

集值信息系统中对象更新时近似集的性质研究

谷小广 李天瑞 陈红梅 刘永文

(西南交通大学信息科学与技术学院 成都 610031)

摘要 集值信息系统是信息系统的一般化模型。在实际应用中信息系统随着对象的变化而不断地动态变化。讨论了相容关系下对象增加时近似集的变化规律,提出了在集值信息系统和集值决策信息系统中近似集变化规律的性质,并通过实例给予验证。

关键词 粗糙集,集值信息系统,增量更新,相容关系

中图分类号 TP18 **文献标识码** A

Research on Properties of Approximations in Set-valued Information Systems when Objects Vary with Time

GU Xiao-guang LI Tian-rui CHEN Hong-mei LIU Yong-wen

(School of Information Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract The set-valued information system is an extension of the general model of the information system. In real-life applications, the information system changes dynamically according to the variation of objects. This paper discussed the changing rules of approximations under the tolerance relation when objects vary with time and presents properties of the variation of approximations in set-valued information systems and set-valued decision information systems. Examples are given to illustrate the validity of the proposed properties.

Keywords Rough sets, Set-valued information system, Incremental updating, Tolerance relation

1 引言

由波兰数学家 Pawlak 在 1982 年创立的粗糙集理论^[1],是一种新的处理模糊和不确定性知识的数学工具,在机器学习、决策分析、专家系统、模式识别和数据挖掘等方面的成功应用引起了各国学者的广泛关注^[3-6]。

经典的粗糙集理论处理信息系统中的数据都是精确的和不缺损的,即它不包含对原始不完全数据的处理。然而在现实中,由于问题的复杂性,缺失一些对象的属性值是不可避免的,这时经典的粗糙集理论就不再适用于分析处理这类不完备的信息系统^[6]。而作为一般信息系统的推广,集值信息系统可以处理这样的不完备信息系统。宋笑雪等在集值信息系统中定义了两种不同的关系:相容关系和优势关系,并在集值决策信息系统中研究了在这两种关系下的广义决策约简,得到了约简的具体操作方法^[2]。Guan 等在集值信息系统中定义了一种相容关系和属性的 A-相对约简和 E-相对约简,来获取确定性决策规则的优化规则^[7]。邹维丽等在集值粗糙集模型中给出了在相容关系和拟序关系下近似集的增量更新方法^[8]。Zou 等给出了在相容关系下集值信息系统中属性值粗化、细化时近似集的增量更新方法^[9]。Qian 等在集值信息系统的基础上进行了扩展,提出了集值有序信息系统,并根据属性值又将集值有序信息系统划分为连接的集值有序信息系统

和不连接的集值有序信息系统,同时从中提取出决策规则^[11]。

目前对粗糙集的研究主要针对静态数据。而现实中多数数据库的数据是动态变化的,特别是数据记录不断地增、删和修改,从而造成数据库中的新对象与已有的规则发生矛盾和冲突。针对这个问题,安利平等在经典的粗糙集决策表中提出了一种增量式获取规则的算法,实现了规则及其参数随决策表的变化而更新^[10]。然而对于在集值信息系统中对象更新对信息系统的影响,这方面的文献却未见报道。因此,本文讨论了在相容关系下集值粗糙集中当信息表及决策表中对象增加时,该新增对象对原有表中上、下近似集的影响。

2 基本概念

定义 1^[4,8] 称 (U, A, F) 是集值信息系统,其中 U 是有限非空的对象集, $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ 是有限非空的属性集, $F = \{f_i : 1 \leq i \leq m\}$ 是 U 与 A 的关系集,为对象属性值映射,也称为信息函数,其中: $f_i : U \rightarrow P_0(V_i)$ ($1 \leq i \leq m$), V_i 是属性 a_i 的值域, $P_0(V_i)$ 表示 V_i 的非空子集全体。

例:表 1 是一个集值信息系统^[3,8]。

定义 2^[4,8] 设 (U, A, F) 是集值信息系统, $\forall B \subseteq A$, 定义如下相容关系:

$$T_B = \{(x, y) \in U \times U \mid f_i(x) \cap f_i(y) \neq \emptyset (\forall a_i \in B)\} \quad (1)$$

