

# 列车组合定位中改进 CPF 算法的探讨

王更生 张敏

(华东交通大学信息工程学院 南昌 330013)

**摘要** 针对在 GNSS/INS 列车组合定位中普遍采用的扩展卡尔曼滤波(EKF)、无迹卡尔曼滤波(UKF)等滤波技术无法满足复杂的高速列车组合定位环境问题,研究了列车组合定位中改进的容积粒子滤波(CPF)算法,提出了基于改进 CPF 算法的列车组合定位信息融合技术。该算法采用马尔科夫链蒙特卡洛(MCMC)移动方法来解决粒子退化问题,进而提高滤波性能。使用 Matlab 对改进算法进行仿真,结果表明改进 CPF 具有更小的位置误差和速度误差,提高了列车非线性运动过程中的定位精度。

**关键词** 列车组合定位,容积粒子滤波,重要性密度函数,马尔科夫链蒙特卡洛

**中图分类号** TP13 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2017.09.055

## Research of Improved CPF Algorithm for Intergrated Train Positioning

WANG Geng-sheng ZHANG Min

(School of Information Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract** In order to solve the problem that the extended Kalman filter (EKF) and unscented Kalman filter (UKF), which are widely used in the GNSS / INS integrated train positioning, can not meet the complex environment problem of high speed train positioning, a new method based on improved cubature particle filter (CPF) algorithm was proposed for the information fusion of intergrated train positioning. The Markov chain Monte Carlo (MCMC) method was used to solve the particle degeneracy problem, improving the filter performance. Using Matlab simulation, the results show that the improved CPF algorithm has smaller position error and velocity error, which improves the accuracy in the process of train nonlinear motion.

**Keywords** Integrated train positioning, Cubature particle filter, Importance density function, Markov chain Monte Carlo

## 1 引言

GNSS/INS(Global Navigation Satellite System/ Inertial Navigation System)组合定位系统克服了 GNSS 和 INS 各自的缺点,以 CTCS3 为基础,把 INS 的自主性好、抗干扰性强、短时间精度高等优点与 GNSS 的定位精度高、误差与时间不相关等优点结合起来,可以有效地降低系统成本,提高定位系统的实时性、连续性、精确度和可靠度。

实现组合定位的关键是如何有效地进行数据融合。近几十年来,许多研究者对线性器系统的数据融合理论和方法进行了研究和逐步完善<sup>[1]</sup>,但大多数现代系统是非线性的,线性融合理论不能直接扩展处理非线性数据融合,因此非线性融合的研究越来越受到重视,成为了数据融合领域的热门话题<sup>[2]</sup>。非线性融合与基于传统线性卡尔曼滤波器的融合理论是完全不同的,非线性融合算法的性能取决于采用的非线性滤波器。到目前为止,常用的非线性滤波器有扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)<sup>[3]</sup>、无迹卡尔曼滤波(Un-

scented Kalman Filter, UKF)<sup>[4]</sup>、粒子滤波(Particle Filter, PF)<sup>[5]</sup>、容积卡尔曼滤波(Cubature Particle Filter, CKF)<sup>[6]</sup>。EKF 使用泰勒展开对非线性系统进行线性化,但是在线性化的过程中会产生较大的误差。UKF 和 CKF 无须对非线性系统线性化,直接利用非线性系统通过选择一些样本点的方法逼近状态随机变量分布,适合于高斯条件下的大多数非线性系统,但其无法适用于非高斯条件。PF 作为一种基于贝叶斯估计的非线性滤波算法,适用于状态空间模型表示的非线性系统,精度逼近最优估计,是解决非线性、非高斯滤波问题的一种非常有效的方法。但粒子滤波也存在缺陷,如重要性分布函数难以选取,导致粒子退化,用重采样方法解决粒子退化问题时存在粒子匮乏、计算量大等问题<sup>[7-8]</sup>。最近,一种基于 CKF 的粒子滤波算法——容积卡尔曼粒子滤波 CPF(Cubature Particle Filter)被提出。该算法利用 CKF 来产生重要性密度函数,通过融入当前的量测信息,提高了滤波的精确性和实时性。

