基于多代价的决策粗糙集属性约简

杨志荣[1] 王 宇[1] 杨习贝[1,2]
(江苏科技大学计算机科学与工程学院 镇江 212003)[1] (南京理工大学经济管理学院 南京 210094)[2]

摘 要 与经典粗糙集相比,传统的决策粗糙集将代价考虑在内,利用代价矩阵生成一对阈值。但决策粗糙集不具备经典粗糙集的单调性,这为粗糙集的属性约简带来了新的挑战。传统的决策粗糙集中的代价矩阵只有一个,没有考虑到代价的变化性。首先介绍了多代价决策粗糙集下的悲观决策规则和乐观决策规则的定义,利用多个代价矩阵来生成阈值,并将其用于属性约简中。在属性约简中,从单独的决策类出发而不是基于全部的决策类提出了启发式的Local属性约简方法,且从相关实验结果中可以得到,相对于基于全部的决策类的属性约简,Local属性约简在乐观条件下比在悲观条件下能获得更多的正域规则。

关键词 决策粗糙集,多代价,三支决策
中图法分类号 TP18 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2017.09.013

Attribute Reduction Based on Multicost Decision-theoretic Rough Set

YANG Zhi-rong[1] WANG Yu[1] YANG Xi-bei[1,2]
(School of Computer Science and Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China)[1]
(School of Economics & Management, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)[2]

Abstract Compared with classic rough set, traditional decision-theoretic rough set takes the cost into consideration, using cost matrix to generate a pair of thresholds. But decision-theoretic rough set doesn't meet the monotonicity that has been widely used in classic rough set, which has brought a new challenge for us in the study of attribute reduction in rough set. Cost matrix in traditional decision-theoretic rough set is only one, doesn't think about the variability of cost. The pessimistic decision rules and the optimistic rules of muticost decision-theoretic rough set are introduced at first and the thresholds which generated by multiple cost matrix are applied to attribute reduction. An heuristic Local attribute reduction method is proposed not on whole decision class but on individual decision class, which can get more positive rules from relevant experiment results in optimistic conditions than in pessimistic conditions, when it compared with the method based on the whole decision class.

Keywords Decision-theoretic rough set, Multi-cost, Three-way decision-theoretic

1 引言

波兰学者Pawlak提出的粗糙集理论[1]是一种处理不精确、不确定性问题的数据分析工具,它借助拓扑学中的内点与闭包的定义构造了相应的上、下近似集来描述概念。然而值得注意的是,这种结构方式对数据噪声极其敏感,往往不能满足实际问题的需求。为弥补这一不足,Ziarko提出了变精度粗糙集[2],其利用一个阈值来允许存在一定程度的错分类率,提高了抗干扰性,但该阈值仍然需要专家给定,具有较大的随意性。

幸运的是,Yao于1990年创造性地将代价引入到阈值的构建过程中,利用最小贝叶斯决策风险的手段提出了决策粗糙集模型[3-5](Decision-Theoretic Rough Sets, DTRS)。Yao的决策粗糙集方法是建立在一个代价矩阵基础上的,其中囊括了错分类代价与延迟决策代价。但Yao并未考虑到现实世界中的代价往往是不断变化的,同时单一的代价形式也无法解决多专家决策时所面临的最小风险问题。鉴于此,Dou等人提出了多代价决策粗糙集[6]方法,利用一簇代价矩阵构建了乐观与悲观决策粗糙集模型。

虽然Dou等人在多代价决策粗糙集方法中研究了相应的属性约简问题,但她们的着眼点依然放在对问题目标的整体考虑上,致使对三支规则的挖掘不够充分。为解决该问题,可以从局部的视角出发,针对每一个决策类进行属性约简,从而有望获得更多的确定性信息,这正是本文要讨论的内容。

到稿日期:2016-07-11 返修日期:2016-09-08 本文受国家自然科学基金(61572242,61272419,61305058,61373062),江苏省青蓝工程人才项目,中国博士后科学基金(2014M550293)资助。

