计算机科学 COMPUTER SCIENCE
http://www.jsjkx.com
DOI:10.11896/jsjkx.210200012

一阶逻辑中公理化真度研究

郝　娇　惠小静　马　硕　金明慧
延安大学数学与计算机科学学院　陕西 延安 716000
(825716511@qq.com)

摘　要　一阶逻辑是公理系统的标准形式逻辑之一,其中包含的程度化推理等研究内容,是一个研究热点也是难点。文中从一阶逻辑演算的语义理论出发,利用可满足性及完备性定理研究了一阶逻辑中公理化真度。首先给出并、交运算可满足性的定义,其次说明了两个特殊公式与逻辑有效公式以及定理的关系,最后得出与公式等价的前束范式。上述结果将为谓词逻辑程度化研究做准备。

关键词:一阶逻辑;逻辑有效公式;可满足性;定理;前束范式
中图法分类号　O141

Study on Axiomatic Truth Degree in First-order Logic

HAO Jiao,HUI Xiao-jing,MA Shuo and JIN Ming-hui
School of Mathematics and Computer Science,Yan'an University,Yan'an,Shaanxi 716000,China

Abstract　First-order logic,as one of the standard formal logics of axiomatics systems,contains the research contents such as degree reasoning,which is a hot and difficult point. Based on the semantic theory of first-order logic calculus,this paper studies the axiomatic truth degree of first-order logic by using the satisfiability and completeness theorem. Firstly,the definition of the satisfiability of union and intersection operation is given. Secondly,the relationship between two special formulas and logical effective formulas and theorems is explained. Finally,the prenex normal form equivalent to formulas is obtained. The above results will prepare for the research of predicate logic degree.

Keywords　First-order logic,Logically valid formula,Satisfiability,Theorem,Prenex normal form

1　引言

数理逻辑是以符号化为特点的形式化理论,它注重形式推理而不重视数值计算,二者之间似乎存在着一堵无形的墙,文献[1]尝试将隔离的两边以某种方式联系起来,从而产生一个新的分支,我们把它称为计量逻辑学。文献[2-3]对计量逻辑学作了简要的介绍。按照研究对象的不同,将其分为计量命题逻辑与计量一阶逻辑,其中计量命题逻辑已得到深入而系统的大量研究成果[4-8],但计量一阶逻辑却只有零散成果[9-13]。文献[14-15]虽然提出了谓词逻辑系统,但并不涉及计量化问题。文献[16]以语构角度提出一阶公式的公理化真度。文献[17-18]是从语义角度出发,得到了关于一阶逻辑系统中一阶逻辑公式的真度度量的一些尝试性结果。文献[19]介绍了数理逻辑的基础知识。

一阶逻辑演算的语义理论是借助于合式公式集以外的对象建立了一阶语言的解释及其在解释中的赋值等概念,基于这些 F 以外的工具描述了诸如项的代入定理、可满足性、逻辑有效公式以及逻辑等价性等一系列重要性质。其中,应用可满足性及演绎定理证明完备性定理。而一阶逻辑演算的语构理论是从另一方式来刻画有关合式公式的基本性质,即通过在 F 自身中给出公理和推理规则来展开谓词演算理论。其中,凡逻辑有效公式都可以从公理出发运用两条推理规则推出。

命题逻辑中,我们可以从语义与语构的角度来判断一个公式是否为定理。在一阶逻辑系统中,从语构角度来说,我们可以从 6 条公理出发运用推理规则推出;而从语义角度来说,我们如何判断一个公式是定理呢?这就是本文所要研究的内容。

本文通过对文献[16]进行分析,一方面,从语义角度出发,利用可满足性及完备性定理,提出了并、交运算的可满足性,来说明一个公式是否为逻辑有效公式;另一方面利用逻辑有效公式的性质来说明它是否为定理。之后,根据量词的性质及运算规律,得出了与之等价的前束范式。最后,对文献[16]细小的知识点进行了补充。

基金项目:国家自然科学基金项目(11471007,61763045);国家级大学生创新创业训练计划项目(201910719023);延安大学研究生教改研究项目(YDYJG2018022,YDYJG2017024)
This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(11471007,61763045),National Innovation and Entrepreneurship Training Program for College Students(201910719023) and Postgraduate Education Reform Research Project of Yan'an University(YDYJG2018022,YDYJG2017024).
通信作者:惠小静(xhmxiaojing@163.com)