到稿日期:2010-08-19 返修日期:2010-12-19 本文受国家自然科学基金(60873108)资助。

谷小广(1981-),男,硕士生,主要研究方向为数据挖掘与知识发现等,E-mail: guzhiguang999@126.com;李天瑞(1969-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为数据挖掘与知识发现、粗糙集与粒计算等,E-mail: tril@swjtu.edu.cn(通信作者)。

记 $[x]_{T_B} = \{y \in U \mid (x, y) \in T_B\} = \{y \in U \mid f_i(x) \cap f_i(y) \neq \emptyset\}$, $[x]_{T_B}$ 称为相容类。

表 1 集值信息系统

	Price	Mileage	Size	Max-Speed
1	high	low	full	low
2	low	{high, low}	full	low
3	{high, low}	{high, low}	compact	high
4	high	{high, low}	full	high
5	{high, low}	{high, low}	full	low
6	low	high	full	{high, low}
7	high	low	{full, compact}	high
8	high	{high, low}	compact	low

定义 3^[4,8] 设 $B \subseteq A$, 集合 $X \subseteq U$ 在相容关系 T_B 下关于属性集 B 的上近似、下近似集分别定义为

$$\overline{T_B}(X) = \{x \in U \mid [x]_{T_B} \cap X \neq \emptyset\}; \underline{T_B}(X) = \{x \in U \mid [x]_{T_B} \subseteq X\} \quad (2)$$

3 新增对象对集值信息系统中集合 X 的上、下近似集的影响

记 x_i 为新增的对象, $\underline{T_B}^*(X)$ 为新增对象后的下近似集, $\overline{T_B}^*(X)$ 为新增对象后的上近似集, $[x_i]_{T_B}^*$ 为原有的对象和新的对象相容后产生的新的相容类。

定理 1 若 $\forall x \in U$, 使 $f_i(x) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset$, 则 $\underline{T_B}^*(X) \subseteq \underline{T_B}(X)$, $\overline{T_B}(X) \subseteq \overline{T_B}^*(X)$ 。

证明: 因为 $\forall x \in U$, $f_i(x) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset$, 所以可从以下 3 个方面进行证明: (1) 若 $\exists x_i$, 使 $[x_i]_{T_B} \subset X$, 则 $[x_i]_{T_B} \subset \underline{T_B}(X)$ 。 $\because f_i(x_i) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset, \therefore [x_i]_{T_B}^* = [x_i]_{T_B} \cup x_i, \therefore \underline{T_B}^*(X) = \underline{T_B}(X) - [x_i]_{T_B}^*, \therefore \underline{T_B}^*(X) \subset \underline{T_B}(X)$ 。又 $\because f_i(x_i) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset, [x_i]_{T_B} \subset \underline{T_B}(X), \therefore [x_i]_{T_B} \cap \overline{T_B}(X) \neq \emptyset, \therefore \overline{T_B}^*(X) = \overline{T_B}(X) \cup x_i, \therefore \overline{T_B}(X) \subseteq \overline{T_B}^*(X)$ 。

(2) 若 $\exists x_i$, 使 $[x_i]_{T_B} \cap X \neq \emptyset$, 由 $f_i(x_i) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset, \therefore [x_i]_{T_B}^* = [x_i]_{T_B} \cup [x_i]_{T_B}$ 。又 $\because [x_i]_{T_B} \cap X \neq \emptyset, \therefore$ 由上近似集的定义可得 $[x_i]_{T_B}^* \subseteq \overline{T_B}(X) \cup x_i, \therefore \overline{T_B}(X) \subseteq \overline{T_B}^*(X)$ 。对于下近似集, 有 $[x_i]_{T_B} \cap X \neq \emptyset, \therefore \underline{T_B}^*(X) = \underline{T_B}(X)$ 。

(3) 若 $[x_i]_{T_B} \cap X = \emptyset, \therefore \underline{T_B}^*(X) = \underline{T_B}(X), \overline{T_B}(X) = \overline{T_B}^*(X)$ (即新对象 x_i 对原上、下近似集不产生影响)。

故综上所述可得: $\underline{T_B}^*(X) \subseteq \underline{T_B}(X), \overline{T_B}(X) \subseteq \overline{T_B}^*(X)$ 。

