨度 $\Delta t_{s_1}^{G_i}$ 和 $\Delta t_{s_2}^{G_i}$ 均为非规范时态元素,而且它们之间存在不同的粒度层级。

如果完备地考虑和分析确切时态跨度之间加减运算的可能情形,根据其粒度是否相同、是否平滑、是否饱和等 3 个方面的因素来考虑,则对于参与加减运算的任意两个确切时态跨度 $\Delta t_{s_1}^{G_i}$, $\Delta t_{s_2}^{G_j}$, 其中 $G_g \in G$, $X_1, X_2 \in T$ 。如不考虑这两个操作数在饱和、平滑方面的相异,则有 2^3 种不同情形,下面列举其中 3 种。

①操作数为饱和、平滑粒度且粒度相同,即

$$\begin{aligned} t_{s_1} &= \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X_1), 1 \leq \mu \leq i, 1 \leq G_g(X_1) \leq |G_{g-1}|, G' = \\ &\{G_g | (G_g \in G) \wedge (t_{s_1} = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X_1))\}, (\forall G_x \in G) \\ &\wedge (\mu \leq x \leq i) \wedge (G_x \in G') \\ t_{s_2} &= \bigcup_{g=v}^j G_g(X_2), 1 \leq v \leq j, 1 \leq G_g(X_2) \leq |G_{g-1}|, G'' = \\ &\{G_g | (G_g \in G) \wedge (t_{s_2} = \bigcup_{g=v}^j G_g(X_2))\}, (\forall G_x \in G) \\ &\wedge (v \leq x \leq j) \wedge (G_x \in G'') \\ G_i &= G_j \end{aligned}$$

②操作数为饱和、非平滑粒度且粒度不同,即

$$\begin{aligned} t_{s_1} &= \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X_1), 1 \leq \mu \leq i, 1 \leq G_g(X_1) \leq |G_{g-1}|, G' = \\ &\{G_g | (G_g \in G) \wedge (t_{s_1} = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X_1))\}, (\exists G_x \in G) \\ &\wedge (\mu < x < i) \wedge (G_x \notin G') \\ t_{s_2} &= \bigcup_{g=v}^j G_g(X_2), 1 \leq v \leq j, 1 \leq G_g(X_2) \leq |G_{g-1}|, G'' = \\ &\{G_g | (G_g \in G) \wedge (t_{s_2} = \bigcup_{g=v}^j G_g(X_2))\}, (\exists G_x \in G) \\ &\wedge (v \leq x \leq j) \wedge (G_x \notin G'') \\ G_i &\neq G_j \end{aligned}$$

③操作数为非饱和、平滑粒度且粒度相同,即

$$\begin{aligned} t_{s_1} &= \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X_1), 1 \leq \mu \leq i, (G_g(X_1) \leq 0) \vee (G_g(X_1) > \\ &|G_{g-1}|), G' = \{G_g | (G_g \in G) \wedge (t_{s_1} = \bigcup_{g=\mu}^i G_g \\ &(X_1))\}, (\forall G_x \in G) \wedge (\mu \leq x \leq i) \wedge (G_x \in G') \\ t_{s_2} &= \bigcup_{g=v}^j G_g(X_2), 1 \leq v \leq j, (G_g(X_2) \leq 0) \vee (G_g(X_2) > \\ &|G_{g-1}|), G'' = \{G_g | (G_g \in G) \wedge (t_{s_2} = \bigcup_{g=v}^j G_g \\ &(X_2))\}, (\forall G_x \in G) \wedge (v \leq x \leq j) \wedge (G_x \in G'') \\ G_i &= G_j \end{aligned}$$

4 时态跨度的向量化处理

4.1 负时态元及时态跨度向量化

示例及其分析表明,时态跨度之间的运算呈现出许多复杂的特性,归结起来,主要集中在负时态元的逻辑意义或者存在性、粒度互异、粒度非平滑、粒度非饱和上。就负时态元而言,如果更进一步观察,不难发现,虽然从逻辑上而言,任一粒度 G_x 划分下的负时态元是不存在的,不过根据时态跨度的定义,其时态因子的作用在于给出了单一或嵌套粒度划分下所获得的连续划分的数量 ℓ , 则其数理含义可表达为“从粒度