2 预备知识

符号表 一阶语言 $\mathscr{L}$ 由以下符号组成：

(1)变元符号：$x_1, x_2, \cdots$。

(2)某些个体常元 a_i。

(3)某些谓词符号 A_i^n。

(4)某些函数符号 f_i^n。

(5)连接词：$\neg$与$\rightarrow$。

(6)标点符号：(,),′。

(7)量词符号：$\forall$。

设 $\mathscr{L}$ 是一阶语言，则 $\mathscr{L}$ 中的项定义如下：

(1)变元和 $\mathscr{L}$ 中的个体常元是项。

(2)设 f_i^n 是 $\mathscr{L}$ 中的 n 元函数符号，$t_1, \cdots, t_n$ 是项，则 $f_i^n(t_1, \cdots, t_n)$是项。

(3) $\mathscr{L}$ 中项均由(1)与(2)的方式生成，其全体之集记为 T。

公式集 设 $\mathscr{L}$ 是一阶语言，A_j^k 是 $\mathscr{L}$ 中的 k 元谓词，$t_1, \cdots, t_k$ 是 $\mathscr{L}$ 中的项，则称 $A_j^k(t_1, \cdots, t_k)$为 $\mathscr{L}$ 的原子公式。$\mathscr{L}$ 中的合式公式定义如下：

(1)原子公式是合式公式。

(2)如果 A 与 B 是合式公式，则$\neg A$，$A \rightarrow B$ 与$(\forall x_i)A$ 也都是合式公式。

(3)合式公式均由(1)与(2)的方式生成。

公理集 $K_{\mathscr{L}}$的公理集由以下形式的公式组成：

(K1) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$。

(K2) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$。

(K3) $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$。

(K4) $(\forall x_i)A \rightarrow A$。

(K5) $(\forall x_i)A(x_i) \rightarrow A(t)$($x_i$ 是 $A(x_i)$的自由变元，且 t 项关于 $A(x_i)$中的 x_i 自由)。

(K6) $(\forall x_i)(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (\forall x_i)B)$($x_i$ 不在 A 中自由出现)。

推理规则 $K_{\mathscr{L}}$的推理规则集包含以下两条推理规则。

MP 规则：从 $A \rightarrow B$ 与 A 可得 B。

推广规则：从 A 可得$(\forall x_i)A$。

在命题演算中，一个原子公式 p 是不可再分的，我们可以给它赋值 1 或 0 表示它为真或为假。但在谓词演算中，一个原子公式 A 有了内部结构，不能简单地给它赋值 1 或 0 以表示其真或假，而要从对它涉及的语言符号的解释做起。

解释 设 $\mathscr{L}$是一阶语言，$\mathscr{L}$的解释 I 的组成如下：

(1)一个非空集 D_I，叫解释 I 的论域。

(2)D_I 中的一组与 $\mathscr{L}$ 中的个体常元 $a_1, a_2, \cdots$相对应的特定元$\overline{a_1}, \overline{a_2}, \cdots$。

(3)D_I 上的一组与 $\mathscr{L}$ 中的谓词符号$\{A_i^n\}$相对应的关系$\{\overline{A_i^n}\}$，这里$\overline{A_i} \subset D_I^n$，即$\overline{A_i^n}$是 D_I 上的 n 元关系。

(4)D_I 上的一组与 $\mathscr{L}$ 中的函数符号$\{f_i^n\}$相对应的函数$\{\overline{f_i^n}\}$，这里$\overline{f_i^n}: D_I^n \rightarrow D_I$ 是 D_I 上的 n 元函数。

一阶语言 $\mathscr{L}$ 在有了解释 I 之后，$\mathscr{L}$中的个体常元、函数符号、项、谓词符号等就有了在 D_I 中的明确含义。$\mathscr{L}$ 中的公式就成为了论域 D_I 中关于它所含变元的一种论断。这种论断的正确与否取决于所涉及的变元在 D_I 中的赋值。

赋值 设 $\mathscr{L}$是一阶语言，I 是 $\mathscr{L}$的解释。$\mathscr{L}$在 I 中的赋值 v 是从 $\mathscr{L}$的项集 T 到 D_I 的一个映射 $v: T \rightarrow D_I$，满足条件：