例 1 由表 1, 根据定义 2, 令 $B=A$ 。设第 7 条对象为新增对象。令 $X = \{2, 3, 5, 6\}$, 则原有对象的相容类分别为 $[1]_{T_B} = \{1, 5\}, [2]_{T_B} = \{2, 5, 6\}, [3]_{T_B} = \{3\}, [4]_{T_B} = \{4\}, [5]_{T_B} = \{1, 2, 5, 6\}, [6]_{T_B} = \{2, 5, 6\}$, 则 X 的上、下近似集分别为 $\underline{T_B}(X) = \{2, 3, 6\}, \overline{T_B}(X) = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ 。当第 7 条对象加入后, 每个对象的相容类分别为: $[1]_{T_B} = \{1, 5\}, [2]_{T_B} = \{2, 5, 6\}, [3]_{T_B} = \{3, 7\}, [4]_{T_B} = \{4, 7\}, [5]_{T_B} = \{1, 2, 5, 6\}, [6]_{T_B} = \{2, 5, 6\}, [7]_{T_B} = \{3, 4, 7\}$, 则更新后的上、下近似集分别为 $\underline{T_B}^*(X) = \{2, 6\}, \overline{T_B}^*(X) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$ 。所以可得 $\underline{T_B}^*(X) \subseteq \underline{T_B}(X), \overline{T_B}(X) \subseteq \overline{T_B}^*(X)$ 。

定理 2 若 $\forall x \in U$, 使 $f_i(x) \cap f_i(x_i) = \emptyset$, 则 $\underline{T_B}(X) = \underline{T_B}^*(X), \overline{T_B}(X) = \overline{T_B}^*(X)$ 。

证明: (1) $\forall x \in U, \because f_i(x) \cap f_i(x_i) = \emptyset, \therefore x_i \cap X = \emptyset \rightarrow x_i \in \text{neg}_{T_B}(X)$, 因负域 $\text{neg}_{T_B}(X)$ 与下近似无关, 故可得 $\underline{T_B}$

$(X) = \underline{T_B}^*(X)$ 。

(2) 同理可证 $\overline{T_B}(X) = \overline{T_B}^*(X)$ 。

例 2 这里令 $B=A$ 。由表 1, 根据定义 2, 设第 8 条对象为新增对象。令 $X = \{2, 3, 5, 6\}$, 则原有对象的相容类分别为 $[1]_{T_B} = \{1, 5\}, [2]_{T_B} = \{2, 5, 6\}, [3]_{T_B} = \{3\}, [4]_{T_B} = \{4\}, [5]_{T_B} = \{1, 2, 5, 6\}, [6]_{T_B} = \{2, 5, 6\}$ 。所以 X 的上、下近似集分别为 $\underline{T_B}(X) = \{2, 3, 6\}, \overline{T_B}(X) = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ 。当第 8 条对象加入后, 每个对象的相容类分别为 $[1]_{T_B} = \{1, 5\}, [2]_{T_B} = \{2, 5, 6\}, [3]_{T_B} = \{3\}, [4]_{T_B} = \{4\}, [5]_{T_B} = \{1, 2, 5, 6\}, [6]_{T_B} = \{2, 5, 6\}, [8]_{T_B} = \{8\}$ 。更新后的上、下近似集分别为 $\underline{T_B}^*(X) = \{2, 3, 6\}, \overline{T_B}^*(X) = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ 。所以可得 $\underline{T_B}(X) = \underline{T_B}^*(X), \overline{T_B}(X) = \overline{T_B}^*(X)$ 。

4 新增对象对集值决策信息系统中等价类 X_i 的上、下近似集的影响

定义 4^[2] 称 $(U, A, F, d, \{g_a\})$ 是集值决策信息系统 (简记为 (U, A, F, d)), 其中 U 是对象集, A 是条件属性集, $d \notin A$ 是决策属性。 $F = \{f_i \mid 1 \leq m\}$ 是 U 与 A 的关系集, $f_i: U \rightarrow P_0(V_i) (1 \leq m), V_i$ 是属性 a_i 的值域, $P_0(V_i)$ 表示的是非空子集全体。 $g_a: U \rightarrow V_d$ 是 U 与 d 的关系集, V_d 是 g_a 的有限值域。