G_x 划分空间中减去该负时态元绝对值个单位”,其数理意义是存在且明确的。因此文中扩大时态因子取值范围,赋予其负值的数理逻辑内涵,直接用负时态因子的形式来表达时态跨度,并参与运算。

再者,从确切时态跨度的非规范性分析,其主要违背平滑性和饱和性约束,但依然满足时态元素的最小约束,也即构成确切时态跨度的各时态元的粒度也是有序的,与时态粒点类似,可将时态粒度系统映射为向量空间。对于时态系统的粒度集 $G, G = \{G_i | i=1, 2, \dots, n\}$, 如果将其中的每个粒度 G_i 均视为空间中一个维度,根据时态粒度划分的定义,在时态粒度 G_i 的划分空间中,时态因子是线性序的,因此可以令时态因子单调递增的方向为 G_i 粒度维度的正向,记为 $\vec{G}_i, i=1, 2, \dots, n$ 。现经过空间任一点 O 以 $\vec{G}_i$ 的方向建立坐标轴,并令任意两个方向间均正交,则可以以此建立基于粒度系统 G 的 n 维空间直角坐标系 $O-G_i$ 和 n 维空间 V 。而且由于所有时态因子在 N 中取值,即坐标值均属于 N ,因此 V 为 N^n 的子空间,具备 N^n 的所有性质。

因此,从形式上而言,任意确切时态跨度 $\Delta t_s^{G_i}$ 也可以描述为其粒度划分空间(或维度)中的时态元的有序 n 元组 $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$ 。不过,由于其存在非平滑性,反映到 n 元组中则是两个相邻元素其粒度未必相同。

与时态粒点不同的是,确切时态跨度的每个时态元都描述了时态跨度在该划分空间中的数量,而不是位置。即从粒度划分空间来看,其既有大小,又有方向,而且无明确的起点,显然与自由向量的定义吻合。因此可以将其映射为粒度化的向量空间 V 中的一自由向量,并可以借助向量代数对其描述,并将其加、减运算转化为基于向量代数的加、减运算。

虽然形式上和处理方式上,时态粒点与时态跨度都可以借助空间系统的方式来描述,进而完成相应的运算,但两者的本质和意义是不一样的。时态粒点是基于空间中的点来描述并参与运算的,在空间中其位序是明确的,而时态跨度是作为空间中的自由向量来处理的。而且由于确切时态跨度存在负时态元,因此向量空间中的任意向量 $\vec{v}$, 在任意维度 G_i 下的投影 $\text{Prj}_{G_i} \vec{v}$ 方向不再如同时态粒点一样苛求与 G_i 维度的方向 $\vec{G}_i$ 的同向性,可以相反。

4.2 时态跨度的粒度完备化与平滑化处理

与时态粒点类似,时态跨度也具有粒度集 $G' \subset G$ 问题,可以采取与时态粒点完备化类似的方式对时态跨度的粒度集合做完备化处理。但与时态粒点不同的是,时态跨度可能需要两端补 0。与时态粒点的完备化类似,时态跨度的补 0 完备化不影响原时态跨度的语义和值。

考察任意平滑的时态粒度 $\Delta t_s^{G_i}$, 其中 $t_s = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X)$, $1 \leq \mu \leq i, G_g \in G, X \in T$, 令 $G' = \{G_g | G_g \in G \wedge t_s = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X)\}, G_a = \inf\{G'\}, G_b = \sup\{G'\}$, 则

①当 $G_1 \leq G_a$ 时,需要从 G_1 之后为各个粒度补 0 时态元,直至 G_a , 使 $G' = G$;

②当 $G_b \leq G_n$ 时,需要从 G_b 之后为各个粒度补 0 时态元,直至 G_n , 使 $G' = G$;

