计 算 机 科 学
Computer Science

逆P-信息嵌入隐藏与它的逆P-推理分离-发现

徐凤生[1] 于秀清[1] 史开泉[1,2]

(德州学院数学系 德州 253023)[1] (山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)[2]

摘 要 逆P-集合(inverse packet sets)是由内逆P-集合 $\overline{X}^F$(internal inverse packet set $\overline{X}^F$)与外逆P-集合 $\overline{X}^{\bar{F}}$(outer inverse packet set $\overline{X}^{\bar{F}}$)构成的集合对;或者($\overline{X}^F,\overline{X}^{\bar{F}}$)是逆P-集合。逆P-集合是把动态特性引入到有限普通集合 X 内(Cantor set X),改进有限普通集合 X 得到的。逆P-集合具有与P-集合相反的动态特性。利用逆P-集合给出逆P-信息的概念、逆P-信息嵌入隐藏与嵌入-隐藏定理、逆P-信息的隐藏还原属性特征、逆P-信息嵌入隐藏的逆P-推理分离-发现。利用这些结果,给出逆P-信息嵌入隐藏的逆P-推理分离-发现的应用。

关键词 逆P-集合,逆P-信息,逆P-推理,推理分离-发现,应用

中图法分类号 O144,TP18 **文献标识码** A

Embedding-camouflage of Inverse P-information and its Separation-discovery by Inverse P-reasoning

XU Feng-sheng[1] YU Xiu-qing[1] SHI Kai-quan[1,2]

(Department of Mathematics, Dezhou University, Dezhou 253023, China)[1]

(Department of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250100, China)[2]

Abstract Inverse P-sets is *a* set pair which is composed of internal inverse P-set $\overline{X}^F$(internal inverse packet set $\overline{X}^F$) and outer inverse P-set $\overline{X}^{\bar{F}}$ (outer inverse packet set $\overline{X}^{\bar{F}}$), denoted by ($\overline{X}^F,\overline{X}^{\bar{F}}$). It is gotten by introducing dynamic characteristics into finite general set X, which has the opposite characteristic to P-sets(packet sets). Based on inverse P-sets, the paper presented the concepts of inverse P-information and its embedding-camouflage, discussed camouflage-restoring attribute characteristic about inverse P-information, obtained the embedding-camouflage theorems. And the theoretical results were applied to separate and discover embedded and camouflaged inverse P-information by using inverse P-reasoning.

Keywords Inverse P-sets, Inverse P-information, Inverse P-reasoning, Separation-discovery, Applications

1 引言

2012年,文献[1,2]把动态特性引入到有限普通集合 X 内(Cantor set X),改进有限普通集合 X,提出逆P-集合(inverse packet sets)。逆P-集合是由内逆P-集合 $\overline{X}^F$(internal inverse packet set $\overline{X}^F$)与外逆P-集合 $\overline{X}^{\bar{F}}$(outer inverse packet set $\overline{X}^{\bar{F}}$)构成的集合对;或者,($\overline{X}^F,\overline{X}^{\bar{F}}$)是逆P-集合;逆P-集合具有这样的动态特性:给定有限普通集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U$,$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 X 的属性集合,若在 α 内不断补充一些属性,则 α 变成 $\alpha\subseteq\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_n^F$,$X$ 变成 $X\subseteq\overline{X}_1^F\subseteq\overline{X}_2^F\subseteq\cdots\subseteq\overline{X}_n^F$。若在 α 内不断删除一些属性,则 α 变成 $\alpha_n^{\bar{F}}\subseteq\alpha_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_1^{\bar{F}}\subseteq\alpha$,$X$ 变成 $\overline{X}_n^{\bar{F}}\subseteq\overline{X}_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq\overline{X}_1^{\bar{F}}\subseteq X$。逆P-集合的动态特性与另一类信息系统的动态特征相同。若把 $\overline{X}_{\lambda-1}^F\subseteq\overline{X}_\lambda^F$ 定义成 $\overline{X}_\lambda^F$ 被嵌在 $\overline{X}_{\lambda-1}^F$ 之外,把 $\overline{X}_\gamma^{\bar{F}}\subseteq\overline{X}_{\gamma-1}^{\bar{F}}$ 定义成 $\overline{X}_\gamma^{\bar{F}}$ 被嵌入在 $\overline{X}_{\gamma-1}^{\bar{F}}$ 之内,则 $\overline{X}_\lambda^F$ 能够被定义成 $\overline{X}_{\lambda-1}^F$ 的一个外逆P-隐藏;$\overline{X}_\gamma^{\bar{F}}$ 能够被定义成 $\overline{X}_{\gamma-1}^{\bar{F}}$ 的一个内逆P-隐藏。显然,逆P-集合能够被应用到信息嵌入隐藏的应用研究中。利用逆P-集合,给出逆P-信息的概念,逆P-信息嵌入隐藏与嵌入-隐藏定理,逆P-信息的隐藏还原属性特征。利用逆P-推理[2],给出逆P-信息嵌入隐藏的逆P-推理分离-发现,及其应用。逆P-集合具有与P-集合相反的动态特征。P-集合是2008年文献[3,4]把动态特征引入到普通集合 X 得到的,P-集合(packet sets)是由内P-集合 $X^{\bar{F}}$(internal packet set $X^{\bar{F}}$)与外P-集合 X^F(outer packet set X^F)构成的集合对;或者($X^{\bar{F}},X^F$)是P-集合。P-集合具有这样的动态特征:给定有限普通集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U$,$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 X 的属性集合,若在 α 内不断补充一些属性,α 变成 $\alpha\subseteq\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_n^F$,则 X 变成 $X_n^{\bar{F}}\subseteq X_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq X_1^{\bar{F}}\subseteq X$;若在 α 内不断删除一些属性,α 变成 $\alpha_n^{\bar{F}}\subseteq\alpha_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_1^{\bar{F}}\subseteq\alpha$,则 X 变成 $X\subseteq X_1^F\subseteq X_2^F\subseteq\cdots\subseteq X_n^F$。P-集合的动态特性与一类信息、信息系统的动态特性相同。P-集合在信息系统中获得了多个应用[2-18]。