表 2^[3] 所列为一个集值决策信息系统。

表 2 集值决策信息系统

	Price	Mileage	Size	Max-Speed	d
1	high	low	full	low	good
2	low	{high, low}	full	low	good
3	{high, low}	{high, low}	compact	high	poor
4	high	{high, low}	full	high	good
5	{high, low}	{high, low}	full	high	excel
6	low	high	full	{high, low}	good

记 d_i 为新增对象的决策属性的值, x_i 为新增的对象, X_i^* 为新对象 x_i 加入等价类 X_i 后形成的新的等价类, d_i 为对象 x_i 的决策属性值, $\overline{T_B}(X_i^*)$ 为新增对象后的上近似集, $\underline{T_B}(X_i^*)$ 为新增对象后的下近似集, $[x_i]_{T_B}^*$ 为 $[x_i]_{T_B}$ 在增加对象后形成的相容类, V_d 为决策属性的值域。

下面分 4 种情况讨论新增对象对集值决策信息系统中上、下近似集的影响。

定理 3 若 $\exists x \in U$, 使 $f_i(x) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset$, 且 $d_i \in V_d$, 则 $\underline{T_B}(X_i) \subseteq \underline{T_B}^*(X_i^*), \overline{T_B}(X_i) \subseteq \overline{T_B}^*(X_i^*)$ 。

证明: 由 $f_i(x) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset$, 且 $d_i \in V_d$, 故设 $\exists [x_i]_{T_B} \subseteq X_i, f_i(x_i) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset$ 其中 $(X_i = U/d_i), \therefore [x_i]_{T_B}^* = [x_i]_{T_B} \cup x_i, \therefore [x_i]_{T_B}^* \not\subseteq \underline{T_B}(X_i)$ 。又 $\because d_i \in V_d, \therefore x_i \in X_i^*$, 其中 $X_i^* = X_i \cup x_i, \therefore [x_i]_{T_B}^* \subseteq X_i^*$ 。由下近似集的定义可得 $[x_i]_{T_B}^* \subseteq \underline{T_B}(X_i^*), \therefore \underline{T_B}(X_i) \subseteq \underline{T_B}^*(X_i^*)$ 。 $\because x_i \subseteq \underline{T_B}^*(X_i^*), \therefore x_i \subseteq \overline{T_B}(X_i^*)$ 。又 $\because x_i \notin \overline{T_B}(X_i), \therefore \overline{T_B}(X_i^*) = \overline{T_B}(X_i) \cup x_i, \therefore \overline{T_B}(X_i) \subseteq \overline{T_B}^*(X_i^*)$ 。综上所述可得 $\underline{T_B}(X_i) \subseteq \underline{T_B}^*(X_i^*), \overline{T_B}(X_i) \subseteq \overline{T_B}^*(X_i^*)$ 。

例 3 以表 2 为例, 设 $x_i = \{\{high, low\}, low, \{full, compact\}, low, good\}$ 为新增对象, 其序号为 7。根据决策属性可得原来决策表的等价类 $X_1 = \{1, 2, 4, 6\}, X_2 = \{3\}, X_3 = \{5\}$ 。又由 $f_i(x) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset$, 可得 $[1]_{T_B} = \{1\}, [2]_{T_B} = \{2, 6\}, [3]_{T_B} = \{3\}, [4]_{T_B} = \{4, 5\}, [5]_{T_B} = \{4, 5, 6\}, [6]_{T_B} = \{2, 5, 6\}$ 。 $\underline{T_B}(X_1) = \{1, 2\}, \overline{T_B}(X_1) = \{1, 2, 4, 5, 6\}, \underline{T_B}(X_2) =$

