二元进化策略的收敛性分析

张宇山[1,2] 郝志峰[3] 黄 翰[4,5]

(广东商学院数学与计算科学学院 广州 510320)[1] (华南理工大学计算机科学与工程学院 广州 510006)[2]
(广东工业大学计算机学院 广州 510006)[3] (华南理工大学软件学院 广州 510006)[4]
(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室 南京 210093)[5]

摘 要 进化算法的理论研究,如收敛性、时间复杂性研究,是当前的一大热点和难点,有关的理论结果并不多。针对二元进化策略(1+1)ES建立时齐马尔夫过程模型,利用连续状态马氏过程理论证明了与(1+1)ES相关联的马氏过程在一类连续优化问题中具有指数遍历性,在此基础上证明了(1+1)ES在求解此类优化问题时能以概率1最终找到最优解。所提出的分析方法为进化算法的理论研究提供了一条新思路。

关键词 进化计算,进化策略,收敛性,连续优化,马尔科夫过程

中图法分类号 TP18 **文献标识码** A

Convergence Analysis of Two-membered Evolution Strategy

ZHANG Yu-shan[1,2] HAO Zhi-feng[3] HUANG Han[4,5]

(School of Mathematics & Computational Science, Guangdong University of Business Studies, Guangzhou 510320, China)[1]
(School of Computer Science & Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510006, China)[2]
(Faculty of Computer, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)[3]
(School of Software, South China University of Technology, Guangzhou 510006, China)[4]
(The State Key Lab for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093, China)[5]

Abstract The theoretical investigation to Evolutionary Algorithms, e. g. convergence analysis, runtime analysis, is currently a hot topic, and the related theoretical results are few despite many experimental results. This paper established a homogeneous Markov process model associated with(1+1)ES . It is proved by means of the theory of Markov process with continuous state that the Markov process associated with(1+1) ES has exponential ergodicity in a class of continuous optimization problem, hence the(1+1)ES can finally converge to the optimal solution with probability 1 when solving such a problem. The proposed analytic approach provides a new thought to the theoretical research of evolutionary algorithms.

Keywords Evolutionary computation, Evolution strategy, Convergence, Continuous optimization, Markov process

1 引言

进化算法主要研究如何利用生物学的理论,模拟自然界生物进化过程与机制,以求解优化问题,是一种仿生优化算法。进化策略(Evolution Strategy, ES)、进化规划(Evolution Programming, EP)与遗传算法(Genetic Algorithm, GA) 3者共同构成了进化计算的主要框架。与遗传算法主要用于求解离散的组合优化问题不同,进化策略主要用于求解搜索空间是连续的优化问题。它是由德国数学家 I. Rechenberg 和 H. P. Schwefel 等在20世纪60年代提出的一种数值优化算法,目前在最优化、机器学习、工程技术、系统工程、人工智能等领域都有广泛的应用。相对于丰富的应用成果,对包含进化策略在内的仿生算法的数学基础,如收敛性、收敛速度、计算复杂性等的研究还不够。因此为仿生算法建立坚实的数学基础是一项迫切的任务[1,2]。

进化策略所要求解的优化问题可以描述如下:给定非空集合 S 作为搜索空间,$f:S\to R$ 为目标函数,要找到至少一个全局极大值点 $x^*\in S$,使得

$$f^*=f(x^*)=\max_{x\in S}f(x) \tag{1}$$

本文所讨论的优化问题都是形如式(1)的求解全局极大值的问题,经过适当的转换,可将求解全局极小值的问题转化为求解全局极大值的形式。当 S 为 R^n 中的子集 $\prod_{i=1}^{n}[a_i,b_i]$ (* 其中 $a_i<b_i$, $i=1,2,\cdots,n$)时,所得到的优化问题通常称为连续参数优化问题。

自20世纪90年代以来,针对进化策略所做的理论研究

到稿日期:2010-08-19 返修日期:2010-12-14 本文受国家自然科学基金(61070033,61003066),教育部博士点基金(20090172120035)和中央科研业务费专项资金(2009ZM0052)资助。

张宇山(1975—),男,博士生,讲师,主要研究方向为进化计算的理论基础,E-mail:scuthill@163.com;郝志峰(1968—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为代数学及其应用、组合优化、仿生算法的数学基础;黄 翰(1980—),男,博士,硕士生导师,主要研究方向为进化计算方法的理论基础、进化计算方法的优化设计及其应用。

