

面向平面几何的自然语言作图研究

郭海燕¹ 刘清堂² 陈 矛¹ 黄 焕¹ 葛 强¹

(华中师范大学国家数字化学习工程技术研究中心 武汉 430079)¹

(华中师范大学信息技术系 武汉 430079)²

摘 要 在计算机几何作图软件日趋成熟的情况下,如何让用自然语言描述的几何命题自动生成几何图形一直是几何作图软件研究中的难题。结合已有几何作图软件的需求,通过对几何自然语言的研究,建立了一套有效可行的语言理解模型,设计并开发了由几何自然语言向几何作图命令转换的接口,实现了将自然语言描述的几何命题自动转换为几何作图命令并生成几何图形的功能。测试结果表明,其转换正确率在84.17%以上。

关键词 自然语言,几何作图,几何知识库,模式匹配

中图法分类号 TP182 **文献标识码** A

Research for Facing the Natural Language of the Geometry Drawing

GUO Hai-yan¹ LIU Qing-tang² CHEN Mao¹ HUANG Huan¹ GE Qiang¹

(National Engineering Research Center for E-learning, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)¹

(Department of Information Technology, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)²

Abstract In the case of computer geometry graphic software matures, the challenge of the geometric software is that convert geometry propositions described by natural language to geometric figure. This paper that combined with the needs of geometric natural language and established a set of effective understanding of language model, designed and developed the interface that realized the automatic conversion from natural language to geometric drawing commands, realized automatic conversion from natural language to geometric commands and generated geometry. Test results show that the translation rate overtakes 84.17%.

Keywords Natural language, Geometric drawing, Geometric knowledge base, Pattern matching

1 引言

近年来,初等几何命题机器证明技术已越来越成熟,特别是可读证明的实现,使得计算机辅助几何教学迅速发展并得到广泛应用^[1]。但是,在利用现有的几何软件实现机器证明的过程中,经常会遇到从自然语言描述的几何命题需要转换为计算机内部使用的变量或者规则的问题。由于用自然语言描述的几何对象及其相互关系通常会有不同的表示,已有的动态几何软件无法实现将几何问题自动生成计算机可理解的目标问题,也无法实现用自然语言描述的几何命题自动翻译成一种形式化的、计算机可理解的几何作图命令。因此,在使用几何软件实现机器证明的过程中,通常需要依据人工对命题的理解手动地作出几何图形,这为几何软件的自动化与智能化带来了局限。

自然语言处理技术是研究如何让计算机理解人们日常使用的自然语言,理解人们提出的问题,并生成解决方案。利用自然语言处理技术处理几何命题可以有效解决计算机对几何命题的理解问题。然而,由于自然语言的灵活性,自然语言理

解技术在某些方面的不成熟,使得计算机很难准确地理解自然语言的含义。

针对以上问题,本文在经过综合分析几何自然语言的特点和现有几何软件的功能实现之后,提出了一套针对受限域几何自然语言理解的解决方案,并完成几何自然语言向几何作图命令转换的接口系统,实现了该接口系统与现有几何软件的无缝集成。

2 面向几何的自然语言作图机理研究

自然语言作图就是利用自然语言处理技术来处理平面几何自然语言,生成计算机可理解的几何作图命令,让几何作图软件解析几何作图命令,并作出几何图形。设计几何自然语言理解系统的目的是解决现有的几何作图软件不能自动理解用自然语言描述的几何命题这样一个问题。本文主要利用自然语言处理技术和模式匹配技术来实现计算机对几何命题的自动理解。

具体的研究思路:设计一个人机交互界面,用户在界面上手动输入几何命题,系统对命题进行预处理,利用模式匹配技

本文受国家科技重大专项核高基项目(2010ZX01045-001-005-3)资助。

郭海燕(1986—),女,硕士生,主要研究方向为知识服务科学;刘清堂 男,教授,博士生导师,主要研究方向为知识资源服务理论与方法、教育信息资源设计与开发。

术,分别提取命题中的几何元素和几何关系,再把几何元素和几何关系根据相应的映射函数生成相应的几何命令,作图软件对几何命令进行解析并自动生成几何图形。

2.1 面向几何自然语言的作图机制

本文利用自然语言处理技术和模式匹配技术,设计并实现了几何自然语言向几何作图命令的转换接口。接口的实现要经过对几何自然语言的预处理、几何元素和几何关系的识别、几何命令的生成等几个步骤。