$\emptyset, \overline{T}_B(X_2) = \{3\}, T_B(X_3) = \emptyset, \overline{T}_B(X_3) = \{4, 5, 6\}$ 。当新对象 x_i 加入决策表后, 可得以下相容类: $[1]_{T_B} = \{1, 7\}, [2]_{T_B} = \{2, 6, 7\}, [3]_{T_B} = \{3\}, [4]_{T_B} = \{4, 5\}, [5]_{T_B} = \{4, 5, 6\}, [6]_{T_B} = \{2, 5, 6\}, [7]_{T_B} = \{1, 2, 7\}$ 。 $\therefore d_i \in X_1, \therefore X_1 = \{1, 2, 4, 6, 7\}$ ($\therefore d_i \in X_1$, 故这里仅讨论新对象对等价类 X_1 的上、下近似集的影响, 对等价类 X_2, X_3 没变化), $\therefore \underline{T}_B^*(X_1^*) = \{1, 2, 7\}, \overline{T}_B^*(X_1^*) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$ 。因此, $\underline{T}_B(X_i) \subseteq \underline{T}_B^*(X_i^*), \overline{T}_B(X_i) \subseteq \overline{T}_B^*(X_i^*)$ 。

定理 4 若 $\exists x \in U$, 使 $f_i(x) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset$, 且 $d_i \notin V_d$, 则 $\underline{T}_B^*(X_i) \subseteq \underline{T}_B(X_i), \overline{T}_B(X_i) \subseteq \overline{T}_B^*(X_i)$ 。

证明: $\therefore d_i \notin V_d, \therefore [x_i]_{T_B} \not\subseteq \forall X_i$, 其中 $(X_i = U/V_d)$ 。下面分 3 种情况进行讨论: (1) 设 $\exists [x_i]_{T_B} \subset X_i$, 由下近似集的定义可得 $x_i \in \underline{T}_B(X_i)$ 。 $\therefore f_i(x_i) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset, \therefore$ 此时 $[x_i]_{T_B}^* = [x_i]_{T_B} \cup x_i, \therefore [x_i]_{T_B}^* \not\subseteq \underline{T}_B(X_i), \therefore \underline{T}_B^*(X_i) = \underline{T}_B(X_i) - [x_i]_{T_B}, \therefore \underline{T}_B^*(X_i) \subseteq \underline{T}_B(X_i)$ 。又 $\therefore x_i \notin X_i, [x_i]_{T_B} \subset X_i, \therefore [x_i]_{T_B}^* \cap X_i \neq \emptyset$ 。由上近似集的定义可得 $[x_i]_{T_B}^* \subset \overline{T}_B^*(X_i), \therefore \overline{T}_B(X_i) \subset \overline{T}_B^*(X_i)$ 。(2) 设 $\exists [x_i]_{T_B} \cap X_i \neq \emptyset$, 由上近似集的定义可得 $x_i \in \overline{T}_B(X_i), \therefore f_i(x_i) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset, \therefore [x_i]_{T_B}^* = [x_i]_{T_B} \cup x_i$ 。又 $\therefore [x_i]_{T_B} \cap X_i \neq \emptyset, \therefore [x_i]_{T_B}^* \cap X_i \neq \emptyset, \therefore [x_i]_{T_B}^* \subseteq \overline{T}_B^*(X_i), \therefore \overline{T}_B(X_i) \subset \overline{T}_B^*(X_i)$ 。(3) 设 $\exists [x_i]_{T_B} \cap X_i = \emptyset$, 此时新增加的对象 x_i 对等价类 X_i 的上、下近似集都不产生影响, $\therefore \underline{T}_B^*(X_i) = \underline{T}_B(X_i), \overline{T}_B^*(X_i) = \overline{T}_B(X_i)$ 。综上得证 $\underline{T}_B^*(X_i) \subseteq \underline{T}_B(X_i), \overline{T}_B(X_i) \subseteq \overline{T}_B^*(X_i)$ 。

