

动态直觉模糊多属性决策的 VIKOR 扩展方法

张市芳¹ 刘三阳² 翟任何³

(西安电子科技大学计算机学院 西安 710071)¹ (西安电子科技大学理学院 西安 710071)²

(陕西理工学院机械工程学院 汉中 723003)³

摘 要 针对各决策时段的时间权重及属性权重已知情况下属性值以直觉模糊数形式给出的动态多属性决策问题,提出了一种基于多准则妥协解排序(VIKOR)拓展的决策分析方法。首先利用给出的动态直觉模糊加权平均(DIFWA)算子集成各时段的评价值,以获取各方案的综合评价值。然后依据传统 VIKOR 法的基本思想,结合直觉模糊数的距离公式,对整个方案集进行排序并择优。最后给出一个实例分析,所得结果表明了该方法的可行性和有效性。

关键词 动态多属性决策,直觉模糊数,多准则妥协解排序法,动态直觉模糊加权平均算子

中图法分类号 TP182, O223 **文献标识码** A

Extended VIKOR Method for Dynamic Intuitionistic Fuzzy Multi-attribute Decision Making

ZHANG Shi-fang¹ LIU San-yang² ZHAI Ren-he³

(School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)¹

(School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)²

(School of Mechanical Engineering, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723003, China)³

Abstract With respect to dynamic multi-attribute decision making problem, in which period weights and attribute weights of each period are given and attribute values at different periods are expressed in intuitionistic fuzzy numbers, an extended decision making method based on VIKOR (Vlsekriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje) was presented. Firstly, using the given dynamic intuitionistic fuzzy weighted averaging (DIFWA) operator to collect the evaluation values at different periods, the total evaluation values of each alternative were obtained. Then, according to the basic ideology of the traditional VIKOR method, integrating the distance formula of intuitionistic fuzzy numbers, the ranking of alternatives and the best one was obtained. Finally, a numerical example was given. The result shows the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Keywords Dynamic multi-attribute decision making, Intuitionistic fuzzy numbers, VIKOR method, DIFWA operator

1 引言

多属性决策就是利用已有的决策信息,通过一定的方式对一组(有限个)备选方案进行排序并择优。它的理论和方法在社会生活、工程设计、军事科学和经济管理等诸多领域有着广泛的应用,如项目评估、工厂选址、招标投标和经济效益综合评价等。自从 Zadeh^[1] 提出模糊集理论并用于多属性决策以来,模糊多属性决策问题得到了迅猛的发展。1986 年,保加利亚学者 Atanassov^[2] 提出直觉模糊集的概念,它是 Zadeh 提出的模糊集理论的拓展。由于其在仅考虑单一隶属度的传统模糊集的基础上增加了一个新的参数——非隶属度,进而可以描述“非此非彼”的“模糊概念”,因此它比传统模糊集在处理模糊性和不确定性的多属性决策问题时更加灵活、细腻。目前,属性值为直觉模糊数的多属性决策问题的研究已引起人们的极大关注,并取得了一定的研究成果^[3-7]。作者注意到,众多文献在决策过程中都仅仅关注单时段的直觉模糊数

多属性决策问题,而对于多时段的(即动态的)直觉模糊数多属性决策问题只有少量研究。事实上,许多复杂决策问题必须同时考虑不同时段的原始决策信息,要将时间维度考虑进来,例如多时段投资决策、医疗诊断以及军事系统有效性动态评价等。因此,对于这类决策问题的研究有着重要的理论和实际意义。

目前,有关动态多属性决策问题的研究已引起一些学者的注意^[8-10]。文献[8,9]运用逼近于理想解的排序(TOPSIS)法分别研究了直觉模糊环境下和灰数环境下的动态多属性决策问题。由于 TOPSIS 法在属性加总方面无法实际反映出各方案和理想解的接近程度, Opricovic 教授于 1998 年提出了多准则妥协解排序(VIKOR)法^[11,12]。它是一种折衷排序方法,其最大特点在于提供了最大化群体效益和最小化反对意见的个别遗憾。与其他传统多属性决策分析方法(如 TOPSIS, PROMETHEE 和 ELECTRE)相比,该方法具有很强的优越性^[13]。