自然语言理解模型如图1所示。

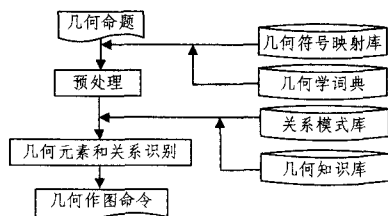


图1 自然语言理解模型

2.2 自然语言作图预处理

用户在输入几何命题的过程中,由于个人的思维方式和表达方式不一致,对输入命题的描述形式也可能千差万别。预处理的目的是对用户输入的几何命题进行标准化转换,并对规范化的命题进行分词分句。

2.2.1 标准化转换

(1)标点符号以及命题格式的转换。把英文输入法下面的句点、逗号等常用标点符号改为中文输入法下面的标点符号,把命题中多余的空格、换行符以及无意义字符等删除。

(2)特殊几何符号的变换。几何命题中经常出现如“//”、“ $\perp$ ”、“ $\triangle$ ”、“ $\diamond$ ”、“ $\odot$ ”、“ $\ominus$ ”、“ $\oslash$ ”、“ $\circ$ ”等符号。为了便于对命题的简化处理,需要将几何符号变换为同等内容的中文描述形式。几何符号映射库存储了几何符号及其中文描述的对立关系。

(3)未明确的几何元素要明确化。用户在输入几何命题的时候并不一定会明确给出命题中携带的几何元素和几何关系,例如,有一个几何命题:经过梯形的对角线的交点以及两腰延长线的交点的直线平分两底^[2]。对这个命题进行预处理就是要给出具体的几何元素,要将其改成经过梯形ABCD的对角线AC、BD的交点O以及两腰AB、CD延长线的交点P的直线PM平分两底AD、BC。这样处理将便于我们直接识别出几何命题中的几何元素。

2.2.2 几何学词典

词典是一系列有意义的最小语言单位词素的集合,在计算机自然语言处理技术中,分词系统所采用的都是通用词典。几何学词典是依据初等平面几何教材和几何参考资料而构建的、针对平面几何的用户专用词典,是对通用词典在专业领域上的扩展。以“平行四边形”为例,利用通用词典分词,会分成“平行”和“四边形”两个词,添加几何学词典之后,“平行四边形”就构成了一个独立的有意义的词素,因此,构建几何学词典有利于提高分词的效率和准确率。

2.2.3 分词分句

自然语言即人们日常所使用的语言。几何自然语言属于领域自然语言,这种领域自然语言与通用自然语言有着明显

的区别,几何自然语言有它自身的特点:

- (1)使用的词量较少,主要包括几何及部分代数术语;
- (2)词义范围较窄,词与词之间较少出现歧义;
- (3)句型变化较少,句子成分间有很强的逻辑关系;
- (4)表达方式比较单一,多为陈述句。

因为几何自然语言具有以上这些特点,所以对几何自然语言的分句和词法分析就变得相对简单,语义推理和歧义处理的复杂度也会降低,但是这类语言对理解的要求比较高,在语言表达过程中,任何几何量和几何关系的缺失都可能导致后面的几何作图命令的失效和作图的失败。本文采用中科院的分词系统 ICTCLAS,其分词精度达到 98.345%。虽然中科院的 ICTCLAS 分词精度很高,但是鉴于几何自然语言的领域特性,ICTCLAS 对几何概念的识别效果并不好,因此,需要添加由人工构建的几何学词典来进一步提高分词的准确率。

例 给定几何命题:四边形ABCD是平行四边形, $AE \perp BD$ 于点E, $CF \perp BD$ 于点F。

经过预处理之后得到的结果如下:

四边形ABCD是平行四边形,

AE垂直BD于点E,

CF垂直BD于点F。

2.3 几何元素和关系识别

从几何命题中找出几何元素和几何关系是几何自然语言处理的核心,同时也是受限域中几何命题语言理解的难点。几何元素是构建几何图形的对象元件,几何图形就是由几何对象及对象之间的关系构成的,在识别几何元素和几何关系之前,需要构建几何知识库。

2.3.1 几何知识库

从知识工程的角度出发,考虑到知识库的可扩展性和共享性,以平面几何教材为基础,构建几何知识库。几何知识库是实现几何元素匹配的基础,包含平面几何中所有的几何元素及元素之间的关系,下图给出几何知识库中出现的部分几何知识、几何知识库,如图2所示。