本文在此基础上提出改进 CPF 算法,该算法将 CKF 应

到稿日期:2016-08-02 返修日期:2017-01-08 本文受国家自然科学基金(61461019)资助。

王更生(1964—),男,硕士,教授,主要研究方向为计算机应用、全球卫星定位系统、数据挖掘;张敏(1992—),女,硕士生,主要研究方向为计算机应用, E-mail: 863948791@qq.com(通信作者)。

用于 PF 框架中,在重采样<sup>[9]</sup>环节融入马尔科夫链蒙特卡洛(MCMC)<sup>[10]</sup>方法,以增加采样粒子的多样性和有效性,有效提高估计滤波的精度;并且其实时性较好,在 GNSS/INS 列车组合定位中有较高的工程使用价值。

## 2 容积粒子滤波

### 2.1 PF 的基本原理

Gordon 和 Salmond 提出了一种新的基于 SIS(Sequential Importance Sampling)方法的 Bootstrap 非线性滤波方法,以此奠定了粒子滤波算法的基础<sup>[11]</sup>,为离散时间的递归滤波问题提供了一种近似 Bayes 的解决方法。它从概率密度函数上随机抽取一组带权值的粒子集来逼近后验概率密度,从而不受非线性、非高斯问题的限制。但是由于标准粒子滤波算法选择先验概率密度作为重要性密度函数时没有考虑当前的量测值,从重要性密度函数中取样得到的样本与从真实后验概率密度采样得到的样本有很大的偏差,尤其当似然函数位于系统状态转移概率密度的尾部或似然函数呈尖峰状态时,偏差就变得更加明显。当重要性权重的方差随时间递增时,粒子的权重集中在少数粒子上,甚至在几步递归后,可能只有一个粒子有非零权值,从而使得大量的计算工作都被浪费在更新那些后验概率分布的估计几乎不起作用的粒子上,导致粒子集无法表达实际的后验概率分布,这就是粒子滤波算法的退化问题。

### 2.2 CKF 算法的基本原理

CKF 采用一组等权值的 Cubature 点集解决 Bayes 滤波的积分问题,即使用容积数值积分原则计算非线性变换后的随机变量的均值和协方差,为非线性估计问题提供了一种新的解决方式。算法原理是考虑一个多维加权积分,其基本形式为:

$$G(f) = \int_D f(x)w(x)dx$$

其中,  $D$  为积分区域,并且对于  $\forall x \in D$  的权重函数  $w(x)$  已知。假定  $w(x)$  具有高斯特性,并且在整个积分区域非负,则上式即为一个高斯加权积分问题。CKF 采用一种基于上述求积原理的方法,有效解决了非线性滤波的基本问题。CKF 和 UKF 都是一种确定性采样方法,但是前者运算量更小,更容易实现,并能得到更加精确的滤波结果。

CPF 通过将 CKF 融入实时观测值来产生粒子滤波的重要性密度函数,使得 CKF 产生的重要性密度函数更加逼近于系统状态的后验概率密度。

## 3 改进后的 CPF 算法

实现粒子滤波算法时,重要性密度函数的选择是关键问题之一。改进算法使用 CKF 来产生重要性密度函数,充分利用了最新观测数据,使得抽取的样本更加逼近真实后验分布产生的样本,即使在似然函数位于系统状态转移概率密度函数的尾部或者观测精度要求较高时,也能很好地逼近真实后验分布。因此使用 CKF 来为 PF 产生重要性密度函数,就可以得到 CPF。

CPF 的目的在于,在粒子先验分布更新阶段利用最新观测值,通过 CKF 算法计算出重要性密度函数的均值和方差,产生新的后验概率密度分布,同时通过新的后验概率密度分布重新产生粒子,计算粒子的权值并归一化,最后通过重采样完成状态估计。用 CKF 产生的重要性密度函数可以表示如下:

$$\varphi(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{x}_{0:k-1}^i, \mathbf{y}_{1:k}^i) = N(\mathbf{x}_{k|k}^i, \mathbf{P}_{k|k}^i)$$