(1)$v(a_i) = \overline{a_i}$，这里 a_i 是 $\mathscr{L}$中的个体常元。

(2)$v(f_i^n(t_1, \cdots, t_n)) = \overline{f_i^n}(v(t_1), \cdots, v(t_n))$，这里 f_i^n 是 $\mathscr{L}$ 的函数符号。

定义 1[4] 设 $\mathscr{L}$一阶语言，I 是 $\mathscr{L}$的一个解释，$A \in F$。如果对 $\mathscr{L}$在 I 中的每个赋值 v 都有 v 满足 A，则称 A 是关于 I 的真公式，记作 $I \models A$。如果对 $\mathscr{L}$在 I 中的每个赋值 v 都有 v 不满足 A，则称 A 是关于 I 的假公式。

定义 2[4] $\mathscr{L}$的公式 A 叫逻辑有效的，若对 $\mathscr{L}$的每个解释 I 均有 $I \models A$。A 叫矛盾式，若对 $\mathscr{L}$的每个解释 I 均有 $I \models \neg A$，即对 $\mathscr{L}$的每个解释 I 以及 $\mathscr{L}$在 I 中的每个赋值 v，v 都不满足 A。

定义 3[4] 设 $x_1, \cdots, x_n$ 是公式 A 中的全部自由出现的变元，则称$(\forall x_1)(\forall x_2)\cdots(\forall x_n)A$ 为 A 的完全闭包，记作 clA。

定义 4[4] 设 A 和 B 是一阶语言 $\mathscr{L}$中的两个公式，如果 $A \rightarrow B$ 与 $B \rightarrow A$ 都是逻辑有效公式，则称 A 与 B 是逻辑等价的，记作 $A \approx B$。

命题 1[4] 设 A 是一阶语言 $\mathscr{L}$的公式，则$(\forall x_1)(\forall x_2)A \approx (\forall x_2)(\forall x_1)A$。

命题 2[4](可靠性定理) K 中的定理都是逻辑有效公式。

命题 3[4](完备性定理) F 中的公式 A 是系统 $K_{\mathscr{L}}$中的定理当且仅当 A 是逻辑有效公式。

3 可满足性及逻辑有效公式

定义 5[4] 设 $\mathscr{L}$是一阶语言，I 是 $\mathscr{L}$的解释，v 是 $\mathscr{L}$在 I 中的一个赋值，A 是 $\mathscr{L}$中的一个公式。所谓 v 满足 A 可以归纳地定义如下：

(1)若 A 是原子公式 $A_j^n(t_1, \cdots, t_n)$，则 v 满足 A 指$\overline{A_j^n}(v(t_1), \cdots, v(t_n))$是在 D_I 上为真的 n 元关系。

(2)若 A 是$\neg B$，则 v 满足 A 指 v 不满足 B。

(3)若 A 是 $B \rightarrow C$，则 v 满足 A 指 v 满足 C 或 v 不满足 B。

(4)若 A 是$(\forall x_i)B$，则 v 满足 A 指每个与 vi-等价的赋值 v'都满足 B。

那么，对于出现 A 是 $B \vee C$ 或 A 是 $B \wedge C$ 的情形，我们又该如何定义它的可满足性呢？

定理 1 (1)A 是 $B \vee C$，则 v 满足 A 指 v 满足 B 或 v 满足 C。

(2)A 是 $B \wedge C$，则 v 满足 A 指 v 满足 B 且 v 满足 C。

证明：(1)因为 $B \vee C$ 是$\neg B \rightarrow C$ 的简写，所以若赋值 v 满足 $B \vee C$，则赋值 v 满足$\neg B \rightarrow C$。由定义 5(3)，v 满足 C 或 v 不满足$\neg B$，则 v 满足 C 或 v 满足 B。反过来，设 v 满足 C 或 v 满足 B，则 v 满足 C 或 v 不满足$\neg B$，即 v 满足$\neg B \rightarrow C$，也就是 v 满足 $B \vee C$。

(2)因为 $B \wedge C$ 是$\neg(B \rightarrow \neg C)$的简写，所以若赋值 v 满足 $B \wedge C$，则赋值 v 满足$\neg(B \rightarrow \neg C)$，$v$ 不满足 $B \rightarrow \neg C$，v 不满