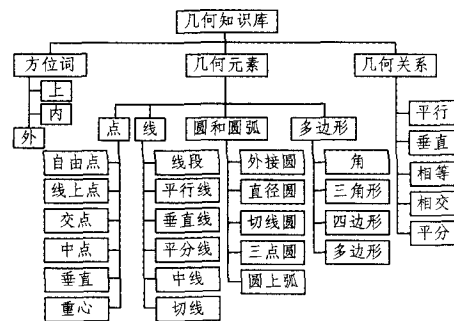


图2 几何知识库

2.3.2 关系模式库与模式匹配

模式是指具有某种结构的元素的集合,一个模式由关联元素集,如表、列、类或XML元素或属性等组成,匹配操作的结果就是一个映射^[3]。

本文要处理的内容是基于数学领域用自然语言表述的有限域的几何命题,主要应用于中学数学教学过程中,模式库是在几何知识库的基础上建立起来的。几何知识库中包含了几

何元素、几何关系、几何概念定义、断言知识、实例、证明过程、几何方法以及关于几何的历史、人文等背景知识^[4]。

本文设计的模式库包括规则编号、规则内容、标准语言和模式名称等几个字段。其中规则内容域定义一系列的语法匹配模式。标准语言字段表示几何命题语句的规范化形式描述,把词素集合与模式库中的语法模式进行匹配,获取模式名称,构建特定的模式。模式库中存储的规则都是采用正则表达式来描述的,采用精确匹配和模糊匹配相结合的方式与自然语言描述的几何命题进行匹配。下面分别举出几个实例:

规则1 $\wedge[A-Z]\{2\}$ 垂直 $[A-Z]\{2\}$ \$,精确匹配两条线段垂直,并且线段的前缀和后缀都没有描述的相关文字内容。获取对应的模式为:垂直{线段1,线段2}。

规则2 $[点]?\{[A-Z]\{1\}$ 是 $[边]?\{[A-Z]\{2\}$ 的中点。此条规则属于模糊匹配,能够匹配出一个中点信息,其中的几何元素包括一个点和一条线段,对应的模式为:中点{点,线段}。

规则3 $[A-Z]\{2\}$ 是 $\angle[A-Z]\{3\}$ 的平分线。此条规则可以匹配出角平分线的信息,与之相应的模式为:角平分线{线段,角}。

.....

本文以初等数学几何习题集和世界数学奥林匹克解题大辞典为依托,综合题集上面各种几何命题的描述形式总结出了100多种类型的模式,并把表述各异但意义相同的命题语句转换成统一形式的标准语言,形成了比较完备的模式库。

2.3.3 几何作图命令生成

在已有的几何作图软件中,几何图形的自动生成都是通过解析几何命令集合来得到的,如在几何软件上,画一个自由点需要用到命令“FreePoint A”,画一条线段需要用到命令“Segment A B”。因此,想要让计算机自动作出几何图形,就需要把模式匹配得到的模式解析成对应的几何命令,为此,我们构建了一个模式映射库,例如:

平行{线段 AB,线段 CD}
→Parellal(D,C,A,B)
中点{点 C,线段 AB}
→MidPoint(C,A,B)
角平分线{线段 BD,角 ABC}
→PointOfAngleBisector(B,D,A,B,C)

给出一个几何命题:已知 $AB=AC$,其中 E 是 AC 的中点,F 是 AB 的中点,连接 BE,连接 CF。

经过预处理、几何元素和关系识别、模式匹配和命令映射等过程处理后,得到一个几何命令集合,其内容如下:

EqualSegment A B A C //表示两条线段相等的命令
Segment A B //连接线段
MidPoint E A C //画中点
MidPoint F A B
Segment B E
Segment C F

在几何命题经过一系列处理生成几何命令后,可以利用现有的几何作图软件解析几何命令,并生成相应的几何图形,实现计算机自动作图的目的。

3 面向几何自然语言作图系统的实现

通过对语言理解系统的研究,本文在对计算机几何作图系统进行设计之后,按照设计思路成功地实现了这个系统。下面利用伪代码给出本系统的实现过程:

```
Step1 输入几何命题 S;  
Step2 预处理,  $G=\{S_1(w_{11},w_{12},w_{13},\cdots),S_2(w_{21},w_{22},w_{23},\cdots),\cdots,S_n(w_{n1},w_{n2},w_{n3},\cdots)\}$ ;  
其中 G 表示句子集合,w 表示词素, $w_{ii}$  表示第 i 个句子中的第 i 个词。  
Step3 For i=1 to n(G)  
      For j=1 to n(P)  
//P 表示关系模式库中的匹配规则  
      If(S(i)→P(j)){  
        Get P(j)  
        P(j)→ invoke(relationName, &result, params) //模式与  
        几何命令映射  
        Break  
      }  
}
```