粒子滤波算法中的重采样步骤在一定程度上可以缓解退化问题,但同时又会产生粒子耗尽问题(采样贫乏),即经过几次迭代后,粒子中会包含许多重复点,导致在估计过程中会由于粒子失去多样性而使后验概率的离散逼近变得不精确,从而影响粒子滤波器的估计性能。在动态噪声较小时,这一问题尤为严重。为了消除粒子耗尽问题所带来的副作用,恢复粒子的多样性,在重采样步骤后对每个粒子引入马尔科夫链蒙特卡洛(MCMC)移动步骤,以使粒子分布更加合理。

MCMC 算法是一种利用马氏链无记忆性地随机模拟的方法。它的基本思想是<sup>[12]</sup>:构造出一条非周期、不可约的马氏链  $(X_0, X_1, \dots)$ , 且存在不变分布  $\pi$ 。当此马氏链的迭代次数  $n \rightarrow \infty$  时,得到的  $X_n$  的分布可以任意接近于  $\pi$ 。利用这种方法,如果可以找到一条以  $P$  为不变分布的马氏链,那么就可以得到近似服从  $P$  的随机样本。通过 MH(Metropolis Hasting)算法<sup>[13-14]</sup>来产生这样的马氏链。

MH 算法是以马氏链为理论基础的随机模拟算法,具体步骤如下:

- 步骤 1 任意选取马氏链的初始状态  $X_0 = x$ ;
- 步骤 2 由转移核  $q(\cdot | x)$  产生一个尝试移动  $x'$ ;
- 步骤 3 生成  $U(0, 1)$  随机数  $u$ , 如果  $u \leq \alpha(x, x')$ , 则令  $X_1 = x'$ , 否则保持当前状态不变,即  $X_1 = X_0 = x$ ;
- 步骤 4 重复上述步骤,依次生成  $X_2, X_3, \dots, X_n$ 。

改进 CPF 算法的具体实现步骤如下:

#### 步骤 1 初始化

令  $k=0$ , 从先验概率密度函数中抽取  $N$  个粒子构成初始粒子集  $\{\mathbf{x}_0^i\}; \mathbf{x}_0^i \sim p(\mathbf{x}_0), i=1, 2, \dots, N$ 。

计算粒子集的均值和方差:

$$\bar{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0^i), \mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{x}_0^i - \bar{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0^i - \bar{\mathbf{x}}_0)^T]$$

其中,  $\mathbf{x}_0^i$  是  $\mathbf{x}_0$  的第  $i$  个列向量,  $\mathbf{P}_0^i$  是  $\mathbf{P}_0$  的第  $i$  个列向量。

#### 步骤 2 重要性采样

对于  $k=1, 2, \dots$ , 使用 CKF 产生重要性密度函数,并更新每个粒子。

##### 2.1 计算 Cubature 点,假设状态量是 $n$ 维的

$$\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^i = \bar{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^i$$

$$\mathbf{x}_{n,k-1|k-1}^i = \sqrt{\mathbf{S}_{k-1|k-1}^i} \boldsymbol{\xi}_n + \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^i$$

##### 2.2 时间更新

$$\mathbf{x}_{n,k|k-1}^{i*} = f(\mathbf{x}_{n,k-1|k-1}^i, \mathbf{u}_{k-1})$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}_{n,k|k-1}^{i*}$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}_{n,k|k-1}^{i*} (\mathbf{x}_{n,k|k-1}^{i*})^T - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i (\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i)^T + \mathbf{Q}_{k-1}$$

##### 2.3 量测更新

$$\mathbf{x}_{n,k|k-1}^i = \sqrt{\mathbf{S}_{k|k-1}^i} \boldsymbol{\xi}_n + \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i$$

$$z_{n,k|k-1}^i = h(x_{n,k|k-1}^i, u_k)$$

$$\hat{z}_{k|k-1}^i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N z_{n,k|k-1}^i$$

$$P_{z,k|k-1}^i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N z_{n,k|k-1}^i (z_{n,k|k-1}^i)^T - \hat{z}_{k|k-1}^i (\hat{z}_{k|k-1}^i)^T + R_k$$

$$P_{xz,k|k-1}^i = \sum_{n=1}^N \omega_n x_{n,k|k-1}^i (z_{n,k|k-1}^i)^T - \hat{x}_{k|k-1}^i (\hat{z}_{k|k-1}^i)^T$$