到稿日期:2011-03-20 返修日期:2011-05-25 本文受国家自然科学基金项目(60974082)资助。

张市芳 博士生,主要研究方向为智能决策与多目标优化算法, E-mail: zhangshifang2005@126.com; 刘三阳 教授,博士生导师,主要研究方向为最优化理论方法及其应用。

为此,本文针对各决策时段的时间权重以及属性权重已知,属性值以直觉模糊数形式给出的动态多属性决策问题,依据传统 VIKOR 法^[11,12]的基本思想,提出一种新的决策分析方法,并通过算例表明了该方法的实用性和可行性。

2 预备知识

2.1 直觉模糊数

2.1.1 定义^[14]

设 X 是一个非空集合,则称 $A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X \}$ 为 X 上的一个直觉模糊集。其中, $\mu_A(x)$ 和 $\nu_A(x)$ 分别表示 X 中的元素 x 属于 A 的隶属度 $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ 和非隶属度 $\nu_A: X \rightarrow [0,1]$,且满足 $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1, \forall x \in X$ 。

此外,称 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ 为 X 中元素 x 的直觉指数,它表示 x 对 X 的犹豫度(或不确定度)。显然,对于 $\forall x \in X$,均有 $0 \leq \pi_A(x) \leq 1$ 。

根据上述定义可知,直觉模糊集的基本组成部分是由 X 中的元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度所组成的有序对,故称之为直觉模糊数。

为了方便起见,称 $\alpha = (\mu_\alpha, \nu_\alpha, \pi_\alpha)$ 为直觉模糊数,其中 $\mu_\alpha \in [0,1], \nu_\alpha \in [0,1], \mu_\alpha + \nu_\alpha \leq 1, \pi_\alpha(x) = 1 - \mu_\alpha(x) - \nu_\alpha(x)$,且设 Θ 为全体直觉模糊数的集合。显然, $\alpha^+ = (1,0,0)$ 为最大的直觉模糊数, $\alpha^- = (0,1,0)$ 为最小的直觉模糊数。

2.1.2 直觉模糊数的运算法则^[14]

设 $\alpha = (\mu_\alpha, \nu_\alpha, \pi_\alpha), \alpha_1 = (\mu_{\alpha_1}, \nu_{\alpha_1}, \pi_{\alpha_1})$ 和 $\alpha_2 = (\mu_{\alpha_2}, \nu_{\alpha_2}, \pi_{\alpha_2})$ 为直觉模糊数, λ 为任意的正实数,则有

$$(1) \alpha_1 + \alpha_2 = (\mu_{\alpha_1} + \mu_{\alpha_2} - \mu_{\alpha_1} \mu_{\alpha_2}, \nu_{\alpha_1} \nu_{\alpha_2}, (1 - \mu_{\alpha_1})(1 - \mu_{\alpha_2}) - \nu_{\alpha_1} \nu_{\alpha_2});$$

$$(2) \lambda \alpha = (1 - (1 - \mu_\alpha)^\lambda, \nu_\alpha^\lambda, (1 - \mu_\alpha)^\lambda - \nu_\alpha^\lambda), \lambda > 0.$$

2.1.3 直觉模糊数的距离公式^[8]

设 $\alpha_1 = (\mu_{\alpha_1}, \nu_{\alpha_1}, \pi_{\alpha_1})$ 和 $\alpha_2 = (\mu_{\alpha_2}, \nu_{\alpha_2}, \pi_{\alpha_2})$ 为两个任意的直觉模糊数,则称

$$d(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{2} (|\mu_{\alpha_1} - \mu_{\alpha_2}| + |\nu_{\alpha_1} - \nu_{\alpha_2}| + |\pi_{\alpha_1} - \pi_{\alpha_2}|) \quad (1)$$