主要包括算法的收敛性以及算法的运行时间分析。Rudolph[3,4]使用鞅论作为工具,给出了判断 ES 算法收敛于全局最优解的充分条件,但是要验证一个算法是否满足该充分条件颇为困难。Jaegerskuepper[5]研究了一种最简单的进化策略——(1+1)ES 在连续优化中的运行时间,他对(1+1)ES 使用 1/5-规则求解某类函数的极小值所需花费的平均运行时间进行了研究,指出只要算法的参数满足一定的条件,就可求得其平均运行时间的有限上界,也就相当于给出了算法收敛的条件。但是在证明过程中用了不少假设,且只是针对某一类函数而言,显得不够一般化。谢承旺等[6]研究了多目标进化算法的选择策略,从理论上证明了具备一定特征的多目标进化算法的收敛性。阎岭、蒋静坪[7]研究了两类带学习的进化策略,证明了其收敛性,这对讨论一般进化策略的收敛性有启发作用,该文还应进一步运用马尔科夫过程理论。对于标准遗传算法的马尔科夫链模型,目前的研究已经非常成熟了[8]。但由于进化策略所面对的搜索空间与标准的遗传算法不同,前者是连续的,而后者是离散的,故很有必要进一步探讨连续状态下马尔科夫过程理论在进化算法的应用。本文将利用离散时间连续状态马尔科夫过程理论讨论标准的二元进化策略((1+1)ES)的收敛性。

2 算法简介与建模

二元进化策略简记为(1+1)ES,是一种最基本的进化策略。每一代种群只包含两个个体:一个称为父代个体;另一个称为子代个体,它由父代个体通过变异产生。然后从父代个体与子代个体中选择一个适应值较佳的个体作为下一代种群中的父代个体。(1+1)ES 是一种采用精英选择机制的进化算法,适合求解高维连续优化问题。它的算法流程如下:

1)随机生成初始个体 $\xi_0=(x_{01},x_{02},\cdots,x_{0n})$ 作为父代。

2)通过变异产生一个新的子代 $\eta_k=\xi_k+z_k$,其中 $z_k=(z_{k1},z_{k2},\cdots,z_{kn})\sim N(0,\Sigma)$,$\Sigma=\begin{pmatrix}\sigma^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma^2\end{pmatrix}$,$k=0,1,\cdots$。

3)如果 $f(\eta_k)\geqslant f(\xi_k)$,则令 $\xi_{k+1}=\eta_k$,否则令 $\xi_{k+1}=\xi_k$,并令 $k\leftarrow k+1$。

4)如果算法终止条件不满足,则返回到 2)。

由算法流程可知下一代的适值总是不小于上一代的适值。为了研究问题的方便,不失一般性,假定个体是一维的,即搜索空间 $S=[a,b]\subset R$,$a<b$。令 ES 在第 $t(t\geqslant0)$ 代的个体为 $\xi_t\in R$,则$\{\xi_t,t=0,1,2,\cdots\}$是一个随机过程。从算法流程可以直观看出下一代个体的取值分布只与当前个体有关,即$\{\xi_t,t=0,1,2,\cdots\}$具有无后效性,也就是马尔科夫性。下面严格证明之。

定理 1 与(1+1)ES 相关联的随机过程$\{\xi_t,t=0,1,2,\cdots\}$是一个离散时间连续状态的时齐马尔科夫过程。

证明:对 $\forall n\geqslant0,x,y,x_0,\cdots,x_{n-1}\in R$,讨论 $P(\xi_{n+1}\leqslant y|\xi_n=x,\xi_{n-1}=x_{n-1},\cdots,\xi_0=x_0)$。

情形 1 若 $f(x)>f(s)$,$\forall s\in(-\infty,y]$,由于下一代的适值不可能小于上一代的适值,故 $P(\xi_{n+1}\leqslant y|\xi_n=x,\xi_{n-1}=x_{n-1},\cdots,\xi_0=x_0)=0=P(\xi_{n+1}\leqslant y|\xi_n=x)$

情形 2 若 $A=\{s\leqslant y|f(s)\geqslant f(x)\}\neq\Phi$,且 $x>y$,则

$$\begin{aligned}&P(\xi_{n+1}\leqslant y|\xi_n=x,\xi_{n-1}=x_{n-1},\cdots,\xi_0=x_0)\\&=P(\xi_n+z_n\in A|\xi_n=x,\xi_{n-1}=x_{n-1},\cdots,\xi_0=x_0)\\&=P(x+z_n\in A)\\&=\int_A\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(t-x)^2}{2\sigma^2}}dt\\&=P(\xi_{n+1}\leqslant y|\xi_n=x)\end{aligned}$$