$$W_k = P_{xz,k|k-1}^i (P_{zz,k|k-1}^i)^{-1}$$

$$\hat{x}_k^i = \hat{x}_{k|k-1}^i + W_k (z_k - \hat{z}_{k|k-1}^i)$$

$$P_k^i = P_{k|k-1}^i - W_k P_{zz,k|k-1}^i W_k^T$$

2.4 计算重要性权重

$$x_k^i \sim \varphi(x_k^i | x_{k-1}^i, y_k^i) = N(\hat{x}_k^i, P_k^i)$$

对于  $i=1, 2, \dots, N$ , 计算权重并进行归一化处理:

$$\omega_k^i = \omega_{k-1}^i \frac{p(y_k^i | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{N(x_k^i, P_k^i)}$$

$$\omega_k^{i*} = \omega_k^i / \sum_{j=1}^N \omega_k^j$$

更新状态估计:

$$\bar{x}_{k|k} = \sum_{i=1}^N \omega_k^{i*} x_k^i$$

$$P_{k|k} = \sum_{i=1}^N \omega_k^{i*} (x_k^i - \bar{x}_{k|k})(x_k^i - \bar{x}_{k|k})^T$$

步骤 3 MCMC 环节

对每个粒子引入不变分布  $p(x_k | z_k)$  来增加粒子的多样性。

3.1 从  $u \sim U_{[0,1]}$  抽样。

3.2 从先验转移函数中采样  $x_k^{*i} \sim p(x_k | x_{k-1}^i)$ , 并计算其接受概率:

$$a(x_k^i, x_k^{*i}) = \min(1, \frac{p(z_k, x_k^{*i})}{p(z_k, x_k^i)})$$

3.3 若  $u \leq a(x_k^i, x_k^{*i})$ , 则接受移动  $x_k^i = x_k^{*i}$ ; 否则拒绝移动  $x_k^i = \tilde{x}_k^{*i}$ 。

步骤 4 循环控制

令  $k=k+1$ , 若算法结束则退出, 否则就转到步骤 2。

改进的 CPF 算法在 CPF 的基础上加入了 MCMC 环节, 在保证近似有效性的前提下增加了采样粒子的多样性, 提高了滤波的估计精度。

4 仿真结果及分析

为了分析和比较 GNSS/INS 列车组合导航系统中改进 CPF 算法(MCPF 算法)和传统 CPF 算法的滤波精度, 利用 Matlab 2010b 工具分别对这两种算法进行仿真分析。假设列车处于匀速和变加速的状态, 采样周期为 0.01s, 仿真时间设为 500s, 仿真参数设置如下:

- (1)INS 的陀螺随机漂移量为 0.01 rad/h;
- (2)陀螺一阶马尔科夫过程的随机噪声为 0.01rad/h;
- (3)加速度计漂移误差为 0.0001g;
- (4)GPS 接收机的位置白噪声为 50m, 速度白噪声为 2m/s;
- (5)GPS 更新频率为 1Hz, INS 更新频率为 50Hz。

在以上仿真参数下, 选取粒子数为 1000 的同一组样本数据, 分别采用传统 CPF 算法和改进 CPF 算法对松组合下的 GPS/INS 列车组合导航系统进行相应的仿真分析。仿真结