杨志荣(1990-),男,硕士生,主要研究方向为粗糙集理论,E-mail:qimuyunduan@163.com;**王 宇**(1992-),男,硕士生,主要研究方向为粗糙集理论,E-mail:liuyuedewangchao@163.com;**杨习贝**(1980-),男,博士,副教授,硕士生导师,主要研究方向为粗糙集理论、粒计算、机器学习,E-mail: zhenjiangyangxibei@163.com。

本文第2节简要介绍经典粗糙集、决策粗糙集以及多代价的决策粗糙集;第3节给出决策粗糙集的属性约简,以及本文中采用的Glocal约简与Local约简的概念及算法;第4节对UCI上的4个数据集进行两种属性约简的实验,并进行对比分析;最后总结全文。

2 基础知识

2.1 经典粗糙集

在Pawlak粗糙集中,一个信息系统可被定义为二元组$S=\langle U,AT\rangle$,其中U表示所有对象的集合,称为论域;AT表示所有属性的集合。$\forall e\in AT$,V_e表示属性e的值域,即$e(x)\in V_e(\forall x\in U)$,$e(x)$表示对象$x$在属性$e$上的取值。在信息系统$S$中,$\forall A\subseteq AT$,可定义一个不可分辨关系$IND(AT)=\{(x,y)\in U^2:\forall e\in AT,e(x)=e(y)\}$,显然$IND(AT)$满足自反性、对称性和传递性,那么它是一个等价关系。

定义1 令$S=\langle U,AT\rangle$为一信息系统,其中$A\subseteq AT$,$\forall X\subseteq U$,分别定义X基于不可分辨关系$IND(AT)$的下近似集合$\underline{AT}(X)$与上近似集合$\overline{AT}(X)$为:

$$\underline{AT}(X)=\{x\in U:[x]_{AT}\subseteq X\} \tag{1}$$

$$\overline{AT}(X)=\{x\in U:[x]_{AT}\cap X\neq\emptyset\} \tag{2}$$

其中,$[x]_{AT}=\{y\in U:(x,y)\in IND(AT)\}$表示$U$中所有与$x$具有不可分辨关系$IND(AT)$的对象的集合,即$x$的等价类。

2.2 决策粗糙集

在Pawlak粗糙集中,只有能完全包含于某个概念的等价类才能被确定为属于决策概念,而包含度介于0与1之间的所有对象集合均被划分为边界域。然而,在实际问题涉及的论域中,由于噪声等因素的存在,条件等价类通常部分包含于决策类,而完全包含于决策类的确定性概念较少。因此,实际问题中采用定量的概率包含关系来度量对象集合对于决策概念的隶属度(条件概率)是很有必要的。基于这种概率思想,学者们提出了一系列概率粗糙集模型。以下将介绍决策粗糙集理论的基本内容。

设$\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_s\}$表示$s$个状态的集合;$\{\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_m\}$表示$m$个可能的决策[7-8];$x$为论域中的对象;$x'$表示$x$的某种描述(例如$x$关于某个属性集的等价类可以看作$x$的一种描述);$P(\omega_i|x')$表示在$x'$描述下的对象$x$具有状态$\omega_i$的条件概率;$\lambda(\tau_i|\omega_j)$表示在状态$\omega_j$的情况下做出决策$\tau_i$的风险代价[9-10]。对具有$x'$描述的对象$x$而言,假如采取了$\tau_i$,则可以计算出执行决策$\tau_i$的风险为:

$$R(\tau_i|x')=\sum_{j=1}^{s}\lambda(\tau_i|\omega_j)P(\omega_j|x') \tag{3}$$

一般而言,决策规则可以看作是对象描述x'的函数$f(x')$,即每种描述x'均对应某一确定的$f(x')$,因此决策规则的风险代价即为决策函数$f(x')$的风险代价:

$$R=\sum_{x}R(f(x')|x')P(x') \tag{4}$$

考虑只具有两种状态的状态集合$C_s=\{X,\neg X\}$,该集合中具有互补的两种状态X和$\neg X$。给定决策集$C_d=\{a_P,a_N,a_B\}$,其中a_P,a_N,a_B分别表示决策为正域$POS(X)$、决策为负域$NEG(X)$和决策为边界域$BND(X)$ 3种决策。λ_{PP},λ_{BP},λ_{NP}分别表示当x属于概念X时,做出a_P,a_N,a_B 3种决策所对应的代价函数值;λ_{PN},λ_{BN},λ_{NN}分别表示当x属于概念$\neg X$时,做出a_P,a_N,a_B 3种决策所对应的代价函数值。依此可计算3种决策的风险,如表1所列。

表1 三支决策在两种状态下的代价矩阵

	X	$\neg X$
a_P	λ_{PP}	λ_{PN}
a_B	λ_{BP}	λ_{BN}
a_N	λ_{NP}	λ_{NN}

$$R(a_P|[x]_R)=\lambda_{PP}P(X|[x]_R)+\lambda_{PN}P(\neg X|[x]_R) \tag{5}$$

$$R(a_N|[x]_R)=\lambda_{NP}P(X|[x]_R)+\lambda_{NN}P(\neg X|[x]_R) \tag{6}$$

$$R(a_B|[x]_R)=\lambda_{BP}P(X|[x]_R)+\lambda_{BN}P(\neg X|[x]_R) \tag{7}$$

因为$P(X|[x]_R)+P(\neg X|[x]_R)=1$,所以决策规则可以化为:对于决策代价函数值的大小,有如下关系:$\lambda_{PP}\leqslant\lambda_{BP}\leqslant\lambda_{NP}$,$\lambda_{NN}\leqslant\lambda_{BN}\leqslant\lambda_{PN}$,那么(P)规则、(B)规则、(N)规则可以表述为:

$$\begin{aligned}&\text{If } P(X|[x]_R)\geqslant\gamma \text{ and } P(X|[x]_R)\geqslant\alpha,\text{then } x\in POS(X)\\&\text{If } P(X|[x]_R)\geqslant\beta \text{ and } P(X|[x]_R)\geqslant\gamma,\text{then } x\in NEG(X)\\&\text{If } P(X|[x]_R)\geqslant\beta \text{ and } P(X|[x]_R)\leqslant\alpha,\text{then } x\in BND(X)\end{aligned} \tag{8}$$

其中,

$$\begin{aligned}\alpha&=\frac{\lambda_{PN}-\lambda_{BN}}{(\lambda_{PN}-\lambda_{BN})+(\lambda_{BP}-\lambda_{PP})}\\\beta&=\frac{\lambda_{BN}-\lambda_{NN}}{(\lambda_{BN}-\lambda_{NN})+(\lambda_{NP}-\lambda_{BP})}\\\gamma&=\frac{\lambda_{PN}-\lambda_{NN}}{(\lambda_{PN}-\lambda_{NN})+(\lambda_{NP}-\lambda_{PP})}\end{aligned} \tag{9}$$

那么可以得出可变精度粗糙集的β下近似集和上近似集的定义为:

$$\underline{apr}_\beta(X)=\{x|x\in U|P(X|[x]_R)\geqslant\beta\} \tag{10}$$

$$\overline{apr}_\beta(X)=\{x|x\in U|P(X|[x]_R)>1-\beta\} \tag{11}$$

从而整个论域U可以分成正域、负域和边界域3个部分:

$$POS_\beta(X)=\underline{apr}_\beta(X) \tag{12}$$

$$NEG_\beta(X)=U-\overline{apr}_\beta(X) \tag{13}$$

$$BND_\beta(X)=\overline{apr}_\beta(X)-\underline{apr}_\beta(X) \tag{14}$$

2.3 多代价决策粗糙集

设$I=\langle U,AT\rangle$为一信息系统。$M=\{M_1,M_2,\cdots,M_m\}$是m个不同的代价矩阵,$\forall A\subseteq AT$,$\forall X\subseteq U$。