③当上述两者同时满足时,则需要前后均补 0 时态元,使得 $G' = G$ 。

对于任意确切时态跨度 $\Delta t_s^{G_i}$, 其中 $t_s = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X)$, $1 \leq \mu \leq i, G_g \in G, X \in T$, 令 $G' = \{G_g | G_g \in G \wedge t_s = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X)\}$, 若 $\exists G_x \in G$, 且满足 $\mu < x < i$, 而 $G_x \notin G'$, 则称时态跨度 $\Delta t_s^{G_i}$ 是非平滑的。

受非平滑性影响,对于任意确切时态跨度 $\Delta t_s^{G_i}$, 即使 $\Delta t_s^{G_i}$ 在维度 G_μ 上有定义或取值,也不能保证它在 $G_{\mu-1}$ 或 $G_{\mu+1}$ 上有定义,其中 $\mu-1 < \mu < \mu+1 \leq i$ 。因此依然还存在无法映射到向量空间 V 的问题,需要对时态跨度再进行平滑化处理。

粒度平滑化处理是指为了消除构成时态跨度 $\Delta t_s^{G_i}$ 且 $t_s = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X)$ 的时态因子 X 之间的粒度间隙。对于 $\forall G_x \in G \wedge G_x \notin G', \mu < x < i$, 则令 $G_x(X) = 0$ 。即使 $t_s \rightarrow t_s' = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X)$, $1 \leq \mu \leq i, G_g \in G, X \in T, G' = \{G_g | G_g \in G \wedge t_s = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X)\}$, 对于 $\forall G_x \in G$ 且 $\mu \leq x \leq i$, 满足 $G_x \in G'$ 。

任意一个确切非平滑的时态跨度 $\Delta t_s^{G_i}$ 进行粒度平滑化处理后,不影响原时态跨度的语义和值。下面任取一个 $\Delta t_s^{G_i}$, $t_s = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X)$, $1 \leq \mu \leq i, G_g \in G, X \in T$, 令 $G' = \{G_g | G_g \in G \wedge t_s = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X)\}, G_x' = \{G_x | G_x \in G \wedge G_x \notin G', \mu < x < i\}$ 。

当 $|G_x'| = 1$ 时,原 $\Delta t_s^{G_i}$ 对应于一个 $(i-\mu)$ 元组,可由式(1)描述:

$$\rho = \langle X_\mu, \dots, X_{x-1}, X_{x+1}, \dots, X_i \rangle \quad (1)$$

经粒度平滑化处理后对应于一个 $(i-\mu+1)$ 元组,如式(2):

$$\rho' = \langle X_\mu, \dots, X_{x-1}, 0, X_{x+1}, \dots, X_i \rangle \quad (2)$$

当 $|G_x'| = m$ 时,原 $\Delta t_s^{G_i}$ 对应于一个 $(i-\mu-m+1)$ 元组,可由式(3)表述:

$$\rho = \langle X_\mu, \dots, X_{x_1-1}, X_{x_1+1}, \dots, X_{x_m-1}, X_{x_m+1}, \dots, X_i \rangle \quad (3)$$

经粒度平滑化处理后对应于一个 $(i-\mu+1)$ 元组,如式(4):

$$\rho' = \langle X_\mu, \dots, X_{x_1-1}, 0, X_{x_1+1}, \dots, X_{x_m-1}, 0, X_{x_m+1}, \dots, X_i \rangle \quad (4)$$

进一步经粒度完备化处理后对应于一个 n 元组,见式(5):

$$\rho'' = \langle \underbrace{0, \dots, 0}_{\mu-1}, X_\mu, \dots, X_{x_1-1}, 0, X_{x_1+1}, \dots, X_{x_m-1}, 0, X_{x_m+1}, \dots, X_i, \underbrace{0, \dots, 0}_{n-i} \rangle \quad (5)$$

该元组等价于向量空间 V 中的 n 维向量,如式(6):

$$\vec{\rho}'' = \langle \underbrace{0, \dots, 0}_{\mu-1}, X_\mu, \dots, X_{x_1-1}, 0, X_{x_1+1}, \dots, X_{x_m-1}, 0, X_{x_m+1}, \dots, X_i, \underbrace{0, \dots, 0}_{n-i} \rangle \quad (6)$$