情形 3 若 $A=\{s\leqslant y|f(s)\geqslant f(x)\}\neq\Phi$,且 $x\leqslant y$,则

$$\begin{aligned}&P(\xi_{n+1}\leqslant y|\xi_n=x,\xi_{n-1}=x_{n-1},\cdots,\xi_0=x_0)\\&=P(\xi_n+z_n\in A|\xi_n=x,\xi_{n-1}=x_{n-1},\cdots,\xi_0=x_0)+P(f(\xi_n+z_n)<f(x)|\xi_n=x,\xi_{n-1}=x_{n-1},\cdots,\xi_0=x_0)\\&=P(x+z_n\in A)+P(f(x+z_n)<f(x))\\&=\int_A\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(t-x)^2}{2\sigma^2}}dt+\int_{f(t)<f(x)}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(t-x)^2}{2\sigma^2}}dt\\&=P(\xi_{n+1}\leqslant y|\xi_n=x)\end{aligned}$$

综合上述情形,可得对 $\forall n\geqslant0,x,y,x_0,\cdots,x_{n-1}\in R$,有

$$P(\xi_{n+1}\leqslant y|\xi_n=x,\xi_{n-1}=x_{n-1},\cdots,\xi_0=x_0)$$
$$P(\xi_{n+1}\leqslant y|\xi_n=x)\qquad(2)$$

且式(2)不依赖于时间参数 n,故 $\{\xi_t,t=0,1,2,\cdots\}$是一个离散时间连续状态的时齐马尔科夫过程。

称 $F(x,y)\triangleq P(\xi_{n+1}\leqslant y|\xi_n=x)$ 为该马氏过程的一步转移分布函数,$F^{(m)}(x,y)\triangleq P(\xi_{n+m}\leqslant y|\xi_n=x)$ 为 m 步转移分布函数,总假定它们具有相应的概率密度函数,分别记为 $p(x,y)$ 和 $p^{(m)}(x,y)$。

Rudolph 在文献[9]中总结了马尔科夫链在进化计算中的应用,重点放在较为简单的有限状态的情形,对于连续状态马尔科夫过程在进化计算中的应用则做了较为简略的介绍。为了应用连续状态马尔科夫过程理论研究(1+1)ES 的收敛性,下面介绍一些有关的理论结果。

3 连续状态马尔科夫过程

定义 1[10] 称由下式所定义的常数为转移密度 $p(x,y)$ 的 Dobrushin 常数:

$$C(p)\triangleq\frac{1}{2}\sup_{x,y}\int_R|p(x,z)-p(y,z)|dz$$

引理 1[10] 若连续状态马氏过程$\{\xi_n,n\geqslant0\}$具有满足下列条件的转移密度 $p(x,y)$:

$$p(x,y)\geqslant g(y)\geqslant0\quad(\forall x,y)\qquad(3)$$

那么此过程的 Dobrushin 常数 $C(p)\leqslant1-\int_R g(y)dy$。

定义 2[10] 连续状态时齐马氏过程$\{\xi_n,n\geqslant0\}$称为指数遍历的,如果∃分布函数 $F^{(\infty)}(y)$,n_0,$c>0$,$0<r<1$,使得对 $\forall x,y$ 有:

$$|P(\xi_n\leqslant y|\xi_0=x)-F^{(\infty)}(y)|\leqslant cr^n\quad(n\geqslant n_0)$$

定理 2[10] 若具有转移密度的连续状态时齐马氏过程$\{\xi_n,n\geqslant0\}$的 Dobrushin 常数 $C(p)<1$,则此马氏过程指数遍历。

在这些理论基础上,下面给出本文的主要定理及相关的推论。

4 与(1+1)ES 关联的马氏过程的指数遍历性

定理 3 若某个全局最优化问题满足下列条件:

(1)搜索空间 $S=[a,b]$,$a<b\in R$;

(2)最优解集合 $B=\{s\in S|f(s)=f^*\}$ 为勒贝格非零测集。

那么与(1+1)ES 相关联的马尔科夫过程是指数遍历的。

证明:为了讨论与(1+1)ES 相关联的马氏过程$\{\xi_t, t=0,1,2,\cdots\}$的指数遍历性,首先需要估计它的 Dobrushin 常数 $C(p)$。