足$\neg B$或v不满足$\neg C$，从而v满足B且v满足C。反过来，设v满足B且v满足C，则v不满足$\neg B$或v不满足$\neg C$，从而v不满足$B\to\neg C$，v满足$\neg(B\to\neg C)$，即v满足$B\wedge C$。

定理2　若$\gamma=(\forall x)A(x)\vee(\forall x)\neg A(x)$，则$\gamma$不是逻辑有效公式，从而不是定理。

证明：设赋值v满足γ，即v满足$(\forall x)A(x)$或$(\forall x)\neg A(x)$，从而v不满足$\neg(\forall x)A(x)$且$\neg(\forall x)\neg A(x)$。有两种情形：1)v不满足$\neg(\forall x)A(x)$，v满足$(\forall x)A(x)$。2)v不满足$\neg(\forall x)\neg A(x)$，v满足$(\forall x)\neg A(x)$，由定义5(4)，有与v_i-等价的赋值v'满足$\neg A(x)$，即v'不满足$A(x)$，从而v不满足$(\forall x)A(x)$。因此，当v满足γ时，v满足$(\forall x)A(x)$且v不满足$(\forall x)A(x)$，二者不能同时成立，所以v不满足γ。因而γ不是逻辑有效公式，从而不是定理。

命题4[4]　设A是一阶语言$\mathscr{L}$中的公式，则以下各条件等价：

(I)A是逻辑有效公式。

(II)$(\forall x_i)A$是逻辑有效公式。

(III)clA是逻辑有效公式。

证明：(I)⇒(II)

(1)A　　假设

(2)$(\forall x_i)A$　　(1)推广规则

凡逻辑有效公式都可以从6条公理出发运用两条推理规则推出。

(II) ⇒(III)

(1)设公式A不含自由变元，则$clA=A$，由(K4)知：$(\forall x_i)A\to A$。因此，当$(\forall x_i)A$是逻辑有效公式，则clA也是逻辑有效公式，命题得证。

(2)设公式A含1个自由变元，$(\forall x_1)A$是逻辑有效公式，$clA=(\forall x_1)A$，则clA也是逻辑有效公式，命题得证。

设公式A含k个自由变元，命题成立。令A含有$k+1$个自由变元，设$A=(\forall x_i)B$，B含有k个自由变元。下证clA是逻辑有效公式。

因为$(\forall x_1)\cdots(\forall x_{k-1})(\forall x_k)B$是逻辑有效公式，由(I) ⇒(II)知，$(\forall x_i)(\forall x_1)\cdots(\forall x_{k-1})(\forall x_k)B$也是逻辑有效公式，命题得证。

(III) ⇒(I)

(1)设公式A不含自由变元，则$clA=A$。因此，当clA是逻辑有效公式，则A也是逻辑有效公式，命题得证。

(2)设公式A含1个自由变元，即$(\forall x_1)A$是逻辑有效公式。由(K4)知：$(\forall x_1)A\to A$。则A也是逻辑有效公式，命题得证。

设公式A含k个自由变元，命题成立。令A含有$k+1$个自由变元，设$clA=(\forall x_{k+1})C$，C含有k个自由变元。下证A是逻辑有效公式。

因为$(\forall x_1)\cdots(\forall x_{k-1})(\forall x_k)(\forall x_{k+1})C$是逻辑有效公式。根据命题1：

$(\forall x_1)\cdots(\forall x_{k-1})(\forall x_k)(\forall x_{k+1})C$

$\approx(\forall x_{k+1})(\forall x_1)\cdots(\forall x_{k-1})(\forall x_k)C$

由(K4)：$(\forall x_i)A\to A$知：

$(\forall x_{k+1})(\forall x_1)\cdots(\forall x_k)C\to(\forall x_1)\cdots(\forall x_k)C$

所以A也是逻辑有效公式，命题得证。

综上所述，命题得证。

定理3　$\vdash(\forall x)(\forall x)(A(x)\to A(x))$。

证明：$A(x)\to A(x)$是$\mathscr{L}$的重言式，因为它是L中的重言式$p_0\to p_0$的代换实例。又$\mathscr{L}$中的重言式都是逻辑有效公式，所以$A(x)\to A(x)$是逻辑有效公式。由命题4(II)，$(\forall x)(A(x)\to A(x))$是逻辑有效公式，所以$(\forall x)(\forall x)(A(x)\to A(x))$是逻辑有效公式，从而$(\forall x)(\forall x)(A(x)\to A(x))$是定理。