根据上文给出的几何命题实例,从接口转换到作出几何图形,整个过程如下:

首先,几何作图软件的主面板是一个推理信息设置窗口,用户可以根据自己的不同需求对参数进行设置。根据本文的需求,选择“作图”单选按钮,然后在“输入文本作图命令”下面的输入框输入用自然语言描述的几何命题,如图3所示。

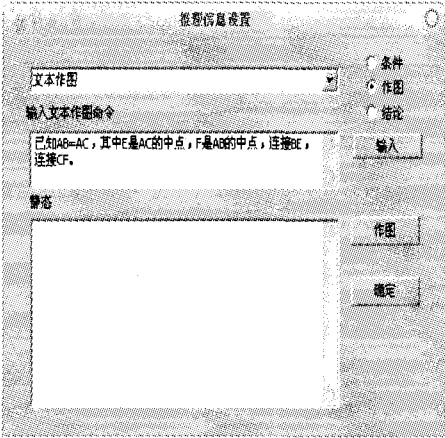


图3 文本输入及处理界面

其次,选择“输入”按钮,系统会对输入的命题实现自然语言处理等过程,把输入的几何命题转换成作图命令并显示在文本框中,如图4所示;

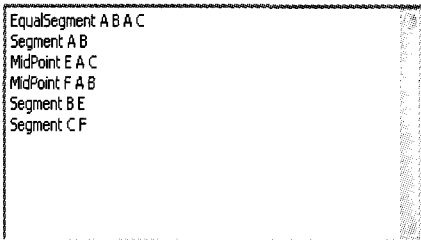


图4 几何作图命令

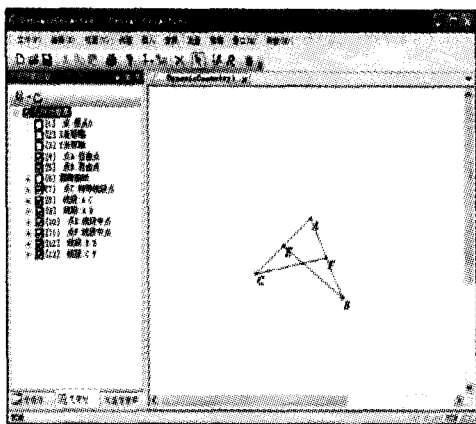


图5 几何作图界面

最后,单击“作图”按钮,系统会对文本框中的几何作图命令进行解析并自动作出几何图形。图5中右边的作图区域显示的几何图形是由作图软件对上面生成的几何命令进行解析而得到的;而左边区域显示的几何对象库是对该几何图形知识特征的描述,包含几何元素及几何关系,这是几何图形与几何知识库的逆向对应。

4 实验过程及结果

在实现基于自然语言处理的计算机几何作图系统后,为检测该系统的实用性,我们选取初中平面几何习题集、初中平面几何综合复习试题以及世界数学奥林匹克解题大辞典中部分典型几何命题组成了一个测试集,并进行了测试。测试结果如表1所列。