果如图 1 和图 2 所示。

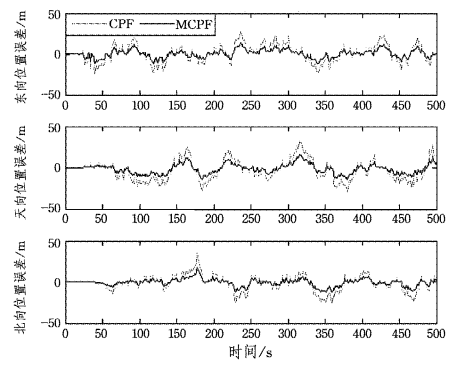


图 1 传统 CPF 和改进 CPF 的位置误差

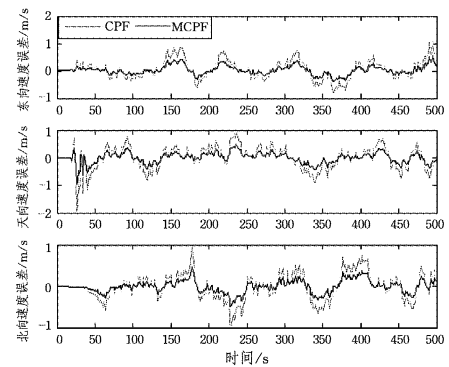


图 2 传统 CPF 和改进 CPF 的速度误差

由图 1 和图 2 可看出, 传统 CPF 算法和改进 CPF 算法在给定位置和速度误差范围内均有所收敛, 而改进 CPF 算法收敛得更明显。其中, CPF 算法在东、天、北各方向上的位置误差基本上在  $[-50m, 50m]$  区间内, 速度误差基本上在  $[-1m/s, 2m/s]$  区间内。而 MCPF 算法的位置误差降低到  $[-10m, 20m]$  区间内, 速度误差在  $[-0.5m/s, 0.5m/s]$  区间内。

因此, 改进 CPF 算法的确提高了 GNSS/INS 列车组合定位系统的精确度, 可以为列车的科学调度和安全运行提供技术支持。表 1 列出了传统 CPF 和改进 CPF 的性能对比情况。

表 1 传统 CPF 和改进 CPF 的性能

滤波算法	估计均方差	估计误差均方差	运行时间/s
传统 CPF	0.4335	5.3420	2.7984
改进 CPF	0.2943	3.5332	3.0213

**结束语** 本文在 CPF 的基础上加入 MCMC 环节, 有效地克服了粒子的贫化现象, 使采样粒子更加多样化。仿真统计结果表明, 改进 CPF 算法在 GNSS/INS 列车组合定位系统中具有很好的定位精度和滤波效果。

参考文献

[1] KHALEGI B, KHAMIS A, KARRAY F O, et al. Multisensor data fusion: A review of the state-of-the-art[J]. Information Fusion, 2013, 14(1): 28-44.

[2] FENG S, LIJUN T. Initial alignment of large azimuth misalignment angle in SINS based on CKF [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(2): 327-333.

[3] HAO Y L, YANG J W, CHEN L, et al. Initial alignment of SINS on dynamic base based on NPF-CKF[J]. Journal of Chi-

- nese Inertial Technology, 2011, 19(6): 654-658. (in Chinese)
- 郝燕玲, 杨峻巍, 陈亮, 等. 基于 NPF-CKF 的捷联惯导系统动基座初始对准技术[J]. 中国惯性技术学报, 2011, 19(6): 654-658.
- [4] GE Q, LI W, WEN C. SCKF-STF-CN: a universal nonlinear filter for maneuver target tracking[J]. Journal of Zhejiang University SCIENCE C, 2011, 12(8): 678-686.
- [5] ZHANG Y, RUI G S, MIAO J, et al. Location Technology Based on the Extend Cubature Kalman Filter[J]. Opto-Electronic Engineering, 2012, 39(4): 37-43. (in Chinese)
- 张洋, 芮国胜, 苗俊, 等. 扩展容积卡尔曼滤波定位技术研究[J]. 光电工程, 2012, 39(4): 37-43.
- [6] GE Q B, LI W B, SUN R Y, et al. Research on centralized fusion algorithms based on EKF for multisensor non-linear systems [J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(6): 816-825.
- [7] CUI P Y, ZHENG L F, PEI F J, et al. Study on integrated navigation method based on self adjusting particle filter[J]. Computer Engineering, 2008, 34(14): 185-187. (in Chinese)
- 崔平远, 郑黎方, 裴福俊, 等. 基于自调整粒子滤波的组合导航方法研究[J]. 计算机工程, 2008, 34(14): 185-187.
- [8] QIN Z. Improved particle filter and its application in GPS dynamic positioning[J]. Global Positioning System, 2010, 35(5): 25-28. (in Chinese)
- 秦臻. 改进的粒子滤波及其在 GPS 动态定位中的应用[J]. 全球定位系统, 2010, 35(5): 25-28.
- [9] FENG C, WANG M, JI Q B, et al. Analysis and comparison of particle filter resampling algorithm [J]. Journal of system simulation, 2009, 21(4): 1101-1105. (in Chinese)
- 冯驰, 王萌, 汲清波, 等. 粒子滤波器重采样算法的分析与比较[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(4): 1101-1105.
- [10] 朱志宇. 粒子滤波算法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [11] GORDON N J, SALMOND D J, SMITH A F M, et al. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. IEE Proceedings F-Radar and Signal Processing, IET, 1993, 140(2): 107-113.
- [12] SPALL J C. Estimation via markov chain monte carlo[J]. IEEE Control Systems, 2003, 23(2): 34-45.
- [13] ANDRIEU C, DJURIC P M, DOUCET A, et al. Model selection by MCMC computation [J]. Signal Processing, 2001, 81(1): 19-37.
- [14] GODSILL S, CLAPP T. Improvement strategies for Monte Carlo particle filters[M]// Sequential Monte Carlo Methods in Practice. Springer New York, 2001: 139-158.