为了讨论的方便,便于接收本文,减少阅读困难,把文献[1,2]中的逆P-集合与它的结构引入到第2节中作为本文的

到稿日期:2012-12-03 返修日期:2013-04-15 本文受山东省自然科学基金(ZR2010AL019),山东省高校科技计划(J12LN92),山东省科技发展计划(2011GGA14074)资助。

徐凤生(1965-),男,硕士,教授,主要研究方向为信息系统理论与应用,E-mail:sxxxfs@126.com;**于秀清**(1968-),女,硕士,教授,主要研究方向为粗系统理论与应用;**史开泉**(1945-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为粗系统理论与应用,E-mail:shikq@sdu.edu.cn(通信作者)。

预备概念与预备知识。

2 逆 P-集合的结构与它的动态特征

约定 U 是有限元素论域，V 是有限属性论域；$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_m\}$，$\overline{F}=\{\overline{f}_1,\overline{f}_2,\cdots,\overline{f}_m\}$ 是元素迁移族；$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$ 是 U 上的有限普通集合，$X\subset U$；$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$ 是 X 的属性集合，$\alpha\subset V$；$f\in F$，$\overline{f}\in\overline{F}$ 是元素迁移；$f\in F$ 的特征是：对于元素 $u\in U$，$u\overline{\in}X$，$f\in F$ 把 u 变成 $f(u)=x\in X$；对于属性 $\beta\in V$，$\beta\overline{\in}\alpha$，$f\in F$ 把 β 变成 $f(\beta)=\alpha'\in\alpha$。$\overline{f}\in\overline{F}$ 的特征是：对于元素 $x_k\in X$，$\overline{f}\in\overline{F}$ 把 x_k 变成 $\overline{f}(x_k)=u_k\overline{\in}X$；对于属性 $\alpha_\lambda\in\alpha$，$\overline{f}\in\overline{F}$ 把 α_λ 变成 $\overline{f}(\alpha_\lambda)=\beta_\lambda\overline{\in}\alpha$。

2012 年，文献[1,2]给出：

给定集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 X 的属性集合，称 $\overline{X}^F$ 是 X 生成的内逆 P-集合(internal inverse packet set)，简称 $\overline{X}^F$ 是内逆 P-集合，而且

$$\overline{X}^F=X\cup X^+ \tag{1}$$

X^+ 称作 X 的 F-元素补充集合，而且

$$X^+=\{u\mid u\in U,u\overline{\in}X,f(u)=x'\in X,f\in F\} \tag{2}$$

如果 $\overline{X}^F$ 的属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'\mid f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\} \tag{3}$$

式中，$\beta\in V$，$\beta\overline{\in}\alpha$，$f\in F$ 把 β 变成 $f(\beta)=\alpha'\in\alpha$；式(1)中，$\overline{X}^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$，$q\leqslant r$，$q,r\in\mathrm{N}^+$。

给定集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 X 的属性集合，称 $\overline{X}^{\overline{F}}$ 是 X 生成的外逆 P-集合(outer inverse packet set)，简称 $\overline{X}^{\overline{F}}$ 是外逆 P-集合，而且

$$\overline{X}^{\overline{F}}=X-X^- \tag{4}$$

X^- 称作 X 的 $\overline{F}$-元素删除集合，而且

$$X^-=\{x\mid x\in X,\overline{f}(x)=u\overline{\in}X,\overline{f}\in\overline{F}\} \tag{5}$$

如果 $\overline{X}^{\overline{F}}$ 的属性集合 $\alpha^{\overline{F}}$ 满足

$$\alpha^{\overline{F}}=\alpha-\{\beta_\lambda\mid\overline{f}(\alpha_\lambda)=\beta_\lambda\overline{\in}\alpha,\overline{f}\in\overline{F}\} \tag{6}$$

这里，$\alpha_\lambda\in\alpha$，$\overline{f}\in\overline{F}$ 把 α_λ 变成 $\overline{f}(\alpha_\lambda)=\beta_\lambda\overline{\in}\alpha$；式(4)中，$\overline{X}^{\overline{F}}=\{x_1,x_2,\cdots,x_p\}$，$p\leqslant q$，$p,q\in\mathrm{N}^+$；$\overline{X}^{\overline{F}}\neq\varnothing$；式(6)中，$\alpha^{\overline{F}}\neq\varnothing$。

由内逆 P-集合 $\overline{X}^F$(internal inverse packet set $\overline{X}^F$)与外逆 P-集合 $\overline{X}^{\overline{F}}$(outer inverse packet set $\overline{X}^{\overline{F}}$)构成的集合对称作 X 生成的逆 P-集合(inverse packet sets)，简称逆 P-集合，而且

$$(\overline{X}^F,\overline{X}^{\overline{F}}) \tag{7}$$

有限普通集合 X 称作逆 P-集合 $(\overline{X}^F,\overline{X}^{\overline{F}})$ 的基集合(ground set)。

由式(3)得到：

$$\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_n^F \tag{8}$$

由式(8)得到内逆 P-集合 $\overline{X}^F$ 满足

$$\overline{X}_1^F\subseteq\overline{X}_2^F\subseteq\cdots\subseteq\overline{X}_n^F \tag{9}$$

由式(6)得到：

$$\alpha_n^{\overline{F}}\subseteq\alpha_{n-1}^{\overline{F}}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_1^{\overline{F}} \tag{10}$$