乐观的风险决策规则定义如下:

If $P(X|[x]_A)\geqslant\min_{i=1}^{m}\alpha_i$, then $x\in POS^A(X)$

If $\min_{i=1}^{m}\beta_i<P(X|[x]_A)<\min_{i=1}^{m}\alpha_i$, then $x\in BND^A(X)$

If $P(X|[x]_A)\leqslant\min_{i=1}^{m}\beta_i$, then $x\in NEG^A(X)$

悲观的风险决策规则定义如下:

If $P(X|[x]_A)\geqslant\max_{i=1}^{m}\alpha_i$, then $x\in POS^A(X)$

If $\max_{i=1}^{m}\beta_i<P(X|[x]_A)<\max_{i=1}^{m}\alpha_i$, then $x\in BND^A(X)$

If $P(X|[x]_A)\leqslant\max_{i=1}^{m}\beta_i$, then $x\in NEG^A(X)$

于是X乐观的决策下近似、上近似、边界域被定义为:

$$\underline{A}^{M_{ODT}(X)}=\{x\in U:P(X|[x]_A)\geqslant\min_{i=1}^{m}\alpha_i\} \tag{15}$$

$$\overline{A}^{M_{ODT}(X)}=\{x\in U:P(X|[x]_A)\geqslant\min_{i=1}^{m}\beta_i\} \tag{16}$$

$$BND_{ODT}^{M(X)}=\{x\in U:\min_{i=1}^{m}\beta_i<P(X|[x]_A)<\min_{i=1}^{m}\alpha_i\} \tag{17}$$

X 悲观的决策下近似、上近似、边界域被定义为：

$$\underline{A}^{M_{PDT}(X)}=\{x\in U:P(X|[x]_A)\geqslant\max_{i=1}^{m}\alpha_i\} \tag{18}$$

$$\overline{A}^{M_{PDT}(X)}=\{x\in U:P(X|[x]_A)\geqslant\max_{i=1}^{m}\beta_i\} \tag{19}$$

$$BND_{PDT}^{M(X)}=\{x\in U:\max_{i=1}^{m}\beta_i<P(X|[x]_A)<\max_{i=1}^{m}\alpha_i\} \tag{20}$$

3　属性约简

属性约简[11-14]是粗糙集理论中一项重要的研究内容。在 Pawlak 的粗糙集中，随着属性的不断增多，下近似不断增大，而上近似不断减小。然而在决策粗糙集理论中，单调性并不一定成立，即从决策系统中删除一些属性后，上(下)近似可能增大也有可能减小。针对该问题，Yao 等人提出了决策单调准则的概念[15]。

定义 2　令 $S=\langle U,AT\cup D\rangle$ 为一信息系统，其中 $A\subseteq AT$，$U/IND(D)=\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$ 是由决策属性 D 得到的所有决策类的集合。本文对数据集采用了启发式属性约简，约简描述如下：

(1)对于任意的 $X_i\in U/IND(D)$，A 是使 $\underline{A}_{DT}(X_i)\supseteq\underline{AT}_{DT}(X_i)$ 和 $\overline{A}_{DT}(X_i)\supseteq\overline{AT}_{DT}(X_i)$ 都成立的最小属性子集，则称 A 为 S 的 Global 约简。

(2)对于某个 $X_i\in U/IND(D)$，A 是使 $\underline{A}_{DT}(X_i)\supseteq\underline{AT}_{DT}(X_i)$ 和 $\overline{A}_{DT}(X_i)\supseteq\overline{AT}_{DT}(X_i)$ 都成立的最小属性子集，则称 A 为 S 的 X_i-Local 约简。