令 $B=\{s\in S \mid f(s)=f^*\}$,由条件(2)可知 B 的勒贝格测度(用 $\mu(\cdot)$表示)不为零,即 $\mu(B)>0$,则对 $\forall n\geqslant 0, x\in S$ 及 $\forall$ Borel 可测集 $D\subset B$,都有

$$P(\xi_{n+1}\in D \mid \xi_n = x) = \int_D p(x,y)\mathrm{d}y$$

$$\geqslant P(\xi_n + z_n \in D \mid \xi_n = x) = \int_D \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}y \tag{4}$$

由测度论的有关知识[11]可知,对于任意的 $x\in S$,当 $y\in B$ 时都有 $p(x,y)\geqslant \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2}}$。

取 $m^* = \inf\limits_{x,y\in S}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(b-a)^2}{2\sigma^2}}>0$,令 $g(y)=\begin{cases}m^*, & y\in B\\ 0, & y\notin B\end{cases}$,可得 $p(x,y)\geqslant g(y)\geqslant 0(\forall x,y\in S)$,即满足式(3)。从而由引理 1 得到

$$C(p)\leqslant 1-\int_R g(y)\mathrm{d}y = 1-\int_B m^*\mathrm{d}y = 1-m^*\mu(B)<1 \tag{5}$$

由式(5)以及定理 2,本定理立即得证。

注:对于 n 维搜索空间$\prod\limits_{i=1}^{n}[a_i,b_i]$,其中 $a_i<b_i, i=1,2,\cdots,n$,用类似的方法不难得到与上述相同的结论。

定理 4 在定理 3 的条件下,(1+1)ES 算法以概率 1 最终收敛到最优解。

证明:根据定义 2 以及定理 3,存在 $F^{(\infty)}(y)$是某个随机变量 ξ 的分布函数,使得对 $\forall x,y\in S$,有 $|P(\xi_n\leqslant y|\xi_0=x)-F^{(\infty)}(y)|\leqslant cr^n\to 0,(n\to\infty)$,即 $P(\xi_n\leqslant y|\xi_0=x)\to F^{(\infty)}(y),(n\to\infty)$。

固定 $a\in B$,则

$$\lim_{n\to\infty}P(\xi_n\leqslant y|\xi_0=x)=\lim_{n\to\infty}F^{(n)}(x,y)$$
$$=F^{(\infty)}(y)=\lim_{n\to\infty}P(\xi_n\leqslant y|\xi_0=a)$$
$$=\lim_{n\to\infty}F^{(n)}(a,y)$$

从而有

$$\lim_{n\to\infty}P(\xi_n\in B|\xi_0=x)=\lim_{n\to\infty}\int_B \mathrm{d}F^{(n)}(x,y)=\int_B \mathrm{d}F^{(\infty)}(y)$$

以及

$$\lim_{n\to\infty}P(\xi_n\in B|\xi_0=a)=\lim_{n\to\infty}\int_B \mathrm{d}F^{(n)}(a,y)=\int_B \mathrm{d}F^{(\infty)}(y)$$

即

$$\lim_{n\to\infty}P(\xi_n\in B|\xi_0=x)=\lim_{n\to\infty}P(\xi_n\in B|\xi_0=a)=1$$

也就是说,不管算法的初始值是什么,最终找到问题的最优解的概率都是 1,即(1+1)ES 算法几乎必然能找到最优解。

在理论及实际应用中,满足定理 3 条件(2)的函数并不多见,更多的是最优解为有限或可数个的情况,此时 $B=\{s\in S| f(s)=f^*\}$的勒贝格测度为零。针对更一般的情形,下面的推论将给出在更弱条件下(1+1)ES 的收敛性。

推论 1 若对 $\forall \varepsilon>0, M_\varepsilon=\{x\in S| f(x)\geqslant f^*-\varepsilon\}$满足 $\mu(M_\varepsilon)>0$,则(1+1)ES 算法以概率 1 最终收敛到 M_ε。

证明:构造一个新的目标函数 $F(x)=\begin{cases}f(x), & x\in S\backslash M_\varepsilon\\ f^*-\varepsilon, & x\in M_\varepsilon\end{cases}$,显然 $F(x)$满足定理 3 的条件,由定理 4 立即可知(1+1)ES 算法以概率 1 最终收敛到 M_ε。