量词辖域扩缩律[19]：$A(x)$是任一一阶公式，B是任一不含自由变量x的一阶公式。

(1)$\forall xA(x)\wedge B\Leftrightarrow\forall x(A(x)\wedge B)$。

(2)$\forall xA(x)\vee B\Leftrightarrow\forall x(A(x)\vee B)$。

(3)$\exists xA(x)\wedge B\Leftrightarrow\exists x(A(x)\wedge B)$。

(4)$\exists xA(x)\vee B\Leftrightarrow\exists x(A(x)\vee B)$。

定理4　设A和B是不同的一元谓词符号，若$\alpha=(\forall x)A(x)\to(\forall y)B(y)$，则$\alpha$与前束范式$\beta=(\forall x)(\forall y)(\neg(A(x)\wedge\neg B(y)))$逻辑等价。

证明：

$$
\begin{aligned}
&(\forall x)A(x)\to(\forall y)B(y)\\
\Leftrightarrow&\neg(\forall x)A(x)\vee(\forall y)B(y)\\
\Leftrightarrow&\neg(\forall x)A(x)\vee\neg(\exists y)\neg B(y)\\
\Leftrightarrow&\neg((\forall x)A(x)\wedge(\exists y)\neg B(y))\\
\Leftrightarrow&\neg((\exists y)\neg B(y)\wedge(\forall x)A(x))\\
\Leftrightarrow&\neg(\exists y)(\neg B(y)\wedge(\forall x)A(x))\\
\Leftrightarrow&\neg(\exists y)(\forall x)(A(x)\wedge\neg B(y))\\
\Leftrightarrow&(\forall x)\neg(\exists y)\neg(\neg A(x)\vee B(y))\\
\Leftrightarrow&(\forall x)(\forall y)(\neg A(x)\vee B(y))\\
\Leftrightarrow&(\forall x)(\forall y)(\neg(A(x)\wedge\neg B(y)))
\end{aligned}
$$

命题5　若$\tau(\alpha\to\beta)=1$，则$\tau(\beta\to\alpha)\leqslant1$。

证明：因为$\tau(\alpha\to\beta)=1$，所以$\tau(\alpha\to\beta)=\tau(\neg\alpha\vee\beta)=\tau(\neg\alpha)+\tau(\beta)-\tau(\neg\alpha\wedge\beta)=1-\tau(\alpha)+\tau(\beta)-\tau(\neg\alpha\wedge\beta)=1$。即$\tau(\beta)=\tau(\alpha)+\tau(\neg\alpha\wedge\beta)$。所以：

$$
\begin{aligned}
\tau(\beta\to\alpha)&=\tau(\neg\beta\vee\alpha)\\
&=\tau(\neg\beta)+\tau(\alpha)-\tau(\neg\beta\wedge\alpha)\\
&=1-\tau(\beta)+\tau(\alpha)-\tau(\neg\beta\wedge\alpha)\\
&=1-\tau(\alpha)-\tau(\neg\alpha\wedge\beta)+\tau(\alpha)-\tau(\neg\beta\wedge\alpha)\\
&=1-\tau(\neg\alpha\wedge\beta)-\tau(\neg\beta\wedge\alpha)\\
&=1-\tau(\neg\alpha\wedge\beta)-\tau(\neg\neg(\neg\beta\wedge\alpha))\\
&=1-\tau(\neg\alpha\wedge\beta)-\tau(\neg(\beta\vee\neg\alpha))\\
&=1-\tau(\neg\alpha\wedge\beta)-(1-\tau(\beta\vee\neg\alpha))\\
&=\tau(\beta\vee\neg\alpha)-\tau(\neg\alpha\wedge\beta)\\
&=\tau(\alpha\to\beta)-\tau(\neg\alpha\wedge\beta)\\
&=1-\tau(\neg\alpha\wedge\beta)\leqslant1
\end{aligned}
$$

结束语　本文讨论的是不含函数符号的一阶谓词公式，从语义角度，利用可满足性及完备性定理来说明一个一阶谓词公式是否为定理。而如何利用本文的结果来证明一个一阶谓词公式是否为矛盾式，且如何将本文的结果进一步推广到允许有函数符号的情形也是一个值得我们思考的问题。

（下转第712页）

Computational Intelligence for Security and Defense Applications. 2009:1-6.