不难看出，决策单调约简就是要找到使上近似和下近似都增大的最小属性子集。本文把满足 Global 约简的算法称为 Global 算法，把满足 X_i-Local 约简的算法称为 Local 算法。下面给出这两种算法的一般步骤。

算法 1　Global 属性约简算法

输入：决策系统 $S=\langle U,AT\cup D\rangle$

输出：约简 A

Step1　计算 $U/IND(D)=\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$，$\forall X_i\in U/IND(D)$，计算 $\underline{AT}_{DT}(X_i)$ 和 $\overline{AT}_{DT}(X_i)$；

Step2　$A=\emptyset$，$\forall X_i\in U/IND(D)$，$\underline{A}_{DT}(X_i)=\overline{A}_{DT}(X_i)=\emptyset$；

Step3　若 A 不满足决策单调性准则要求，则重复以下循环，否则转 Step4：

Step3.1　$\forall e\in AT-A$，计算属性 e 的重要度 $Sig(e,AT,D)$；

Step3.2　选择重要度最大的属性 e，$A=A\cup\{e\}$；

Step4　$\forall e\in A$，若 $A-\{e\}$ 满足决策单调性准则要求，则 $A=A-\{e\}$；

Step5　输出 A。

算法 2　Local 属性约简算法

输入：决策系统 $S=\langle U,AT\cup D\rangle$，决策类 $X_i(X_i\in U/IND(D))$

输出：约简 A

Step1　计算 $\underline{AT}_{DT}(X_i)$ 和 $\overline{AT}_{DT}(X_i)$；

Step2　$A=\emptyset$，$\forall X_i\in U/IND(D)$，$\underline{A}_{DT}(X_i)=\overline{A}_{DT}(X_i)=\emptyset$；

Step3　若 A 不满足决策单调性准则要求，则重复以下循环，否则转 Step4：

Step3.1　$\forall e\in AT-A$，计算属性 e 的重要度 $Sig(e,AT,D)$；

Step3.2　选择重要度最大的属性 e，$A=A\cup\{e\}$；

Step4　$\forall e\in A$，若 $A-\{e\}$ 满足决策单调性准则要求，则 $A=A-\{e\}$；

Step5　约简 A。

4　实验分析

本节首先对 UCI 上的 4 个数据集进行 Global 约简与 Local 约简，然后对实验结果进行比较。数据集的相关描述如表 2 所列；实验环境为 Windows10&Matlab R2010b。

表 2　数据集的基本信息

数据编号	数据集	样本个数	属性个数	决策个数
1	Spect Heart	267	23	2
2	Monky	1711	7	2
3	Solar Flare	1389	10	2
4	CMC	1473	10	3

实验中，对于每个数据集，随机生成 10 组不同的代价矩阵，并假设正确分类不产生代价，即 $\lambda_{PP}=\lambda_{NN}=0$。每组代价矩阵下又有 10 个代价矩阵，利用每组代价矩阵生成 10 个阈值[16]对(α 与 β)，挑选出每组阈值下的 max α 与 max β 和 min α 与 min β 作为悲观和乐观条件下该组代价矩阵下的阈值。实验中所得到的决策规则数都是在 10 组代价矩阵下求得的平均值。