只要 ε 选取得足够小,即使目标函数的最大值点只有一个,在实际应用中都可认为算法收敛到最优解。

5 仿真实验

测试函数为 $f(x)=10(2x+1)e^{-10x^2+2x-1}$,其在区间[0,1]的曲线如图 1 所示。

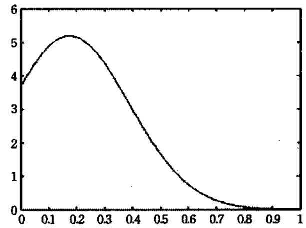

图 1 测试函数的图形

此函数在区间[0,1]的最大值为 5.1886,最大值点为 $x^*=0.1742$。

取 $\varepsilon=0.002$,独立运行程序 100 次,结果发现算法收敛到集合 M_ε 的次数为 98 次,算法收敛所需平均迭代次数为 103 次。图 2 是其中某次实验的运行结果。

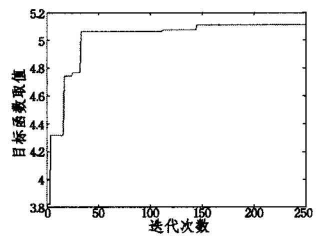

图 2 算法的迭代求解过程

从仿真实验的结果可以看出,只要目标函数满足推论 1 的条件,(1+1)ES 在求解此类连续优化问题时就必然收敛,而且收敛速度相当快。

结束语 二元进化策略(1+1)ES 是一种用于求解连续优化问题的进化算法。它采用精英选择机制,确保每一代个体都不比上一代个体差,而且从每一代个体出发都有可能在下一代到达最优区域。直观上看,如此迭代下去它最终应该能收敛到最优解。本文将(1+1)ES 纳入到连续状态马尔科夫过程的框架,证明与之相关联的马氏过程是指数遍历的,从理论上证明了(1+1)ES 算法对于一类很广泛的连续优化问题必然能找到最优解。本文所用的方法可以推广到高维连续优化的情形。下一步的工作将是利用连续状态马氏过程的理论探讨算法的收敛速率、平均运行时间[12]等更为深入且困难的问题。

参 考 文 献

[1] 徐宗本,陈志平,章祥荪. 遗传算法基础理论研究的新近发展[J]. 数学进展,2000,29(2):97-11

[2] Yao Xin, Xu Yang. Recent Advances in Evolutionary Computation [J]. Journal of Computer Science and Technology, 2006, 21(1):1-18

[3] Rudolph G. Convergence of Non-elitist Strategies[C]//Procee-

dings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation. Orlando: IEEE Press, 1994: 63-66
[4] Rudolph G. Convergence of Evolutionary Algorithms in General Search Space[C]//Proceedings of 3rd IEEE Conference on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 1996: 50-54
[5] Jaegerskuepper J. Algorithmic Analysis of a Basic Evolutionary Algorithm for Continuous Optimization [J]. Theoretical Computer Science, 2007, 379: 329-347
[6] 谢承旺,丁立新. 多目标进化算法中选择策略的研究[J]. 计算机科学,2009,36(9):167-172
[7] 阎岭,蒋静坪. 进化学习策略收敛性和逃逸能力的研究[J]. 自动化学报,2005,31(6):873-880
[8] He Jun, Yao Xin. Towards an Analytic Framework for Analysing the Computation Time of Evolutionary Algorithms[J]. Artificial Intelligence, 2003, 145: 59-97
[9] Rudolph G. Finite Markov Chain Results in Evolutionary Computation: A Tour d' Horizon [J]. Fundamenta Informaticae, 1998, 35(1-4): 67-89
[10] 钱敏平,龚光鲁. 应用随机过程[M]. 北京:北京大学出版社,1998
[11] 严加安. 测度论讲义(第二版)[M]. 北京:科学出版社,2004
[12] Oliveto P S, He Jun, Yao Xin. Time Complexity of Evolutionary Algorithms for Combinatorial Optimization: A Decade of Results [J]. International Journal of Automation and Computing, 2007, 4(3): 281-293

(上接第 184 页)

SWISS-POT 3 大权威蛋白质数据库中提取的相关的蛋白质定位数据,是 3 大数据库中都一致的,而且属性值没有缺失,因此分类的正确率要高于在 517 条测试集上的实验结果。从 5.3 节中的实验结果也可看出,分类结果准确率最高的是 FCLBN 在置信度为 0.8 时的分类结果,正确率达到了 72.65%。而在 5.4 节的预测实验中,几种分类器的分类准确率都相对较低,这与 517 条实验测试集数据缺失有关系。但在这种情况下 FCLBN 的分类正确率仍能达到 51.62%,相对于 Tan, Naïve, Svm 的 44.32%, 38.20%, 26.32%来说,已经是大大领先了。同时,通过这个应用结果也可知,缺失数据下的贝叶斯网络学习也是十分重要的。