式(6)中维向量 $\vec{\rho}''$ 的模 $\|\vec{\rho}''\|$ 与式(3)中原 $(i-\mu)$ 元组 ρ 所对应的 $(i-\mu)$ 维向量的模 $\|\vec{\rho}\|$ 取值保持一致。此外,由于任意时态因子在时态跨度中语义是给出在单一或嵌套粒度划分下所获得的连续划分的数量,因此如果在某个粒度划分下没有取值或取值为 ℓ , 其语义是相同的,不影响原有语义。

5 时态跨度的向量化运算

5.1 时态跨度的加减运算

在 $G_i, i=1, 2, \dots, n$ 轴的正向上分别取模为 1 的基本单位向量 $\vec{g}_i$, 确切时态跨度 $\Delta t_i^{G_i}$ 经过补 0 时态元平滑处理后, 其向量维数为粒度系统全集的模, 可以视为空间 N^n 中的一自由向量 $\vec{t}_i$, 并定义向量的模 $\|\vec{t}_i\|$ 等于确切时间跨度 $\Delta t_i^{G_i}$ 。因此, 任意两个确切时态跨度 $\Delta t_i^{G_i}, t_{i_1} = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X), 1 \leq \mu \leq i, G_g \in G, X \in T$ 和 $\Delta t_{i_2}^{G_{i_2}}, t_{i_2} = \bigcup_{g=v}^j G_g(Y), 1 \leq v \leq j, G_g \in G, Y \in T$, 通过粒度完备化和平滑化处理后有 $\Delta t_{i_1}^{G_{i_1}}, t_{i_1} = \bigcup_{g=1}^n G_g(X), G_g \in G, X \in T, G_g(X) \in Z$ 和 $\Delta t_{i_2}^{G_{i_2}}, t_{i_2} = \bigcup_{g=1}^n G_g(Y), G_g \in G, Y \in T, G_g(Y) \in Z$, 即形成惟一的有序元组 $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$ 和 $\langle Y_1, Y_2, \dots, Y_n \rangle$ 。令它们分别等价于 V 中的向量 $\vec{t}_{i_1}$ 和 $\vec{t}_{i_2}$, 使 $\vec{t}_{i_1} = X_1 \vec{g}_1 + X_2 \vec{g}_2 + \dots + X_n \vec{g}_n, \vec{t}_{i_2} = Y_1 \vec{g}_1 + Y_2 \vec{g}_2 + \dots + Y_n \vec{g}_n$, 则有序数组 $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$ 可对应于向量空间 $O-g_i$ 中的坐标, 并简记为 $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$ 。作为区别, 将空间任意一点 P 的坐标记为 $P(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 。

根据向量加减运算的平行四边形法则, 有两个确切时态跨度的自然加减运算可表述为式(7):

$$\begin{aligned} \vec{t}_{i_1} \pm \vec{t}_{i_2} &= (X_1 \vec{g}_1 + X_2 \vec{g}_2 + \dots + X_n \vec{g}_n) \pm (Y_1 \vec{g}_1 + Y_2 \vec{g}_2 + \dots + Y_n \vec{g}_n) \\ &= \langle (X_1 \pm Y_1), (X_2 \pm Y_2), \dots, (X_n \pm Y_n) \rangle \end{aligned} \quad (7)$$

式中, $X_i - Y_i \in Z$, 即值可能为大于 0、等于 0、小于 0 中的任意一种。由于已经赋予负时态元的数理含义, 因此正负时态元及时态元均可有效定义两个确切时态跨度的加减结果。其结果依然为一个确切时态跨度, 形如 $\Delta t_i^{G_i}, t_i = \bigcup_{g=1}^n G_g(Z), G_g \in G, Z \in T, G_g(Z) \in Z$ 。但其逻辑语义必须在绑定后才有实际意义。关于时态跨度的绑定问题将另文介绍。

推论 1 $Prj G_i(\vec{t}_{i_1} + \vec{t}_{i_2}) = Prj G_i(\vec{t}_{i_1}) + Prj G_i(\vec{t}_{i_2})$, 即 $G_i(\Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} + \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}}) = G_i(\Delta t_{i_1}^{G_{i_1}}) + G_i(\Delta t_{i_2}^{G_{i_2}})$ 。