表 3 列出了以上数据集在原始阈值下、悲观阈值下以及在乐观阈值下的经 Global 约简和 Local 约简得到的 P 规则、B 规则、N 规则数目。

表 3　Global 约简下和 Local 约简下的 P 规则、B 规则、N 规则对比

			Global 约简			Local 约简		
序号	决策类	模型	P 规则	B 规则	N 规则	P 规则	B 规则	N 规则
1	X_1	原始的	40.75	28.51	197.74	**43.28**	27.95	195.77
		乐观的	51	24	192	**55.3**	28	183.7
		悲观的	26	34.4	206.6	26	34.4	206.6
	X_2	原始的	193.94	27.31	45.75	**267**	0	0
		乐观的	201.5	39.5	26	**267**	0	0
		悲观的	192	24	51	**267**	0	0
2	X_1	原始的	442.58	849.81	418.61	**898.7**	546.25	266.05
		乐观的	726.8	867.7	116.5	**1711**	0	0
		悲观的	276.6	759.4	675	276.6	759.4	675
	X_2	原始的	284.01	840.09	586.9	**326.9**	831.36	552.74
		乐观的	542.9	886.9	281.2	**1444.2**	211.6	55.2
		悲观的	108	749	854	108	749	854
3	X_1	原始的	1045.9	262.24	80.9	**1389**	0	0
		乐观的	1225.7	92.3	71	**1389**	0	0
		悲观的	750.1	550.9	88	**1389**	0	0
	X_2	原始的	76.32	189.28	1123.4	**76.38**	189.3	1123.3
		乐观的	86.2	524	778.8	**88.6**	524.8	775.6
		悲观的	71	63	1255	71	63	1255
4	X_1	原始的	457.44	102	913.56	457.44	102	913.56
		乐观的	462	112	899	462	112	899
		悲观的	456	90	927	456	90	927
	X_2	原始的	286.88	87.97	1098.1	286.88	87.97	1098.1
		乐观的	300	85	1088	300	85	1088
		悲观的	281	85	1107	281	85	1107
	X_3	原始的	596.72	60.19	816.09	**1017**	31.71	424.33
		乐观的	599	71	803	**1473**	0	0
		悲观的	596	49	828	596	49	828

(下转第 92 页)

王珏,苗夺谦,周育健.关于 Rough Set 理论与应用的综述[J].模式识别与人工智能,1996,9(4):337-344.
[15] 张文修,梁怡,吴伟志.信息系统与知识发现[M].北京:科学出版社,2003.
[16] ZHANG W X,MI J S,WU W Z. Knowledge Reductions in Inconsistent Information Systems[J]. Computers,2003,26(1):12-18.(in Chinese)
张文修,米据生,吴伟志.不协调目标信息系统的知识约简[J].计算机学报,2003,26(1):12-18.
[17] XU W H,ZHANG X Y,SU Y J,et al. Consistent Approximation Spaces Based on Dominance Relations (II) [J]. Computer Science,2007,34(3):148-150.(in Chinese)
徐伟华,张晓燕,苏雅娟,等.基于偏序关系下的协调近似空间(续)[J].计算机科学,2007,34(3):148-150.
[18] 徐伟华.序信息系统与粗糙集[M].北京:科学出版社,2013.
[19] XU W H,ZHANG W X. Knowledge Reductions in Inconsistent Information Systems Based on Dominance Relations[J]. Computer Science,2006,33(2):182-184.(in Chinese)
徐伟华,张文修.基于偏序关系下不协调目标信息系统的知识约简[J].计算机科学,2006,33(2):182-184.

(上接第 69 页)

从实验结果中可以得到以下结论:

(1)相对于原始数据,通过 Glocal 约简后可以得到更多的 P 规则数,而相应的 B 规则和 N 规则的数目有可能增加也有可能减少。主要是由于 Glocal 约简要求在约去属性后能获得更大的上、下近似。

(2)相对于 Glocal 约简,Local 约简可以获得更多的 P 规则数,B 规则和 N 规则的数目则有小幅度减少。主要原因在于约简时考虑单个决策类而不是所有的决策类,相当于放宽了条件,使 P 规则数增多。

(3)相对于原始数据,在乐观条件下其 P 规则更多,N 规则的数目减少,B 规则数目可能增加也有可能减少。主要原因在于乐观条件下采用的阈值更小,使得满足条件的 P 规则数目更多,N 规则的数目更少。

(4)相对于原始数据,在悲观条件下其 P 规则更少,N 规则的数目增多,B 规则数目可能增加也有可能减少。主要原因在于悲观条件下采用的阈值更大,使得满足条件的 P 规则数目更少,N 规则的数目更多。