结束语 本文提出的 FCLBN 算法利用 bootstrap 抽样估计得到一些高置信度的边,并用这些高置信度的边指导在原数据集上的贝叶斯网络学习。同时将搜索网络结构较好的启发式算法 PACOB 引入到贝叶斯网络的学习过程中,修改了文献[2]中单一使用"HC+BS"搜索算法导致的局部最优的情况,使边的特征置信更加准确,这也为在原数据集上的网络学习提供了更高的置信指导。在 ALARM 数据集上的贝叶斯网络学习实验和酵母菌细胞的蛋白质定位预测实验都已经验证:在小样本数据集下,采用置信指导学到的贝叶斯网络模型要比不采用置信指导学到的贝叶斯网络模型好。

在小规模的完备数据集上,基于边特征置信指导 FCLBN 算法表现出了比较好的性能。那么不完备数据集下基于特征置信指导贝叶斯网络学习算法是否仍然如此,这将是下一步工作的重要内容,未来工作就是要给 FCLBN 算法加上缺失数据处理。另外,置信度阈值的选择也是一个值得深入探讨的问题。

参考文献

[1] 张连文,郭海鹏. 贝叶斯网引论[M]. 北京:科学出版社,2006
[2] Friedman N, Goldszmidt M, Wyner A. On the application of the bootstrap for computing confidence measures on features of induced Bayesian networks [Z]. AI&STAT Ⅶ, 1999
[3] Lam W, Bacchus F. Learning Bayesian Belief Networks: An Approach Based on the MDL Principle [J]. Computational Intelligence, 1994, 10: 269-294
[4] Efron B, Tibshirani R J. An Introduction to the Bootstrap[M]. NewYork: Chapman and Hall, 1993
[5] Chickering D M. Learning Equivalence Classes of Bayesian-Network Structures [J]. The Journal of Machine Learning Research, 2002, 2(2): 445-498
[6] Chickering D M. A Transformational Characterization of Equivalent Bayesian Network Structures[C]//UAI'95. 1995, 11: 87-98
[7] Meek C. Causal inference and causal explanation explanation with background knowledge[C]// Philippe Besnard and Steve Hanks, eds. Proceedings of the Eleventh Conference on Uncertainty in Artifical Intelligence. Inc, San Mateo, CA: Morgan Kaufmann Publishers, 1995: 403-410
[8] Chickering D M. Learning Bayesian Networks is NP-Complete [C]// Fisher D, Lenz H-J, eds. Learning from Data: Artificial Intelligence and Statistics V. Springer Verlag, 1996
[9] De Campos L M, Fernadez-Luna J M, Gamez J A, et al. Ant colony optimization for learning Bayesian networks[J]. Int. J. Approx. Reasoning, 2002, 31(3): 291-311
[10] 潘吉斯,吕强,王红玲. 一种并行蚁群 Bayesian 网络学习的算法[J]. 小型微型机计算机系统,2007(4):651-655
[11] 吕强,高彦明,钱培德. 共享信息素矩阵:一种新的并行 ACO 方法[J]. 自动化学报,2007,33:418-421
[12] Beinlich I, Suermondt H J, Chavez R M, et al. The ALARM monitoring system: A case study with two probabilistic inference techniques for belief networks[C]//Proc. of the Second European Conf. on Artificial Intelligence in Medicine . 1989, 38: 247-256
[13] Drawid A, Gerstein M. A Bayesian System Integrating Expression Data with Sequence Patterns for Localizing Proteins: Comprehensive Application to the Yeast Genome [OL]. http://www.idealibrary.com on J. Mol. Biol. 2000, 301: 1059-1075
[14] Fusarium graminearum Genome Database[OL]. http:// mips.gs-f.de/genre/proj/fusarium
[15] Swiss-Prot Database[OL]. http://www.expasy.ch/sprot/
[16] Proteome database[OL]. http://www.proteome.com/databases/
[17] Friedman N, Geiger D, Goldszmidt M. Bayesian network classifters[J]. Machine Learning, 1997, 29: 131-161
[18] JBNC [OL]. http://jbnc.sourceforge.net/
[19] SVMLight [OL]. http://svmlight.joachims.org/