由式(10)得到外逆 P-集合 $\overline{X}^{\overline{F}}$ 满足

$$\overline{X}_n^{\overline{F}}\subseteq\overline{X}_{n-1}^{\overline{F}}\subseteq\cdots\subseteq\overline{X}_1^{\overline{F}} \tag{11}$$

由式(9)、式(11)得到：

$$\{(\overline{X}_i^F,\overline{X}_j^{\overline{F}})\mid i\in I,j\in J\} \tag{12}$$

式(12)是逆 P-集合的集合对族形式，是逆 P-集合的一般表达式。I,J 是指标集合(index sets)。

利用式(7)、式(12)得到：

定理 1(逆 P-集合与有限普通集合第一关系定理) 若 $F=\overline{F}=\varnothing$，则逆 P-集合 $(\overline{X}^F,\overline{X}^{\overline{F}})$ 与有限普通集合 X 满足

$$(\overline{X}^F,\overline{X}^{\overline{F}})_{F=\overline{F}=\varnothing}=X \tag{13}$$

证明：两个集合相等，它们对应的属性集合相等；反之，两个集合的属性集合相等，属性集合对应的集合相等。1°. 若 $F=\varnothing$，则式(3)变成 $\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'\mid f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}=\alpha\cup\varnothing=\alpha$，这里：$\{\alpha'\mid f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}=\varnothing$；式(2)变成 $X^+=\{u\mid u\in U,u\overline{\in}X,f(u)=x'\in X,f\in F\}=\varnothing$，式(1)变成 $\overline{X}^F=X\cup X^+=X\cup\varnothing=X$。2°. 若 $\overline{F}=\varnothing$，则式(6)变成 $\alpha^{\overline{F}}=\alpha-\{\beta_\lambda\mid\overline{f}(\alpha_\lambda)=\beta_\lambda\overline{\in}\alpha,\overline{f}\in\overline{F}\}=\alpha-\varnothing=\alpha$，这里：$\{\beta_\lambda\mid\overline{f}(\alpha_\lambda)=\beta_\lambda\overline{\in}\alpha,\overline{f}\in\overline{F}\}=\varnothing$；式(5)变成 $X^-=\{x\mid x\in X,\overline{f}(x)=u\overline{\in}X,\overline{f}\in\overline{F}\}=\varnothing$，式(4)变成 $\overline{X}^{\overline{F}}=X-X^-=X-\varnothing=X$。由 1°与 2°得到式(13)。

定理 2(逆 P-集合与有限普通集合第二关系定理) 若 $F=\overline{F}=\varnothing$，则逆 P-集合 $\{(\overline{X}_i^F,\overline{X}_j^{\overline{F}})\mid i\in I,j\in J\}$ 与限普通集合 X 满足

$$\{(\overline{X}_i^F,\overline{X}_j^{\overline{F}})\mid i\in I,j\in J\}_{F=\overline{F}=\phi}=X \tag{14}$$

证明与定理 1 类似，略。

推论 1 若 $F=\varnothing$，则内逆 P-集合 $\overline{X}^F$ 被还原成有限普通集合 X；或者

$$\overline{X}^F_{F=\varnothing}=X \tag{15}$$

推论 2 若 $\overline{F}=\varnothing$，则外逆 P-集合 $\overline{X}^{\overline{F}}$ 被还原成有限普通集合 X；或者

$$\overline{X}^{\overline{F}}_{\overline{F}=\varnothing}=X \tag{16}$$

命题 1 在 $\overline{F}=F=\varnothing$ 的条件下，逆 P-集合 $(\overline{X}^F,\overline{X}^{\overline{F}})$，$\{(\overline{X}_i^F,\overline{X}_j^{\overline{F}})\mid i\in I,j\in J\}$ 被还原成有限普通集合 X。

约定 第 2 节中的符号 $\overline{X}^F,\overline{X}^{\overline{F}},X$ 在第 3－6 节中分别记作 $(\overline{x})^F,(\overline{x})^{\overline{F}},(x)$；或者 $\overline{X}^F=(\overline{x})^F$，$\overline{X}^{\overline{F}}=(\overline{x})^{\overline{F}}$，$X=(x)$。$(\overline{x})^F,(\overline{x})^{\overline{F}},(x)$ 分别称作内逆 P-信息、外逆 P-信息、信息；$((\overline{x})^F,(\overline{x})^{\overline{F}})$ 称作逆 P-信息；不引起误解与混乱。

3 逆 P-嵌入隐藏信息与嵌入隐藏定理

定义 1 称内逆 P-信息 $(\overline{x})_k^F$ 是 (x) 的一个外逆 P-嵌入隐藏信息，简称 $(\overline{x})_k^F$ 是 (x) 的外逆 P-嵌入隐藏信息；如果 $(\overline{x})_k^F$ 与 (x) 满足 $(x)\subseteq(\overline{x})_k^F$。

称外逆 P-信息 $(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$ 是 (x) 的一个内逆 P-嵌入隐藏信息，简称 $(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$ 是 (x) 的内逆 P-嵌入隐藏信息；如果 $(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$ 与 (x) 满足 $(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}\subseteq(x)$。$k,\lambda\in(1,2,\cdots,m)$。

定义 2 称逆 P-信息 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$ 是 (x) 的一个逆 P-嵌入隐藏信息，如果 $(\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$ 与 (x) 满足 $(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}\subseteq(x)\subseteq(\overline{x})_k^F$。$k,\lambda\in(1,2,\cdots,m)$。

定义 3 称实数 γ_k,η_λ 分别是 $(\overline{x})_k^F$ 关于 (x) 的外逆 P-嵌入隐藏系数，$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$ 关于 (x) 的一个内逆 P-嵌入隐藏系数；如果

$$\gamma_k=\mathrm{card}((\overline{x})_k^F)/\mathrm{card}((x)) \tag{17}$$

$$\eta_\lambda=\mathrm{card}((\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})/\mathrm{card}((x)) \tag{18}$$