为 α_1 和 α_2 的距离。

2.2 动态直觉模糊多属性决策问题描述

一个具有 p 个不同时段 $t_k (k=1,2,\dots,p)$ 的动态直觉模糊多属性决策问题可以定义为

$$D^{(t_k)} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(t_k)} & a_{12}^{(t_k)} & \dots & a_{1n}^{(t_k)} \\ a_{21}^{(t_k)} & a_{22}^{(t_k)} & \dots & a_{2n}^{(t_k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}^{(t_k)} & a_{m2}^{(t_k)} & \dots & a_{mn}^{(t_k)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\omega(t) = (\omega(t_1), \omega(t_2), \dots, \omega(t_p)) \quad (3)$$

$$w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \quad (4)$$

式中, $D^{(t_k)}$ 为第 $t_k (k=1,2,\dots,p)$ 时段的直觉模糊决策矩阵,其中 $a_{ij}^{(t_k)} = (\mu_{a_{ij}}^{(t_k)}, \nu_{a_{ij}}^{(t_k)}, \pi_{a_{ij}}^{(t_k)})$ 为用直觉模糊数表达的属性值, $\mu_{a_{ij}}^{(t_k)}$ 表示第 t_k 时段第 i 方案 x_i 满足第 j 属性 c_j 的程度, $\nu_{a_{ij}}^{(t_k)}$ 表示第 t_k 时段第 i 方案 x_i 不满足第 j 属性 c_j 的程度,且 $\pi_{a_{ij}}^{(t_k)}$ 表示第 i 方案 x_i 对第 j 属性 c_j 的不确定度,使得

$$\mu_{a_{ij}}^{(t_k)} \in [0,1], \nu_{a_{ij}}^{(t_k)} \in [0,1], \mu_{a_{ij}}^{(t_k)} + \nu_{a_{ij}}^{(t_k)} \leq 1,$$

$$\pi_{a_{ij}}^{(t_k)} = 1 - \mu_{a_{ij}}^{(t_k)} - \nu_{a_{ij}}^{(t_k)} \quad (i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n)$$

式中, $\omega(t_k)$ 为第 t_k 时段的时间权重,满足 $\omega(t_k) > 0, \sum_{k=1}^p \omega(t_k) = 1$; w_j 为第 j 属性 c_j 的权重,满足 $w_j > 0, \sum_{j=1}^n w_j = 1$ 。则 p 个不同时段将对应 p 个直觉模糊决策矩阵。

动态直觉模糊多属性决策问题可以简单表述为:根据已知的动态直觉模糊决策信息(如各时段的时间权重、各时段下各属性的属性权重),通过一定的方式对一有限个备选方案进行排序并择优。

2.3 动态直觉模糊加权平均(DIFWA)算子^[8]

设 $a^{(t_1)}, a^{(t_2)}, \dots, a^{(t_p)}$ 为 p 个不同时段 $t_k (k=1,2,\dots,p)$ 的直觉模糊数,且 $\omega(t) = (\omega(t_1), \omega(t_2), \dots, \omega(t_p))$ 为时间序列 $\{t_k\} (k=1,2,\dots,p)$ 的权重向量, $\omega(t_k) > 0 (k=1,2,\dots,p), \sum_{k=1}^p \omega(t_k) = 1$,则称

$$\begin{aligned} DIFWA_{\omega(t)}(a^{(t_1)}, a^{(t_2)}, \dots, a^{(t_p)}) &= \sum_{k=1}^p \omega(t_k) a^{(t_k)} = \\ &= (1 - \prod_{k=1}^p (1 - \mu_{a^{(t_k)}})^{\omega(t_k)}, \prod_{k=1}^p \nu_{a^{(t_k)}}^{\omega(t_k)}, \prod_{k=1}^p (1 - \mu_{a^{(t_k)}})^{\omega(t_k)} - \\ &\quad \prod_{k=1}^p \nu_{a^{(t_k)}}^{\omega(t_k)}) \end{aligned} \quad (5)$$

为动态直觉模糊加权平均(DIFWA)算子。

3 动态直觉模糊多属性决策的 VIKOR 扩展方法

基于直觉模糊数的运算法则、直觉模糊数的距离公式以及 DIFWA 算子,本文在传统 VIKOR 法^[11,12]原理的基础上,提出一种动态直觉模糊多属性决策的 VIKOR 扩展方法。以 2.2 节描述动态直觉模糊多属性决策问题为基础,算法的步骤如下。