结束语 传统的决策粗糙集中的代价矩阵只有一个,未考虑到多代价的情况。本文介绍了多代价决策粗糙集下乐观的风险决策规则和悲观的风险决策规则的定义,采用了多个代价矩阵来生成阈值,并将其用于属性约简中。在属性约简中,从单独的决策类出发而不是基于全部的决策类提出了启发式的 Local 属性约简方法,且在相关实验结果中可以得到,基于单独的决策类的 Local 属性约简,相对于基于全部的决策类的属性约简,乐观条件下可以获得更多的 P 规则和更少的 N 规则,悲观条件下可以获得更多的 N 规则和更少的 P 规则。

在本文研究工作的基础上,下一步的研究可从以下两方面展开:

1)尝试寻找产生更好阈值对的算法,好的阈值对能够使实验效果更好。

2)文中的约简方法采用的是启发式算法,可尝试寻找其他更好的算法。

参 考 文 献

[1] PAWLAK Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Sciences,1982,11(5):341-356.
[2] WOJCIECH Z. Variable precision rough set model [J]. Journal of Computer & System Sciences,1993,46(1):39-59.
[3] YAO Y Y. Three-way decisions with probabilistic rough sets [J]. Information Sciences,2010,180(3):341-353.
[4] YAO Y Y. Probabilistic rough set approximations[J]. International Journal of Approximate Reasoning,2008,49(2):255-271.
[5] YAO Y Y. Three-way decision:an interpretation of rules in rough set theory [C]// The 4th International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology(RSKT 2009). Gold Coast,Australia,2009:14-16.
[6] DOU H L,YANG X B,SONG X N,et al. Decision-theoretic rough set:A multicost strategy[J]. Knowledge-Based Systems,2016,91:71-83.
[7] ZHOU B. Multi-class decision-theoretic rough sets[J]. International Journal of Approximate Reasoning,2014,55(1):211-224.
[8] LIU D,LI T R,LI H X. A multiple-category classification approach with decision-theoretic rough sets [J]. Fundament Informaticae,2012,115(2/3):173-188.
[9] QIAN Y H,ZHANG H,SANG Y L,et al. Multigranulation decision-theoretic rough sets[J]. International Journal of Approximate Reasoning,2014,55(1):225-237.
[10] YANG X B,QI Y S,SONG X N,et al. Test cost sensitive multigranulation rough set:Model and minimal cost selection [J]. Information Sciences,2013,250(11):184-199.
[11] JIA X Y,LIAO W H,TANG Z M,et al. Minimum cost attribute reduction in decision-theoretic rough set models[J]. 2013,219(1):151-167.
[12] LI H,ZHOU X,ZHAO J,et al. Attribute reduction in decision-theoretic rough set model:a further investigation[M]// Rough Sets and Knowledge Technology. Springer Berlin Heidelberg,2011:466-475.
[13] MA J M,LEUNG Y,ZHANG W X. Attribute reductions in object-oriented concept lattice[J]. International Journal of Machine Learning & Cybernetics,2014,5(5):789-813.
[14] JU H R,YANG X B,QI Y,et al. Approach to Monotonicity Attribute Reduction in Quantitative Rough Set [J]. Computer Science,2015,42(8):36-39.(in Chinese)
鞠恒荣,杨习贝,戚湧,等.量化粗糙集的单调性属性约简方法[J].计算机科学,2015,42(8):36-39.
[15] YAO Y Y,ZHAO Y. Discernibility matrix simplication for constructing attribute reducts [J]. Information Sciences,2009,179(7):867-882.
[16] JIA X Y,SHANG L. A Simulated Annealing Algorithm for Learning Thresholds in Three-way Decision-theoretic Rough Set Model[J]. Journal of Chinese Computer Systems,2013,34(11):2603-2606.(in Chinese)
贾修一,商琳.一种求三支决策阈值的模拟退火算法[J].小型微型计算机系统,2013,34(11):2603-2606.