定义 4 称由实数 γ_k,η_λ 构成的数对是逆 P-信息 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$ 关于 (x) 的逆 P-嵌入隐藏系数，而且

$$(\gamma_k,\eta_\lambda) \tag{19}$$

由定义 1－定义 4 得到：

命题 2 信息 (x) 的逆 P-嵌入隐藏信息 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$ 存在且非唯一。

命题 3 信息 (x) 的逆 P-嵌入隐藏信息 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$ 生成一个逆 P-嵌入隐藏信息族 $\{((\overline{x})_i^F,(\overline{x})_j^{\overline{F}})\mid i\in I,j\in J\}$。

命题 4 信息(x)的外逆 P-嵌入隐藏信息生成一个外逆 P-嵌入隐藏信息族$\{(\overline{x})_i^F \mid i\in I\}$。

命题 5 信息(x)的内逆 P-嵌入隐藏信息生成一个内逆 P-嵌入隐藏信息族$\{(\overline{x})_j^{\overline{F}} \mid j\in J\}$。

命题 6 外逆 P-嵌入隐藏信息$(\overline{x})_k^F$一定是在信息(x)内补充了一些信息元x_i；内逆 P-嵌入隐藏信息$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$一定是在信息$(x)$内删除了一些信息元$x_j$。

定理 3(外逆 P-嵌入隐藏定理) $(\overline{x})_k^F$是信息(x)的一个外逆 P-嵌入隐藏信息的充分必要条件是$(\overline{x})_k^F$的外逆 P-嵌入隐藏系数γ_k是单位离散区间$(0,1)$的一个外点，或者

$$\gamma_k \overline{\in} (0,1) \tag{20}$$

式中，$(0,1)$是数值 0 与数值$\gamma=1$生成的单位离散区间。

证明：数值$\gamma=\mathrm{card}((x))/\mathrm{card}((x))=1$，$\gamma$是信息$(x)$的自嵌入隐藏系数；利用数值 0 与数值$\gamma=1$生成单位离散区间$(0,1)$。1°. 若$(\overline{x})_k^F$是$(x)$的外逆 P-嵌入隐藏信息，$k\in(1,2,\cdots,m)$，由式(1)得到$(x)\subseteq(\overline{x})^F$，或者$(x)\subseteq(\overline{x})_k^F$；由式(17)得到：$\gamma_k=\mathrm{card}((\overline{x})_k^F)/\mathrm{card}((x))\geqslant\mathrm{card}((x))/\mathrm{card}((x))\geqslant1$；显然$\gamma_k\overline{\in}(0,1)$。2°. 若$\gamma_k$是单位离散区间$(0,1)$的一个外点，或者$\gamma_k\overline{\in}(0,1)$，利用式(17)得到：$\gamma_k=\mathrm{card}((\overline{x})_k^F)/\mathrm{card}((x))\geqslant1$，或者$(x)\subseteq(\overline{x})_k^F$，由定义 1、定义 3 得到：具有$\gamma_k$的$(\overline{x})_k^F$是信息$(x)$的一个外逆 P-嵌入隐藏信息。由 1°与 2°得到式(20)。

定理 4(内逆 P-嵌入隐藏定理) $(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$是$(x)$的一个内逆 P-嵌入隐藏信息的充分必要条件是$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$的内逆 P-嵌入隐藏系数$\eta_\lambda$是单位离散区间$(0,1]$的一个内点，或者

$$\eta_\lambda\in(0,1] \tag{21}$$

证明：与定理 3 类似，略。

由定理 3，定理 4 得到：

定理 5(逆 P-嵌入隐藏定理) 若$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$是$(x)$的一个逆 P-嵌入隐藏信息，则$(\overline{x})_k^F$的外逆 P-嵌入隐藏系数$\gamma_k$与$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$的内逆 P-嵌入隐藏系数$\eta_\lambda$生成的离散区间$[\eta_\lambda,\gamma_k]$与单位离散区间$(0,1]$满足

$$(0,1]\cap[\eta_\lambda,\gamma_k]\neq\varnothing \tag{22}$$

式中，$k,\lambda\in(1,2,\cdots,m)$。

证明：因为$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$是$(x)$的一个逆 P-嵌入隐藏信息，或者，$(\overline{x})_k^F$是信息$(x)$的一个外逆 P-嵌入隐藏信息，$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$是$(x)$的一个内逆 P-嵌入隐藏信息，由式(20)与式(21)得到$\gamma_k\overline{\in}(0,1)$，$\eta_\lambda\in(0,1]$，显然数 1 是$\eta_\lambda$与$\gamma_k$构成的离散区间$[\eta_\lambda,\gamma_k]$的一个内点，或者$1\in[\eta_\lambda,\gamma_k]$，又知道 1 也是单位离散区间$(0,1]$的一个内点，或者$1\in(0,1]$，则有$(0,1]\cap[\eta_\lambda,\gamma_k]\neq\varnothing$，得到定理 5。

定理 6(外逆 P-嵌入隐藏属性补充定理) $(\overline{x})_k^F$是信息(x)的一个外逆 P-嵌入隐藏信息的充分必要条件是存在属性集合$\Delta\alpha\neq\varnothing$，$(\overline{x})_k^F$的属性集合$\alpha_k^F$与$(x)$的属性集合$\alpha$满足

$$\alpha_k^F-(\alpha\cup\Delta\alpha)=\varnothing \tag{23}$$

证明：1°. 若$(\overline{x})_k^F$是信息(x)的一个外逆 P-嵌入隐藏信息，由定义 1 得到：$(x)\subseteq(\overline{x})_k^F$；由式(1)一式(3)知：$(\overline{x})_k^F$的属性集合$\alpha_k^F$与$(x)$的属性集合$\alpha$满足$\alpha\subseteq\alpha_k^F$；显然存在属性集合$\Delta\alpha\neq\varnothing$，满足$\alpha_k^F-\Delta\alpha=\alpha$，或者$\alpha_k^F=\alpha\cup\Delta\alpha$，或者$\alpha_k^F-(\alpha\cup\Delta\alpha)=\varnothing$。2°. 若存在属性集合$\Delta\alpha\neq\varnothing$，$(\overline{x})_k^F$的属性集合$\alpha_k^F$与$(x)$的属性集合$\alpha$满足$\alpha_k^F-(\alpha\cup\Delta\alpha)=\varnothing$，显然有$\alpha\subseteq\alpha_k^F$，由定义 1 知：具有属性集合$\alpha_k^F$的信息$(\overline{x})_k^F$是具有属性集合$\alpha$的信息$(x)$的一个外逆 P-嵌入隐藏信息。