Step 1 利用 DIFWA 算子

$$\begin{aligned} DIFWA_{\omega(t)}(a_{ij}^{(t_1)}, a_{ij}^{(t_2)}, \dots, a_{ij}^{(t_p)}) &= \\ &= (1 - \prod_{k=1}^p (1 - \mu_{a_{ij}}^{(t_k)})^{\omega(t_k)}, \prod_{k=1}^p \nu_{a_{ij}}^{(t_k)}^{\omega(t_k)}, \prod_{k=1}^p (1 - \mu_{a_{ij}}^{(t_k)})^{\omega(t_k)} - \\ &\quad \prod_{k=1}^p \nu_{a_{ij}}^{(t_k)}^{\omega(t_k)}) \end{aligned} \quad (6)$$

把所有的直觉模糊决策矩阵 $D^{(t_k)} = (a_{ij}^{(t_k)})_{m \times n} (k=1,2,\dots,p)$ 集成为综合的直觉模糊决策矩阵 $D = (a_{ij})_{m \times n}$,其中 $a_{ij} = (\mu_{a_{ij}}, \nu_{a_{ij}}, \pi_{a_{ij}})$, $\mu_{a_{ij}} = 1 - \prod_{k=1}^p (1 - \mu_{a_{ij}}^{(t_k)})^{\omega(t_k)}, \nu_{a_{ij}} = \prod_{k=1}^p \nu_{a_{ij}}^{(t_k)}^{\omega(t_k)}, \pi_{a_{ij}} = \prod_{k=1}^p (1 - \mu_{a_{ij}}^{(t_k)})^{\omega(t_k)} - \prod_{k=1}^p \nu_{a_{ij}}^{(t_k)}^{\omega(t_k)} (i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n)$ 。

Step2 分别定义直觉模糊理想解 x^+ 和直觉模糊负理想解 x^- ,即

$$x^+ = \{a_1^+, a_2^+, \dots, a_n^+\} \quad (7)$$

$$x^- = \{a_1^-, a_2^-, \dots, a_n^-\} \quad (8)$$

式中, $a_j^+ = (1,0,0), a_j^- = (0,1,0)$ 。为了方便描述,把方案 $x_i (i=1,2,\dots,m)$ 记为 $x_i = \{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}\} (i=1,2,\dots,m)$ 。

Step3 计算各备选方案的群体效益值 S_i 和个体遗憾度 R_i 。其中

$$S_i = \sum_{j=1}^n w_j \left(\frac{d(a_j^+, a_{ij})}{d(a_j^+, a_j^-)} \right), (i=1,2,\dots,m) \quad (9)$$

$$R_i = \max_j \left\{ w_j \left(\frac{d(a_j^+, a_{ij})}{d(a_j^+, a_j^-)} \right) \right\}, (i=1,2,\dots,m) \quad (10)$$

Step4 计算各备选方案的折衷值 Q_i

$$Q_i = \lambda \left(\frac{S_i - S^+}{S^- - S^+} \right) + (1 - \lambda) \left(\frac{R_i - R^+}{R^- - R^+} \right), (i=1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

式中, $S^+ = \min_i S_i$, $S^- = \max_i S_i$, $R^+ = \min_i R_i$, $R^- = \max_i R_i$; λ 为决策机制系数, $\lambda \in [0, 1]$ 。如果 $\lambda > 0.5$, 则表示根据最大化群效益占比较大的方式来进行决策; 如果 $\lambda = 0.5$, 则表示根据均衡折衷的方式来进行决策; 如果 $\lambda < 0.5$, 则表示根据最小化个体遗憾占比较大的方式来进行决策。在 VIKOR 中, 一般取 λ 为 0.5, 即均衡折衷以使群体效益最大化和个别遗憾最小化。

Step5 按照 Q_i, S_i, R_i 分别从小到大排序, 每个序列中排在前面的方案比后面的优。

为了考察方案间细微差别并实现方案的完全排序, 可以直接利用 Q_i 进行排序。 Q_i 值越大, 表明该方案越差; Q_i 值越小, 表明该方案越优^[15]。

4 实例分析

某风险投资公司拟对 4 个备选企业(方案) x_i ($i=1, 2, 3, 4$) 进行投资, 制订了下列 3 项评估属性: 经济效益(c_1)、社会效益(c_2)和环境污染程度(c_3)。现由决策者对每个企业在 3 个不同时段的各项属性进行评价, 并构造直觉模糊决策矩阵 $D^{(k)}$ ($k=1, 2, 3$), 如表 1—表 3 所列。