则由向量的加法运算规律知, 确切时态跨度加法运算满足可交换和可结合的性质。

①可交换:

$$\begin{aligned} \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} + \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}} &= \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}} + \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} \\ &\Rightarrow \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} + \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}} = \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}} + \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} \end{aligned}$$

②可结合:

$$\begin{aligned} (\Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} + \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}}) + \Delta t_{i_3}^{G_{i_3}} &= \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} + (\Delta t_{i_2}^{G_{i_2}} + \Delta t_{i_3}^{G_{i_3}}) \Rightarrow (\Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} + \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}}) + \Delta t_{i_3}^{G_{i_3}} = \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} + (\Delta t_{i_2}^{G_{i_2}} + \Delta t_{i_3}^{G_{i_3}}) \end{aligned}$$

因此, 多个确切时态跨度之间可以做加法运算, 其结果仍为时态跨度。

而确切时态跨度减法运算与向量一样, 仅可做向量间的减法运算。特别地, 结合时态跨度的实际语义, 仅在两个确切时态跨度间存在及有必要施以减法。

进而, 由区间运算方法和确切时态跨度的自然加减规则, 可以计算任意两非确切时态跨度 $\bar{I}_{i_1} = [\Delta t_{i_1}^{G_{i_1}}, \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}}]$ 和 $\bar{I}_{i_2} =$

$[\Delta t_{i_2}^{G_{i_2}}, \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}}]$ 之间的自然加减值。为简化表述, 将其分别表达为 $\bar{I}_1 = [\bar{I}_1^-, \bar{I}_1^+]$ 和 $\bar{I}_2 = [\bar{I}_2^-, \bar{I}_2^+]$ 。其结果也为一非确切时态跨度, 有:

两个非确切时态跨度间的自然减运算“—”:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 - \bar{I}_2 &= [\bar{I}_1^-, \bar{I}_1^+] - [\bar{I}_2^-, \bar{I}_2^+] \\ &= [(\bar{I}_1^- - \bar{I}_2^-), (\bar{I}_1^+ - \bar{I}_2^+)] \end{aligned}$$

两个非确切时态跨度的自然加运算“+”:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 + \bar{I}_2 &= [\bar{I}_1^-, \bar{I}_1^+] + [\bar{I}_2^-, \bar{I}_2^+] \\ &= [(\bar{I}_1^- + \bar{I}_2^-), (\bar{I}_1^+ + \bar{I}_2^+)] \end{aligned}$$

同样, 两个非确切时态跨度之间的加法也满足交换律:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 + \bar{I}_2 &= \bar{I}_2 + \bar{I}_1 = [\bar{I}_1^-, \bar{I}_1^+] + [\bar{I}_2^-, \bar{I}_2^+] \\ &= [\bar{I}_2^-, \bar{I}_2^+] + [\bar{I}_1^-, \bar{I}_1^+] \\ &= [(\bar{I}_1^- + \bar{I}_2^-), (\bar{I}_1^+ + \bar{I}_2^+)] \end{aligned}$$

多个非确切时态跨度之间的加法满足结合律:

$$\begin{aligned} (\bar{I}_1 + \bar{I}_2) + \bar{I}_3 &= \bar{I}_1 + (\bar{I}_2 + \bar{I}_3) \\ &= ([\bar{I}_1^-, \bar{I}_1^+] + [\bar{I}_2^-, \bar{I}_2^+]) + [\bar{I}_3^-, \bar{I}_3^+] \\ &= [\bar{I}_1^-, \bar{I}_1^+] + ([\bar{I}_2^-, \bar{I}_2^+] + [\bar{I}_3^-, \bar{I}_3^+]) \\ &= [(\bar{I}_1^- + \bar{I}_2^- + \bar{I}_3^-), (\bar{I}_1^+ + \bar{I}_2^+ + \bar{I}_3^+)] \end{aligned}$$

从而, 对于任意两个时态跨度, 可以不做转换而直接进行有负数值前提下的自然加减。粒度不一致时, 直接在对应粒度下补 0 值运算, 如式(8)所示:

$$\begin{aligned} 3G_M + 25G_D &= 3G_M 0G_D + 25G_D = 3G_M 25G_D \\ 3G_M - 25G_D &= 3G_M 0G_D - 25G_D = 3G_M (-25)G_D \end{aligned} \quad (8)$$