定理 7(内逆 P-嵌入隐藏属性删除定理) $(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$是$(x)$的一个内逆 P-嵌入隐藏信息的充分必要条件是存在属性集合$\nabla\alpha\neq\varnothing$，$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$的属性集合$\alpha_\lambda^{\overline{F}}$与$(x)$的属性集合$\alpha$满足

$$\alpha_\lambda^{\overline{F}}-(\alpha-\nabla\alpha)=\varnothing \tag{24}$$

证明：与定理 6 类似，略。

由定理 6，定理 7 直接得到：

定理 8(逆 P-嵌入隐藏属性补充-删除定理) 若$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$是$(x)$的一个逆 P-嵌入隐藏信息，则存在属性集合$\Delta\alpha\neq\varnothing$，$\nabla\alpha\neq\varnothing$；$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$的属性集合$(\alpha_k^F,\alpha_\lambda^{\overline{F}})$与$(x)$的属性集合$\alpha$满足

$$(\alpha_k^F,\alpha_\lambda^{\overline{F}})-(\alpha\cup\Delta\alpha,\alpha-\nabla\alpha)=\varnothing \tag{25}$$

式中，$\alpha_k^F-(\alpha\cup\Delta\alpha)=\varnothing$，$\alpha_\lambda^{\overline{F}}-(\alpha-\nabla\alpha)=\varnothing$。

4 逆 P-嵌入隐藏还原的属性特征

定理 9(逆 P-嵌入隐藏第一还原定理) 若$F=\overline{F}=\varnothing$，则逆 P -嵌入隐藏信息$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$被还原成$(x)$，而且

$$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})_{F=\overline{F}=\varnothing}=(x) \tag{26}$$

证明：$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$被还原成$(x)$等价于$(\overline{x})_k^F$被还原成信息$(x)$，$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$被还原成信息$(x)$。1°. 若$F=\varnothing$，利用式(1)一式(3)得到：$(\overline{x})_k^F$的属性集合$\alpha_k^F$与$(x)$的属性集合$\alpha$满足$\alpha=\alpha_k^F$，所以$(\overline{x})_k^F=(x)$；2°. 若$\overline{F}=\varnothing$，利用式(4)一式(6)得到：$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$的属性集合$\alpha_\lambda^{\overline{F}}$与$(x)$的属性集合$\alpha$满足$\alpha=\alpha_\lambda^{\overline{F}}$，$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}=(x)$；把$(\overline{x})_k^F=(x)$与$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}=(x)$写成一个式子：$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})=(x)$，$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})=(x)$在$F=\overline{F}=\varnothing$的条件成立，得到式(26)。

推论 3 若$F=\varnothing$，则外逆 P-嵌入隐藏信息$(\overline{x})_k^F$被还原成(x)，而且

$$((\overline{x})_k^F)_{F=\varnothing}=(x) \tag{27}$$

推论 4 若$\overline{F}=\varnothing$，则内逆 P-嵌入隐藏信息$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$被还原成$(x)$，而且

$$((\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})_{\overline{F}=\varnothing}=(x) \tag{28}$$

定理 10(逆 P-嵌入隐藏第二还原定理) 若存在实数$\Delta\varphi=0$，则逆 P-嵌入隐藏信息$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$被还原成$(x)$，而且

$$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})_{\Delta\varphi=0}=(x) \tag{29}$$

式中，$\Delta\varphi=\gamma_k-\gamma=\eta_\lambda-\gamma$；$\gamma_k$是$(\overline{x})_k^F$的外逆 P-嵌入隐藏系数，$\eta_\lambda$是$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$的内逆 P-嵌入隐藏系数，$\gamma$是信息$(x)$的自嵌入隐藏系数。

证明：$\Delta\varphi=0$等价于$\gamma_k-\gamma=\eta_\lambda-\gamma=0$；或者$\gamma_k=\eta_\lambda=\gamma$。因为$\gamma_k=\gamma$，由式(17)得到：

$$\gamma_k=\mathrm{card}((\overline{x})_k^F)/\mathrm{card}((x))=\mathrm{card}((x))/\mathrm{card}((x))=\gamma$$

或者

$$\mathrm{card}((\overline{x})_k^F)=\mathrm{card}((x))$$

或者

$$(\overline{x})_k^F=(x)$$

同理可证$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}=(x)$，得到式(29)。

推论 5 若存在数$\Delta\varphi=0$，则外逆 P-嵌入隐藏信息$(\overline{x})_k^F$被还原成(x)，而且

$$((\overline{x})_k^F)_{\Delta\varphi=0}=(x) \tag{30}$$

推论 6 若存在数$\Delta\varphi=0$，则内逆 P-嵌入隐藏信息$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$被还原成$(x)$，而且

$$((\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})_{\Delta\varphi=0}=(x) \tag{31}$$

定理 11(逆 P-嵌入隐藏辨识定理) 逆 P-嵌入隐藏信息 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$ 与 (x) 满足

$$IDE(((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}),(x))_{\Delta\varphi\neq 0} \tag{32}$$