表 1 直觉模糊决策矩阵 $D^{(1)}$

	c_1	c_2	c_3
x_1	(0.5, 0.4, 0.1)	(0.4, 0.5, 0.1)	(0.3, 0.5, 0.2)
x_2	(0.7, 0.3, 0.0)	(0.6, 0.1, 0.3)	(0.5, 0.4, 0.1)
x_3	(0.6, 0.2, 0.2)	(0.6, 0.1, 0.3)	(0.7, 0.2, 0.1)
x_4	(0.8, 0.1, 0.1)	(0.5, 0.1, 0.4)	(0.6, 0.1, 0.3)

表 2 直觉模糊决策矩阵 $D^{(2)}$

	c_1	c_2	c_3
x_1	(0.5, 0.3, 0.2)	(0.6, 0.3, 0.1)	(0.3, 0.5, 0.2)
x_2	(0.6, 0.3, 0.1)	(0.6, 0.2, 0.2)	(0.5, 0.2, 0.3)
x_3	(0.7, 0.2, 0.1)	(0.8, 0.2, 0.0)	(0.5, 0.4, 0.1)
x_4	(0.8, 0.2, 0.0)	(0.8, 0.1, 0.1)	(0.6, 0.2, 0.2)

表 3 直觉模糊决策矩阵 $D^{(3)}$

	c_1	c_2	c_3
x_1	(0.7, 0.2, 0.1)	(0.9, 0.1, 0.0)	(0.8, 0.1, 0.1)
x_2	(0.5, 0.1, 0.4)	(0.3, 0.1, 0.6)	(0.2, 0.7, 0.1)
x_3	(0.6, 0.2, 0.2)	(0.5, 0.2, 0.3)	(0.9, 0.1, 0.0)
x_4	(0.8, 0.1, 0.1)	(0.7, 0.1, 0.2)	(0.4, 0.5, 0.1)

设 $\omega(t) = [0.20, 0.35, 0.45]$ 为各时段的时间权重向量, $w = [0.40, 0.35, 0.25]$ 为各属性的权重向量, 试确定最佳的投资方案。

下面利用本文提出的决策方法进行求解。

首先利用 DIFWA 算子式(6)把所有的直觉模糊决策矩阵 $D^{(k)}$ ($k=1, 2, 3$) 集成为综合的直觉模糊决策矩阵 D , 如表 4 所列。

表 4 综合的直觉模糊决策矩阵 D

	c_1	c_2	c_3
x_1	(0.603, 0.265, 0.132)	(0.768, 0.203, 0.029)	(0.602, 0.242, 0.156)
x_2	(0.582, 0.183, 0.235)	(0.485, 0.127, 0.388)	(0.382, 0.404, 0.214)
x_3	(0.638, 0.200, 0.162)	(0.653, 0.174, 0.173)	(0.781, 0.187, 0.032)
x_4	(0.800, 0.127, 0.073)	(0.712, 0.100, 0.188)	(0.520, 0.263, 0.217)

接着确定直觉模糊理想点 x^+ 和直觉模糊负理想解 x^- , 分别为

$$x^+ = \{(1, 0, 0), (1, 0, 0), (1, 0, 0)\}$$

$$x^- = \{(0, 1, 0), (0, 1, 0), (0, 1, 0)\}$$

然后根据 Step3 计算各备选方案的群体效益值 S_i 和个体遗憾度 R_i , 根据 Step4 计算各备选方案的折衷值 Q_i , 其结果为

$$S = \begin{bmatrix} 0.3395 \\ 0.5020 \\ 0.3210 \\ 0.3008 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 0.1588 \\ 0.1802 \\ 0.1448 \\ 0.1200 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 0.4184 \\ 1 \\ 0.2562 \\ 0 \end{bmatrix}$$