不过, 2 个时态跨度进行时态演算之后其结果可能不为规范时态元素, 如在式(8)中, 其结果为非规范格式, 则需要绑定时再做修正, 由绑定时态粒区的具体粒度取值关系进行规范化处理。

5.2 时态跨度的乘法运算

与向量和标量间的乘法类似, 任意确切时态跨度 $\Delta t_i^{G_i}, t_i = \bigcup_{g=\mu}^i G_g(X), 1 \leq \mu \leq i, G_g \in G, X \in T$ 也可与任意正常量 κ 做乘法运算, 且不要求对 $\Delta t_i^{G_i}$ 做粒度完备化和平滑化处理, 其结果仍为确切时态跨度, 有:

$$\begin{aligned} \kappa \cdot \Delta t_i^{G_i} &= \kappa \cdot |\Delta t_i^{G_i}| = \{\kappa \cdot G_g(X) | g \in [\mu, i]\} \\ &\Rightarrow \kappa \cdot \Delta t_i^{G_i} = \{\kappa \cdot G_g(X) | g \in [1, n]\} \end{aligned}$$

则由向量的加法运算规律知, 确切时态跨度乘法运算满足以下性质。

①结合律: 对于 $\forall \kappa, \omega \in \mathbb{Z}^+$, 有

$$\kappa \cdot (\omega \cdot \Delta t_i^{G_i}) = (\kappa \cdot \omega) \cdot \Delta t_i^{G_i}$$

②分配律: 对于 $\forall \kappa, \omega \in \mathbb{Z}^+, \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}}, \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}}$ 为两个任意确切时态跨度, 则有

$$\begin{cases} (\kappa + \omega) \cdot \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} = \kappa \cdot \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} + \omega \cdot \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} \\ \kappa \cdot (\Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} + \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}}) = \kappa \cdot \Delta t_{i_1}^{G_{i_1}} + \kappa \cdot \Delta t_{i_2}^{G_{i_2}} \end{cases}$$

结束语 作为时态断言主要演算对象的时态跨度, 是一个较为特殊的时态元素。描述形式上, 它与时态粒点类似, 却并不满足所有的时态约束性质; 语义上, 它表征给定时时态粒度

- [3] Sistla A P, Godefroid P. Symmetry and reduced symmetry in model checking [C] // CAV, volume 2102 of LNCS. Spain: Springer, 2007; 91-103
- [4] Clarke E M, Grumberg O, Long D E. Model checking and abstraction[J]. ACM Transaction on Programming Languages and Systems, 1993, 16(5): 1512-1542
- [5] Krimm J P, Mounier L. Compositional state space generation from Lotos programs[C] // Proc. Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems (TACAS 1997), volume 1217 of LNCS. Berlin: Springer, 1997; 239-258
- [6] Biere A. Efficient μ -calculus model checking[C] // CAV, volume 1254 of LNCS. Spain: Springer, 1997; 468-471
- [7] Burch J R, Clarke E M, McMillan K L. Symbolic model checking: 10^{20} states and beyond[J]. Information and Computation, 1998, 14(2): 142-170
- [9] Raimondi F, Lomuscio A. Automatic verification of multi-agent systems by model checking via OBDDs[J]. Journal of Applied Logic, 2005, 21(3): 125-137
- [10] Su Kai-le. Model Checking Temporal Logics of Knowledge in Distributed Systems[C] // The Nineteenth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-04). America: Springer, 2004; 354-368
- [11] Jard C, Jeron T. Bounded-memory Algorithms for Verification On-the-fly[C] // 3rd Workshop on Computer-Aided Verification. America: Springer, 1991; 210-230
- [12] Gerth R, Pled D, Vardi M Y, et al. Simple on-the-fly automatic verification of linear temporal logic[C] // the Conference of Protocol Specification Testing and Verification. Chapman Chapman & Hall; Springer, 1995; 3-18
- [13] Clarke E M, Orna Grumberg and Doron A. Peled. Model Checking[C] // 11th Conference of Model Checking. Cambridge: MIT Press, 1999; 121-140
- [14] Courcoubetis C, Vardi M Y, Wolper P, et al. Memory efficient algorithms for verification of temporal properties[C] // The Conference of Formal Methods in System Design. German: Springer, 1990; 275-288