式中,$IDE((\overline{x})_k^F,(x))_{\Delta\varphi\neq 0}$,$IDE((\overline{x})_\lambda^{\overline{F}},(x))_{\Delta\varphi\neq 0}$,IDE=identification。

事实上,当 $\Delta\varphi\neq 0$ 时,$(x)\subseteq(\overline{x})_k^F$,或者 $(x)\neq(\overline{x})_k^F$;$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}\subseteq(x)$,或者 $(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}\neq(x)$;$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$ 关于 (x) 被辨识。

推论 7 外逆 P-嵌入隐藏信息 $(\overline{x})_k^F$ 与 (x) 满足

$$IDE((\overline{x})_k^F,(x))_{\Delta\varphi\neq 0} \tag{33}$$

推论 8 内逆 P-嵌入隐藏信息 $(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}$ 与 (x) 满足

$$IDE((\overline{x})_\lambda^{\overline{F}},(x))_{\Delta\varphi\neq 0} \tag{34}$$

定理 12(逆 P-嵌入隐藏不可辨识定理) 逆 P-嵌入隐藏信息 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$ 与 (x) 满足

$$UNI(((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}),(x))_{F=\overline{F}=\emptyset} \tag{35}$$

式中,$UNI((\overline{x})_k^F,(x))_{F=\overline{F}=\emptyset}$,$UNI((\overline{x})_\lambda^{\overline{F}},(x))_{F=\overline{F}=\emptyset}$,UNI=unidentification。

事实上,$F=\emptyset$,$(\overline{x})_k^F=(x)$;$\overline{F}=\emptyset$,$(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}=(x)$,得到式(35),证明略。

推论 9 逆 P-嵌入隐藏信息 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}})$ 与 (x) 满足

$$UNI(((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_\lambda^{\overline{F}}),(x))_{\Delta\varphi=0} \tag{36}$$

利用逆 P-推理与第 2 节—4 节中的结果,第 5 节中给出逆 P-嵌入隐藏信息与它的逆 P-推离分离-发现。

5 逆 P-嵌入隐藏信息与它的逆 P-推理分离-发现

2012 年,文献[2]给出

称 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 是 $(\overline{x})_k^F$ 的内逆 P-推理生成信息,简称内逆 P-推理信息,如果 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F 与 $(\overline{x})_k^F$ 的属性集合 α_k^F,$(\overline{x})_{k+1}^F$ 与 $(\overline{x})_k^F$ 满足

$$\text{if } \alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F,\text{then } (\overline{x})_k^F\Rightarrow(\overline{x})_{k+1}^F \tag{37}$$

式(37)称作内逆 P-集合生成的内逆 P-推理(internal inverse packet reasoning),简称内逆 P-推理。$\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$ 称作内逆 P-推理条件,$(\overline{x})_k^F\Rightarrow(\overline{x})_{k+1}^F$ 称作内逆 P-推理结论。

称 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 是 $(\overline{x})_k^F$ 的外逆 P-推理生成信息,简称外逆 P-推理信息,如果 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F 与 $(\overline{x})_k^F$ 的属性集合 α_k^F,$(\overline{x})_{k+1}^F$ 与 $(\overline{x})_k^F$ 满足

$$\text{if } \alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F,\text{then } (\overline{x})_{k+1}^F\Rightarrow(\overline{x})_k^F \tag{38}$$

式(38)称作外逆 P-集合生成的外逆 P-推理(outer inverse packet reasoning),简称外逆 P-推理。$\alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F$ 称作外逆 P-推理条件,$(\overline{x})_{k+1}^F\Rightarrow(\overline{x})_k^F$ 称作外逆 P-推理结论。

式(38)中,$\alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F$ 与 $\alpha_{k+1}^F\subseteq\alpha_k^F$ 等价;$(\overline{x})_{k+1}^F\Rightarrow(\overline{x})_k^F$ 与 $(\overline{x})_{k+1}^F\subseteq(\overline{x})_k^F$;式(38)与式(37)中的"$\Rightarrow$"与"$\subseteq$"等价。

称 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_{k+1}^F)$ 是内逆 P-推理与外逆 P-推理生成的逆 P-推理信息,简称逆 P-推理信息,如果 $(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)$ 与 $(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F)$,$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_{k+1}^F)$ 与 $((\overline{x})_{k+1}^F,(\overline{x})_k^F)$ 满足

$$\text{if } (\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F),\text{then } ((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_{k+1}^F)\Rightarrow((\overline{x})_{k+1}^F,(\overline{x})_k^F) \tag{39}$$

式(39)称作逆 P-集合生成的逆 P-推理,简称逆 P-推理(inverse packet reasoning)。$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F)$ 称作逆 P-推理条件;$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_{k+1}^F)\Rightarrow((\overline{x})_{k+1}^F,(\overline{x})_k^F)$ 称作逆 P-推理结论。

式(39)中,$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F)$ 表示:$\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$,$\alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F$;$((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_{k+1}^F)\Rightarrow((\overline{x})_{k+1}^F,(\overline{x})_k^F)$ 表示:$(\overline{x})_k^F\Rightarrow(\overline{x})_{k+1}^F$,$(\overline{x})_{k+1}^F\Rightarrow(\overline{x})_k^F$;利用式(37)—式(39)得到:

定理 13(内逆 P-推理的外-分离发现定理) 若 $(\overline{x})_i^F$ 是 (x) 的外逆 P-嵌入隐藏信息,α_i^F,α 分别是 $(\overline{x})_i^F$ 与 (x) 的属性集合,而且满足

$$\text{if } \alpha\Rightarrow\alpha_i^F,\text{then } (x)\Rightarrow(\overline{x})_i^F \tag{40}$$