由于 $Q_4 < Q_3 < Q_1 < Q_2$, 故排序结果为 $x_4 > x_3 > x_1 > x_2$, 从而最佳的投资方案是 x_4 。

将本文给出的 VIKOR 方法与文献[8]中给出的 TOPSIS 方法进行比较, 结果如表 5 所列。

表 5 与 TOPSIS 的评价结果比较

	VIKOR	TOPSIS	排序
x_1	0.4184	0.6919	3
x_2	1	0.6089	4
x_3	0.2562	0.7168	2
x_4	0	0.7383	1

由表 5 可以看出, 两种排序结果相同, x_4 为最佳的投资方案, 从而说明了本文给出的算法的可行性和有效性。

结束语 本文基于传统 VIKOR 法思想, 提出了一种新的扩展分析方法, 用于解决时间权重和属性权重已知且属性值为直觉模糊数的动态多属性决策问题。文中详细讨论了其实现的原理和步骤, 最后通过对多时段投资决策问题进行实例分析来说明本文提出的方法。其结果与文献[8]中的结果相同, 表明了所提出的方法是可行的、有效的。本方法决策原理简单、易于实现, 为动态直觉模糊多属性决策问题提供了一种新的解决思路, 可用于人员动态评估、医疗诊断等相关决策问题中。

参考文献

- [1] Zadeh L A. Fuzzy sets [J]. Information and Control, 1965, 8 (3): 338-356
- [2] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96
- [3] 龚艳冰, 梁雪春. 基于组合模型的直觉模糊集多属性决策方法 [J]. 控制与决策, 2010, 25(3): 469-472
- [4] Wei G. GRA method for multiple attribute decision making with incomplete weight information in intuitionistic fuzzy setting [J]. Knowledge-Based Systems, 2010, 23(3): 243-247
- [5] Li D. Multiattribute decision making method based on generalized OWA operators with intuitionistic fuzzy sets [J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(12): 8673-8678
- [6] Lin L, Yuan X, Xia Z. Multicriteria fuzzy decision-making methods based on intuitionistic fuzzy sets [J]. Journal of Computer and System Sciences, 2007, 73(1): 84-88
- [7] Liu H, Wang G. Multi-criteria decision-making methods based on intuitionistic fuzzy sets [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 179(1): 220-233
- [8] Xu Z, Yager R. Dynamic intuitionistic fuzzy multi-attribute deci-

sion making[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2008, 48(1): 246-262

[9] Lin Y, Lee P, Ting H. Dynamic multi-attribute decision making model with grey number evaluations[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 35(4): 1638-1644

[10] 苏志欣, 王理, 夏国平. 区间数动态多属性决策的 VIKOR 扩展方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(6): 836-840

[11] Opricovic S. Multicriteria optimization of civil engineering systems[D]. Belgrade, Faculty of Civil, 1998

[12] Opricovic S, Tzeng G. Compromise solution by MCDM me-

thods; A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 156(2): 445-455

[13] Opricovic S, Tzeng G. Extended VIKOR method in comparison with outranking methods[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 178(1): 514-529

[14] 徐泽水. 直觉模糊信息集成理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008

[15] Tong L, Chen C, Wang C. Optimization of multi-response processes using the VIKOR method[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2007, 31(11): 1049-1057

(上接第 211 页)

步每一次循环的最坏时间复杂度为 $O(|C| |U_{pos}| |U|)$, 最多循环 $|C| - 1$ 次, 故第(5)步最坏的时间复杂度为 $O(|C|^2 |U_{pos}| |U|)$. 故新属性约简算法的最坏时间复杂度为 $\max\{O(|C|^2 |U_{pos}| |U|), O(K|U| |C|)\}$, 其中 $K = \max\{|T_C(x_i)|, x_i \in U\}$. 故求新算法的最坏空间复杂度为 $\max\{O(|C| |U_{pos}| |U|), O|U|\}$.