例 4 由表 2, 设 $x_i = \{high, \{high, low\}, full, low, perfect\}$ 为新增对象, 其序号为 7。根据决策属性可得原来决策表的等价类: $X_1 = \{1, 2, 4, 6\}, X_2 = \{3\}, X_3 = \{5\}$ 。由条件属性可得原来决策表的相容类为 $[1]_{T_B} = \{1\}, [2]_{T_B} = \{2, 6\}, [3]_{T_B} = \{3\}, [4]_{T_B} = \{4, 5\}, [5]_{T_B} = \{4, 5, 6\}, [6]_{T_B} = \{2, 5, 6\}$ 。 $\therefore \underline{T}_B(X_1) = \{1, 2\}, \overline{T}_B(X_1) = \{1, 2, 4, 5, 6\}, \underline{T}_B(X_2) = \emptyset, \overline{T}_B(X_2) = \{3\}, T_B(X_3) = \emptyset, \overline{T}_B(X_3) = \{4, 5, 6\}$ 。当新对象 x_i 加入决策表后, $\therefore f_i(x) \cap f_i(x_i) \neq \emptyset$, 且 $d_i \notin V_d, \therefore$ 可得等价类 $X_1 = \{1, 2, 4, 6\}, X_2 = \{3\}, X_3 = \{5\}, X_{new} = \{7\}$ 。因此, 可得新的相容类为 $[1]_{T_B} = \{1, 7\}, [2]_{T_B} = \{2, 6\}, [3]_{T_B} = \{3\}, [4]_{T_B} = \{4, 5\}, [5]_{T_B} = \{4, 5, 6\}, [6]_{T_B} = \{2, 5, 6\}, [7]_{T_B} = \{1, 7\}$ 。 \therefore 由上、下近似集的定义可得 $\underline{T}_B^*(X_1) = \{2\}, \overline{T}_B^*(X_1) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}, \underline{T}_B^*(X_2) = \emptyset, \overline{T}_B^*(X_2) = \{3\}, \underline{T}_B^*(X_3) = \emptyset, \overline{T}_B^*(X_3) = \{4, 5, 6\}$ 。 $\therefore \underline{T}_B^*(X_i) \subseteq \underline{T}_B(X_i), \overline{T}_B(X_i) \subseteq \overline{T}_B^*(X_i)$ 。

定理 5 若 $\exists x \in U$, 使 $f_i(x) \cap f_i(x_i) = \emptyset$, 且 $d_i \in V_d$, 则 $\underline{T}_B(X_i) \subseteq \underline{T}_B(X_i^*), \overline{T}_B(X_i) \subseteq \overline{T}_B(X_i^*)$ 。

证明: (1) $\therefore d_i \in V_d, \therefore \exists X_i$, 使得 $x_i \in X_i^*$ (其中 $X_i^* = X_i \cup x_i, X_i = U/V_d$)。又 $\therefore f_i(x) \cap f_i(x_i) = \emptyset, \therefore [x_i]_{T_B} \subseteq X_i^*$ 。由下近似集的定义可得 $[x_i]_{T_B} \subseteq \underline{T}_B(X_i^*), \therefore \underline{T}_B(X_i^*) = \underline{T}_B(X_i) \cup [x_i]_{T_B}, \therefore$ 可得 $\underline{T}_B(X_i) \subseteq \underline{T}_B(X_i^*)$ 。

(2) $\therefore f_i(x) \cap f_i(x_i) = \emptyset, \therefore [x_i]_{T_B} \cap X_i = \emptyset, \therefore$ 由上近似集的定义可得 $[x_i]_{T_B} \not\subseteq \overline{T}_B(X_i)$ 。 $\therefore [x_i]_{T_B} \subseteq X_i^*, \therefore [x_i]_{T_B} \cap X_i^* \neq \emptyset, \therefore$ 再由上近似集的定义可得 $[x_i]_{T_B} \subseteq \overline{T}_B(X_i^*)$ 。又 $\therefore X_i^* = X_i \cup x_i, \therefore \overline{T}_B(X_i^*) = \overline{T}_B(X_i) \cup [x_i]_{T_B}, \therefore \overline{T}_B(X_i) \subseteq \overline{T}_B(X_i^*)$ 。故由(1)(2)可得 $\underline{T}_B(X_i) \subseteq \underline{T}_B(X_i^*), \overline{T}_B(X_i) \subseteq \overline{T}_B(X_i^*)$ 。