表1 测试结果

编号	几何命题	能否正确作图	转换时间(s)
1	在 $\triangle ABC$ 中, $DC \parallel AB$, E 是 CA 的中点, AB 和 DE 交于点 G ,连接 EG ,连接 AD ,连接 GC 。	是	0.047
2	四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AE \perp BD$ 于点 E , $CF \perp BD$ 于点 F 。	是	0.031
3	在三角形 ABC 中,以 AB 为边作正方形 $ABDE$,再以 AC 为边作另一个正方形 $CAFG$ 。	是	0.032
4	CA 垂直且等于 CB , D 是 AB 中点, E 是 CA 上一点,过 A 作 BC 的平行线, FD 垂直 DE 交于 F 。	否	0.047
5	已知 N 、 D 、 M 分别是 AB 、 BC 、 CA 的中点。	否	0.125
6	在平行四边形 $ABCD$ 中, M 是 AD 的中点, $CE \perp AB$ 于 E ,连接 ME 。	是	0.032
7	在三角形 ABC 中, $AD \perp BC$ 于 D , $BE \perp AC$ 于 E , AD 交 BE 于 H , $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\odot I$ 是 $\triangle ABH$ 的外接圆。	是	0.109
8	$\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AK 是 $\odot O$ 的直径, H 是 $\triangle ABC$ 的垂心,连接 KH 。	是	0.141
9	在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $BC=13$, AD 是 BC 上的高, $AD=4$ 。	否	0.204
10	在等腰三角形 ABC 中, BE 平分 $\angle ABC$, D 是 BC 延长线上一点,连接 CD ,连接 AD , BE 的延长线交 AD 于 F ,连接 EF 。	是	0.141
11	在三角形 ABC 中, E 是边 AC 的中点, $DC \parallel AB$, DE 交 AB 于 F ,连接 EF 。	是	0.921
12	在 $\triangle ABC$ 中, $BD \perp AC$ 于 D , $CE \perp AB$ 于 E , $BF \perp DE$ 于 F , $CG \perp DE$ 于 G ,连接 EF ,连接 DG 。	是	0.062
13	在 $\triangle ABC$ 中, CP 垂直 AB 于 P , BQ 垂直 AC 于 Q , M 为 BC 的中点,连接 PM ,连接 MQ 。	是	0.047
14	$AB=AC$,点 O 为 $\triangle ABC$ 的外心, D 是 AB 的中点, E 是 $\triangle ACD$ 的垂心,连接 OE 。	是	0.110
.....			

对选取的120道不同类型的几何命题的测试中,几何软件能够正确作图的实例有101道,则该系统对语言处理的准确率 P 为:

$$P=101/120 \times 100\%=84.17\%$$

$$\text{平均转换时间 } T=16.134/120=0.13445(\text{s})$$

从实验结果可以看出,在有限域内选取的大部分几何命题都能正确地实现从自然语言到作图命令的转换,并由几何作图软件解析得到正确的几何图形,由此可以说明本文构建的方法是切实可行的。

结束语 针对几何作图软件存在的自然语言向几何作图命题不能实现自动转换的问题,利用自然语言处理技术和模式匹配等技术,设计开发了一套面向几何自动作图的自然语言处理系统,实现了自然语言描述的几何命题向几何作图命令的自动转换,并把该转换接口集成到现有的几何作图软件中,实现了自动绘图功能。测试结果表明,本文设计并实现的接口能够对绝大部分初等几何命题进行正确的转换。

但是,本系统还存在一些不足之处,如几何知识库和关系模式库还不够完善,对几何命题的理解仅限于数学领域的有限域范围。在今后的研究中,我们会进一步提高几何命题的转换正确率,扩大命题的处理范围,使得研究成果的应用更广,实用性更强。

参考文献

- [1] 余莉,符红光.基于自然语言处理的计算机几何作图[J].计算机应用,2005(1):7-10
- [2] 吴振奎.世界数学奥林匹克解题大辞典[M].河北:少年儿童出版社,2002
- [3] 郑文怡,鞠世光.模式匹配方法研究[J].计算机应用研究,2006
- [4] 钟秀琴,符红光,余莉,等.基于本体的几何学知识获取及知识表示[J].计算机学报,2010
- [5] 余莉,符红光.基于语义的几何学科知识平台[D].成都:中国科学院研究生院(成都计算机应用研究所)
- [6] 王东明,黄荧,陈肖宇.几何知识库的设计与实现[J].计算机应用,2009,29(2)
- [7] 吴文渊,曾振柄,符红光.基于Ontology的平面几何知识库设计[J].计算机应用,2002,22(3)
- [8] 刘伟,符红光,余莉.基于语义的几何知识库搜索引擎的设计与实现[J].计算机应用,2007,27(6)
- [9] 王晓龙,关毅.计算机自然语言处理[M].北京:清华大学出版社,2005
- [10] 李传中,左传波.超级画板范例教程[M].北京:科学出版社,2004
- [11] Chou Shang-ching, Gao Xiao-shan, Zhang Jing-zhong. Machine Proofs in Geometry: Automated Production of Readable Proofs for Geometry Theorems[M]. World Scientific, 1994
- [12] 张景中.计算机怎样解几何题——谈谈自动推理[M].北京:清华大学出版社,广州:暨南大学出版社,2000