(上接第 175 页)

划分下的数量关系,却又可以超越时态元仅有正值的内涵,使得时态跨度之间的运算以及时态关系演算等变得复杂。但由于时态粒度全集中往往包含弹性粒度,使得构成时态跨度的各时态元之间难以或甚至不能进行粒度转换处理,从而使时态跨度之间缺乏有效且准确的演算方法。本文通过对时态粒度系统做向量化处理,使其同构到 n 维向量空间,并将时态跨度做完完备化和平滑化处理后,映射为向量空间中的自由向量。同时证明了这种处理方式能够保证时态跨度的语义及数值意义,从而可以通过向量间的运算法则以及性质,简单有效地处理各种复杂组合形式下的时态跨度间的运算。不过,鉴于时态跨度的复杂性,对于时态跨度之间的确切时态关系,必须依赖于具体绑定后的运算,限于篇幅,将另文讨论。

参 考 文 献

- [1] Lin T Y. Granular Computing: From Rough Sets and Neighborhood Systems to Information Granulation and Computing in Words [C] // European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing. Aachen, Germany, 1997; 1602-1606
- [2] Zadeh, et al. Granular Computing and Rough Set Theory [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2007, 4585: 1-4
- [3] 左亚尧, 汤庸, 舒忠梅, 等. 时态的粒度刻画及演算问题研究[J]. 计算机科学, 2010, 37(12): 114-119
- [4] Pfennigschmidt S, Voisard A. Handling Temporal Granularity in Mobile Services [C] // IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications. Marrakech, 2009; 295-300
- [5] Zhang Xue-jie, Ng K-W. A temporal partitioning approach based on reconfiguration granularity estimation for dynamically configurable systems[C] // IEEE International Conference on Field-Programmable Technology. Tokyo, 2003; 344-347
- [6] 万静, 郝忠孝. 具有多时间粒度的强全序时态模式中多值依赖问题研究[J]. 计算机研究与发展, 2008, 45(6): 1064-1071
- [7] Egidi L, Terenziani P. A flexible approach to user-defined symbolic granularities in temporal databases [C] // Proceedings of the 2005 ACM Symposium on Applied Computing. New Mexico, 2005; 592-597
- [8] Merlo I, Bertino E, Ferrari E, et al. Querying multiple temporal granularity data [C] // Seventh International Workshop on Temporal Representation and Reasoning (TIME 2000). July 2000; 103-114
- [9] Bertino E, Ferrari E, Guerrini G, et al. Navigating through multiple temporal granularity objects [C] // Eighth International Symposium on Temporal Representation and Reasoning. Italy, 2001; 47-155
- [10] Belussi A, Combi C, Pozzani G. Formal and conceptual modeling of spatio-temporal granularities [C] // Proceedings of the 2009 International Database Engineering & Applications Symposium (IDEAS '09). Italy: ACM, 2009; 275-283
- [11] Orgun M A, Liu Chu-chang, Nayak A C. Representation and Integration of Knowledge Based on Multiple Granularity of Time Using Temporal Logic [C] // IEEE International Conference on Information Reuse and Integration. Hawaii, 2006; 256-261
- [12] Cotofrei P, Stoffel K. Temporal granular logic for temporal data mining [C] // IEEE International Conference on Granular Computing. Beijing, 2005; 417-422
- [13] Chen Xiao-qing, Qiu Tao-rong, Liu Qing, et al. The Framework of Temporal Granular Logic Based on Information System [C] // IEEE GrC 2006. Atlanta, 2006; 604-606
- [14] Goralwalla I A, Leontiev Y, et al. Temporal granularity for unanchored temporal data [C] // ACM Proceedings of the Seventh International Conference on Information and Knowledge Management (CIKM1998). Bethesda MD USA, 1998; 414-423