则 $(\overline{x})_i^F$ 在 (x) 之外被分离发现。

定理 14(外逆 P-推理的内-分离发现定理) 若 $(\overline{x})_j^{\overline{F}}$ 是 (x) 的内逆 P-嵌入隐藏信息,$\alpha_j^{\overline{F}}$,α 分别是 $(\overline{x})_j^{\overline{F}}$ 与 (x) 的属性集合,而且满足

$$\text{if } \alpha_j^{\overline{F}}\Rightarrow\alpha,\text{then } (\overline{x})_j^{\overline{F}}\Rightarrow(x) \tag{41}$$

则 $(\overline{x})_j^{\overline{F}}$ 在 (x) 之内被分离发现。

推论 10 若 $((\overline{x})_i^F,(\overline{x})_j^{\overline{F}})$ 是 (x) 的逆 P-嵌入隐藏信息,$(\alpha_i^F,\alpha_j^{\overline{F}})$,$\alpha$ 分别是 $((\overline{x})_i^F,(\overline{x})_j^{\overline{F}})$,$(x)$ 的属性集合,而且满足逆 P-推理,则 $(\overline{x})_i^F$ 在 (x) 之外被分离发现,$(\overline{x})_j^{\overline{F}}$ 在 (x) 之内被分离发现。

定理 13、定理 14、推论 10 是直接的结果,证明略。

6 逆 P-嵌入隐藏信息的逆 P-推理分离-发现应用

本节的例子取自信息隐藏传递的一个实验,它来自一个实际的信息辨识系统。因为一些原因,例子中的一些细节被省略。为了简单且不失一般性,本节只给出外逆 P-嵌入隐藏信息的隐藏传递与接收认证,内逆 P-嵌入隐藏信息的隐藏传递与接收认证略。

约定 A 是外逆 P-嵌入隐藏信息 $(\overline{x})_\lambda^F$ 的生成者与传递者;B 是外逆 P-嵌入隐藏信息 $(\overline{x})_\lambda^F$ 的接收者、还原者与认证者。$(x)=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8,x_9,x_{10}\}$ 是给定的信息,$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6,\alpha_7,\alpha_8,\alpha_9,\alpha_{10}\}$ 是 (x) 的属性集合;(x) 被 A 确认;α 与 $(\overline{x})_\lambda^F$ 被 A,B 双方确认。

Step1 A 利用 (x) 生成外逆 P-嵌入隐藏信息 $(\overline{x})_\lambda^F$ 与属性集合 α_λ^F,而且

$$(\overline{x})_\lambda^F=\{x_1,x_7,x_8,x_{10}\} \tag{42}$$

$$\alpha_\lambda^F=\{\alpha_1,\alpha_7,\alpha_8,\alpha_{10}\} \tag{43}$$

Step2 A 将 $(\overline{x})_\lambda^F$ 与 α_λ^F 传递给 B。

Step3 B 接收 $(\overline{x})_\lambda^F$ 与 α_λ^F。

Step4 B 利用 A 传递过来的 α_λ^F 与约定中的 α 得到:

$$\begin{aligned}\alpha^\circ&=\alpha_\lambda^F\cup\{\alpha-\alpha_\lambda^F\}\\&=\{\alpha_1,\alpha_7,\alpha_8,\alpha_{10}\}\cup\{\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6,\alpha_9\}\\&=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6,\alpha_7,\alpha_8,\alpha_9,\alpha_{10}\}\end{aligned} \tag{44}$$

Step5 B 把 $(\overline{x})_\lambda^F$ 还原成 $(x)^\circ$。

B 利用 A 传递过来的 $(\overline{x})_\lambda^F$ 与 $\alpha^\circ-\alpha_\lambda^F$ 对应的 $\Delta(x)^F$ 得到:

$$\begin{aligned}(x)^\circ&=(\overline{x})_\lambda^F\cup\Delta(x)^F\\&=\{x_1,x_7,x_8,x_{10}\}\cup\{x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_9\}\\&=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8,x_9,x_{10}\}\end{aligned} \tag{45}$$

Step6 B 对 $(x)^\circ$ 给出认证:

如果式(44)中的属性集合 α° 与约定中的 α 满足

$$UNI(\alpha^\circ,\alpha) \tag{46}$$

或者

$$\alpha^\circ-\alpha=\emptyset \tag{47}$$

则式(45)中的 $(x)^\circ$ 是 A 传递的信息 (x),而且满足

$$UNI((x)^\circ,(x)) \tag{48}$$

式(42)—式(48)的算法过程与结果,实验给出认证。

例子的分析与认证:

(下转第 232 页)

discovery[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 1(2): 791-800

[14] 史开泉. 逆P-集合[J]. 山东大学学报:理学版, 2012, 47(1): 98-109

[15] 张景晓, 徐凤生, 史开泉. P-集合与它的动态等价类特征[J]. 计算机科学, 2012, 39(3): 246-249

[16] Wang Yang, Geng Hong-qin, Shi Kai-quan. The mining of dynamic information based on P-Sets and its application[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 234-240

[17] 于秀清. 迭代F-内嵌入信息生成及其遗传发现-应用[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 38(12): 2196-2731

[18] 李豫颖, 范成贤, 史开泉. 混合记忆信息与记忆信息筛选[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 38(8): 1824-1828

[19] 徐凤生, 于秀清, 史开泉. 内P-推理与内收敛信息的辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(3): 212-215

[20] Fan Cheng-xian, Huang Shun-liang. Inverse P-reasoning discovery -identification of inverse P-information[J]. International Journal of Digital Content Technology and Applications, 2012, 6(20): 735-744

(上接第203页)