[23] HONG J H, MIN J K, CHO U K, et al. Fingerprint classification using one-vs-all support vector machines dynamically ordered with naïve Bayes classifiers[J]. Pattern Recognition, 2008, 41(2):662-671.

[24] GAO X, SHAN C, HU C, et al. An Adaptive Ensemble Machine Learning Model for Intrusion Detection[J]. IEEE Access, 2019, 7:82512-82521.

[25] KASONGO S M, SUN Y. A Deep Learning Method with Filter Based Feature Engineering for Wireless Intrusion Detection system[J]. IEEE Access, 2019:38597-38607.

HUAN Wen-ming, born in 1995, postgraduate. His main research interests include data mining and cyber security.

LIN Hai-tao, born in 1974, Ph.D, associate professor. His main research interests include information network management and planning.

(上接第 671 页)

参 考 文 献

[1] WANG G J. Quantitative logic(I)[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2006, 23(2):191-215.

[2] WANG G J. Introduction to Quantitative Logic[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2012, 26(4):1-11.

[3] WANG G J, SONG J S. Graded Method in Propositional Logic[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(2):252-257.

[4] WANG G J. Introduction to Mathematical Logical and Resolution Principle[M]. Beijing: Science Press, 2006.

[5] WANG G J. Non-classical Mathematical Logic and Approximate Reasoning[M]. Beijing: Science Press, 2008.

[6] WANG G J, FU L, SONG J S. Theory of truth degrees in two-valued propositional logic[J]. SCIENCE INCHINA(Series A), 2013, 31(11):998-1008.

[7] WANG G J, LEUNG Y. Integrated semantics and logic metric spaces[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2003, 136(1):71-91.

[8] SHE Y H. On the rough consistency measures of logic theories and approximate reasoning in rough logic[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2014, 55(1):486-499.

[9] WANG G J, QIN X Y, ZHOU X N. Theory of quasi-truth degrees of formulas in two-valued predicate logic[J]. Journal of Shaanxi Normal University (Natural Science Edition), 2005, 33(1):1-6.

[10] QIN X Y, XU Y, LIU Y. Vector truth degrees of formula in two-valued predicate logic[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2013, 26(8):740-744.

[11] QIN X Y, LIU Y, XU Y, et al. Theory of approximate reasoning in two-valued predicate logic based on the quasi-truth degrees[J]. Journal of Donghua University (English Edition), 2012, 29(1):23-27.

[12] QIN X Y, XU Y, LIU Y. The validity degree vectors of formulae in two-valued predicate logic[J]. International Journal of Computational Intelligence Systems, 2015, 8(5):829-840.

[13] WANG G J, QIN X Y, ZHOU X N. An intrinsic fuzzy set on the universe of discourse of predicate formulas[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2006, 157(24):3145-3158.

[14] PEI D W. First-order formal system K^* and its completeness [J]. Chinese Annals of Mathematics, 2002, 23(A):675-684.

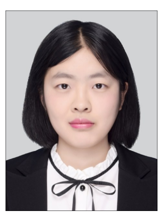
[15] PEI D W, JIANG H. A new formal deductive system for fuzzy predicate calculus[J]. Journal of Northeastern University(Natural Science), 2003, 35(1):23-30.

[16] WANG G J. Axiomatic theory of truth degree for a classs of first-order formulas and its application[J]. Science China Press, 2012, 42(5):648-662.

[17] QING X Y. The quantitative study in first-order logic system [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2015.

[18] QING X Y, JIAO S Y. The relative truth degrees of predicate formulas in the finite interpretation[J]. Journal of Shanxi Normal University(Natural Science Edition), 2008, 22(2):15-17.

[19] CAI Y, LIU J M. Discrete mathematics[M]. Xidian University Press, 2003.



HAO Jiao, born in 1996, master candidate. Her main research interests include non-classical logic and so on.

HUI Xiao-jing, born in 1973, professor, master supervisor. Her main research interests include non-classical logic and so on.