为更好地说明新算法的有效性, 以文献[3]中的不完备决策表 1 为例进行分析说明。

表 1 不完备决策表

car	price	mileage	size	Max-speed	conclusion
x1	high	high	full	low	good
x2	low	*	full	low	good
x3	*	*	compact	high	poor
x4	high	*	full	high	good
x5	*	*	full	high	excel
x6	low	high	full	*	good

对不完备决策表 1 的 6 个对象, 通过算法 1 和算法 2 计算可得

$T_C(x_i) (i=1, 2, \dots, 6)$ 的结果如下:

$T_C(x_1) = \{x_1\}; T_C(x_2) = \{x_2, x_6\}$

$T_C(x_3) = \{x_3\}; T_C(x_4) = \{x_4, x_5\}$

$T_C(x_5) = \{x_5, x_4, x_6\}$

$T_C(x_6) = \{x_6, x_2, x_5\}$

$U/D = \{\{x_1, x_2, x_4, x_6\}, \{x_3\}, \{x_5\}\}$

所以, $U_{pos} = \{x_1, x_2, x_3\}, U_{neg} = \{x_4, x_5, x_6\}$.

由算法 3 的第(3)步和第(4)步得到的差别矩阵见表 2。

表 2 表 1 的粒度差别矩阵

	X1	X2	X3
X1	$\emptyset$	{price}	{size, max-speed}
X2	{price}	$\emptyset$	{size, max-speed}
X3	{size, max-speed}	{size, max-speed}	$\emptyset$
X4	$\emptyset$	$\emptyset$	{size}
X5	{max-speed}	{max-speed}	{size}
X6	$\emptyset$	$\emptyset$	{size}

由算法的第(5)步可知, 由第一次循环的第①步得到 $reduce(C) = \{size, price, max-speed\}$, 将包含在 $reduce(C)$ 中的矩阵元素去掉后, 矩阵为空, 算法结束。所以属性约简为 $\{size, price, max-speed\}$, 该约简与文献[13]中相同。

结束语 在决策表中, 差别矩阵是一种常用的属性约简设计方法。经研究, 给出了基于粒度的差别矩阵及其相应的属性约简定义, 同时证明了该定义与基于短程粒度的不完备

决策表属性约简算法定义等价。在此基础上, 给出了知识粒度的不完备决策表的属性约简的差别矩阵算法。

参考文献

[1] Pawlak Z, Grzymala-Busse J, Slowinski R. Rough sets[J]. Communications of the ACM, 1995, 8(1): 89-95

[2] Pawlak Z. Rough set theory and its application to data analysis[J]. Cybernetics and Systems, 1998, 9(4): 661-668

[3] Kryszkiewicz M. Rough set approach to incomplete information systems[J]. Information Science, 1998, 112(1): 39-49

[4] Kryszkiewicz M. Rules in incomplete information systems[J]. Information Sciences, 1999, 113(2): 271-292

[5] Stefanowski J, Tsoukias A. Incomplete information tables and rough classification[J]. Computational Intelligence, 2001, 17(4): 545-566

[6] 王国胤. 不完备信息系统的粗糙集扩展[J]. 计算机研究与发展, 2002, 39(8): 1238-1243

[7] Tzung-Pei H. Learning rules from incomplete training examples by rough sets[J]. Expert Systems with Application, 2002, 22(2): 285-293

[8] Leng Y, Li D Y. Maximal consistent block technique for rule acquisition in incomplete information systems[J]. Information Sciences, 2003, 153(1): 95-106

[9] Wu W Z, Mi J S, Zhang W X. A new rough set approach to knowledge discovery in incomplete information systems[J]. ICMLC, 2003, 1713-1718

[10] Leng Y, Wu W Z, Zhang W X. Knowledge acquisition in incomplete information systems; a rough set approach[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 168(2): 164-180

[11] Liang J Y, Xu Z B. An algorithm for knowledge in incomplete information systems[J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-based Systems, 2002, 10(1): 95-103

[12] 黄兵, 周献中, 张蓉蓉. 基于信息量的不完备信息系统属性约简[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(4): 55-60

[13] 李秀红, 史开泉. 一种基于知识粒度的不完备信息系统的属性约简算法[J]. 计算机科学, 2006, 33(11): 169-171

[14] 徐久成, 史进玲, 孙林. 一种基于相对粒度的决策表约简算法[J]. 计算机科学, 2009, 36(3): 205-207

[15] 史先红, 史进玲. 一种基于相对粒度的不完备决策表约简算法[J]. 河南师范大学学报: 自然科学版, 2010, 38(4): 51-54

[16] Huang B, He X, Zhou X Z. Rough Computational methods based on tolerance matrix[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(2): 363-370