1°. 从第2节中的逆P-集合的结构中容易得到:外逆P-集合 $\overline{X}_{\lambda}^{F}$ 与 $\overline{X}_{\lambda}^{F}$ 的属性集合 α_{λ}^{F} 构成对应关系;或者,$\overline{X}_{\lambda}^{F}$ 具有属性集合 α_{λ}^{F};反之,属性集合 α_{λ}^{F} 一定对应着外逆P-集合 $\overline{X}_{\lambda}^{F}$。换一个说法,外逆P-嵌入隐藏信息 $(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 具有属性集合 α_{λ}^{F};利用属性集合 α_{λ}^{F} 能够找到唯一的 $(\overline{x})_{\lambda}^{F}$,$(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 是具有属性集合 α_{λ}^{F} 的外逆P-嵌入隐藏信息。基于这个基本的理论事实得到:式(45)中的 $(x)^{\circ}$ 与约定中的 (x) 满足 $(x)^{\circ}=(x)$。

2°. 从式(42)一式(48)中得到:$(\overline{x})_{\lambda}^{F}\subseteq(x)$;或者,$(\overline{x})_{\lambda}^{F}\Rightarrow(x)$;$(\overline{x})_{\lambda}^{F}\Rightarrow(x)$ 表明:(x) 内的一些重要信息元 x_i 被 A 删除,A 用明码传递 $(\overline{x})_{\lambda}^{F}$。若 $(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 在传递过程中被他人篡改,被篡改的 $(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 会被 B 发现;因此,他人篡改是徒劳的。从式(42)一式(48)中还能得到:$(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 的属性集合 α_{λ}^{F} 与 (x) 的属性集合 α 满足 $\alpha_{\lambda}^{F}\subseteq\alpha$;或者,$\alpha_{\lambda}^{F}\Rightarrow\alpha$;利用外逆P-推理:

$$\text{if } \alpha_{\lambda}^{F}\Rightarrow\alpha,\text{ then } (\overline{x})_{\lambda}^{F}\Rightarrow(x) \tag{49}$$

得到:A 送来的 $(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 是某个信息 (x) 的一个不完全信息((x) 内被删除了一些信息元);或者,A 送来的是一个假信息 $(\overline{x})_{\lambda}^{F}$,$(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 被盗取者盗取是无意义的。

3°. $(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 与 (x),$(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 的属性集合 α_{λ}^{F} 与 (x) 的属性集合 α 满足外逆P-推理:if $\alpha_{\lambda}^{F}\Rightarrow\alpha$, then $(\overline{x})_{\lambda}^{F}\Rightarrow(x)$,$(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 是从 (x) 内分离得到的,$(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 是从 (x) 内被发现的;式(44)、式(45)是利用式(24)把 $(\overline{x})_{\lambda}^{F}$ 还原成 (x) 的;或者,利用

$$\alpha_{\lambda}^{F}-(\alpha-\nabla\alpha)=\varnothing \tag{50}$$

得到 $(x)^{\circ}$,$(x)^{\circ}$ 是 A 传递的信息 (x)。

结束语 文献[1,2]提出逆P-集合,逆P-集合是把动态特性引入到有限普通集合 X 内(Cantor set X),改进有限普通集合 X 得到的。文献[3,4]提出P-集合(packet sets),P-集合是把动态特征引入到有限普通集合 X 内,改进有限普通集合 X 得到的。逆P-集合是另一类动态信息数学模型表示,P-集合是一类动态信息数学模型表示。逆P-集合的特征是:x_i 的属性满足 $\bigvee_{i=1}^{k}\alpha_i$;P-集合的特征是:$x_i$ 的属性满足 $\bigwedge_{i=1}^{k}\alpha_i$。显然,逆P-集合、P-集合是满足属性的不同逻辑关系的两个动态数学模型。本文利用逆P-集合,给出逆P-信息嵌入隐藏与逆P-推理分离-发现的研究,给出一些基本的理论结果及应用。逆P-集合是研究另一类动态信息及动态信息系统的新方法、新模型。

参考文献

[1] 史开泉. 逆P-集合[J]. 山东大学学报:理学版, 2012, 47(11): 98-109

[2] 史开泉. P-集合,逆P-集合与信息智能融合-过滤辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(4): 1-13

[3] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报:理学版, 2008, 43(11): 77-84

[4] Shi Kai-quan. P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2009, 9(2): 209-219

[5] 史开泉. P-集合与它的应用特性[J]. 计算机科学, 2010, 37(8): 1-8

[6] 史开泉. P-推理与信息的P-推理发现-辨识[J]. 计算机科学, 2011, 38(7): 1-9

[7] 林宏康, 范成贤, 史开泉. 倒向P-推理与属性剩余发现-应用[J]. 计算机科学, 2011, 38(10): 189-198

[8] 史开泉. 函数P-集合[J]. 山东大学学报:理学版, 2011, 46(2): 62-69

[9] Shi Kai-quan. Function P-sets[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2011, 2(4): 281-288

[10] Lin Hong-kang, Fan Cheng-xian. The dual form of P-reasoning and identification of unknown attribute[J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 2012, 6(1): 121-131

[11] Fan Cheng-xian, Lin Hong-kang. P-sets and reasoning- identification of disaster information[J]. International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(1): 337-345

[12] Lin Rong, Fan Cheng-xian. Packet sets and identification of inward- convergence information[J]. An International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(7): 157-164

[13] 于秀清. P-集合与F-嵌入信息辨识-发现[J]. 计算机科学, 2011, 38(2): 250-270

[14] 徐凤生, 于秀清, 史开泉. 内P-推理与内收敛信息的辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(3): 212-215

[15] 张景晓, 徐凤生, 史开泉. P-集合与它的动态等价类特征[J]. 计算机科学, 2012, 39(3): 246-249

[16] 阎红灿, 王坚, 刘保相. 基于P-集合的本体形式背景抽取[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(6): 2196-2204

[17] 于秀清. 迭代F-内嵌入信息生成及其遗传发现-应用[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 38(12): 2196-2731

[18] 李豫颖, 范成贤, 史开泉. 混合记忆信息与记忆信息筛选[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 38(8): 1824-1828