例 5 由表 2, 设 $x_i = \{high, \{high, low\}, compact, low,$

$good\}$ 为新增对象, 其序号为 7。根据决策属性可得原来决策表的等价类: $X_1 = \{1, 2, 4, 6\}, X_2 = \{3\}, X_3 = \{5\}$ 。由条件属性可得原来决策表的相容类为 $[1]_{T_B} = \{1\}, [2]_{T_B} = \{2, 6\}, [3]_{T_B} = \{3\}, [4]_{T_B} = \{4, 5\}, [5]_{T_B} = \{4, 5, 6\}, [6]_{T_B} = \{2, 5, 6\}$ 。 $\therefore \underline{T}_B(X_1) = \{1, 2\}, \overline{T}_B(X_1) = \{1, 2, 4, 5, 6\}, \underline{T}_B(X_2) = \emptyset, \overline{T}_B(X_2) = \{3\}, T_B(X_3) = \emptyset, \overline{T}_B(X_3) = \{4, 5, 6\}$ 。当新对象 x_i 加入决策表后, $\therefore f_i(x) \cap f_i(x_i) = \emptyset$ 且 $(d_i = good) \in X_1, \therefore X_1 = \{1, 2, 4, 6, 7\}, X_2 = \{3\}, X_3 = \{5\}, \therefore \underline{T}_B(X_1) = \{1, 2, 7\}, \overline{T}_B(X_1) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$ 。 \therefore 由上可知 $\underline{T}_B(X_i) \subseteq \underline{T}_B^*(X_i), \overline{T}_B(X_i) \subseteq \overline{T}_B^*(X_i)$ 。

定理 6 若 $\exists x \in U$, 使 $f_i(x) \cap f_i(x_i) = \emptyset$, 且 $d_i \notin V_d$, 则 $\underline{T}_B^*(X_i) = \underline{T}_B(X_i), \overline{T}_B^*(X_i) = \overline{T}_B(X_i)$ 。

证明: $\therefore d_i \notin V_d, \therefore x_i \notin X_i$ 其中 $X_i = U/d$ 。又 $\therefore f_i(x) \cap f_i(x_i) = \emptyset, \therefore [x_i]_{T_B} \not\subseteq X_i$, 所以新增对象形成的等价类对原集值决策信息系统中条件等价类不产生影响, 且对决策等价类也不产生影响。 $\therefore \underline{T}_B^*(X_i) = \underline{T}_B(X_i), \overline{T}_B^*(X_i) = \overline{T}_B(X_i)$ 。

结束语 本文讨论了在相容关系下集值信息系统和集值决策信息系统中当对象增加时近似集的变化情况。即在集值信息系统中如果新增对象与原表中的对象相容, 则对于给定的对象集 X 其上近似变大, 下近似变小; 如果不相容, 则对象集 X 的上、下近似集不发生改变。在集值决策信息系统中, 由于近似集的变化比较复杂, 分 4 种情况进行了讨论, 并给出了相应定理的证明和实例验证。然而, 本文仅讨论了在集值信息系统和集值决策信息系统中近似集的变化, 不含集值决策信息系统属性的约简。对于集值决策信息系统属性的约简及规则提取的研究将另文介绍。

参考文献

- [1] Pawlak Z. Rough Sets [J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356
- [2] 宋笑雪, 解争龙, 张文修. 集值决策信息系统的知识约简与规则提取[J]. 计算机科学, 2007, 34(4): 182-191
- [3] 张文修, 吴伟志, 梁吉业, 等. 粗糙集理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2001
- [4] 张文修, 梁怡, 吴伟志. 信息系统与知识发现[M]. 北京: 科学出版社, 2003
- [5] 王国胤. Rough 集理论与知识获取[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001
- [6] Kryszkiewicz M. Rough set approach to incomplete information system[J]. Information sciences, 1998, 112: 39-49
- [7] Guan Yan-yong, Wang Hong-kai. Set-valued information system[J]. Information Sciences, 2006, 176(17): 2507-2525
- [8] 邹维丽, 陈红梅, 胡成祥, 等. 基于相容关系集值粗糙集模型的近似集增量更新方法研究[J]. 广西师范大学学报: 自然科学版, 2009, 27(3): 96-99
- [9] Zou Wei-li, Li Tian-rui, Chen Hong-mei, et al. Approaches for incrementally updating approximations based on set-valued information systems while attribute values' coarsening and refining[C] // Proceedings of IEEE International Conference of Granular Computing. 2009: 824-829
- [10] 安利平, 吴育华, 全凌云. 增量式获取规则的粗糙集方法[J]. 南开大学学报: 自然科学版, 2003, 36(2): 98-103
- [11] Qian Yu-hua, Dang Chuang-yin, Liang Ji-ye, et al. Set-valued ordered information systems[J]. Information Sciences, 2009, 179: 2809-2832