(上接第 265 页)

并粒化集是加权粒化关系和加权粒化结构产生的基础。由于合并粒化集的构成与粒计算研究者的数据处理思想一致, 因此上述针对数据合并的研究也可看作粒计算研究的一种途径。

### 参 考 文 献

- [1] ZHANG J B, LI T R, CHEN H M. Composite rough sets for dynamic data mining[J]. Information Sciences, 2014, 257: 81-100.
- [2] ZHANG J B, LI T R, RUAN D. Neighborhood rough sets for dynamic data mining [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2012, 27(4): 317-342.
- [3] HONKO P. Association discovery from relational data via granular computing [J]. Information Sciences, 2013, 234(11): 136-149.
- [4] MERIGO J M. The probabilistic weighted average and its application in multiperson decision making[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2012, 27(5): 457-476.
- [5] BEAUBOUEF T, PETRY F. Fuzzy rough set techniques for uncertainty processing in a relational database [J]. International Journal of Intelligent System, 2000, 15(5): 389-424.
- [6] BEAUBOUEF T, PETRY F, ARORA G. Information-theoretic measures of uncertainty for rough sets and rough relational database[J]. Information Sciences, 1998, 109(1-4): 185-195.
- [7] COZMAN F G. Independence for full conditional probabilities: structure, factorization, non-uniqueness, and bayesian networks [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2013, 54(9): 1261-1278.
- [8] TAGARELLI A. Exploring dictionary-based semantic relatedness in labeled tree data[J]. Information Sciences, 2013, 220(1): 244-268.
- [9] SHE Y L. On the rough consistency measures of logic theories and approximate reasoning in rough logic[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2014, 55(1): 486-499.
- [10] YAN S, YAN L, WU J Z. Rough data-deduction based on the upper approximation [J]. Information Sciences, 2016, 373: 308-320.
- [11] YAN L, YAN S. Granular reasoning and decision systems decomposition [J]. Journal of Software, 2012, 7(3): 683-690.
- [12] YAN L, YAN S. Researches on rough truth of rough axioms based on granular reasoning [J]. Journal of Software, 2014, 9(2): 265-273.
- [13] LI J H, MEI C L, LV Y J. Incomplete decision contexts: approximate concept construction, rule acquisition and knowledge reduction [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2013, 54(1): 149-165.
- [14] JIA X Y, LIAO W H, TANG Z M. Minimum cost attribute reduction in decision-theoretic rough set models [J]. Information Sciences, 2013, 219(1): 151-167.
- [15] MCALLISTER R A, ANGRYK R A. Abstracting for dimensionality reduction in text classification [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2013, 28(2): 115-138.
- [16] 闫林. 数理逻辑基础与粒计算[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [17] PEDRYCZ W. Granular computing: analysis and design of intelligent systems [M]. Boca Raton, USA: CRC Press Francis Taylor, 2013.
- [18] LI J H, MEI C L, XU W H, et al. Concept learning via granular computing: A cognitive viewpoint [J]. Information Sciences, 2015, 298(1): 447-467.
- [19] YAN L, LIU T, YAN S, et al. Data combination method based on structure's granulation [J]. Journal of Computer Applications, 2015, 35(2): 358-363. (in Chinese)
- 闫林, 刘涛, 闫硕, 等. 基于结构粒化的数据合并方法[J]. 计算机应用, 2015, 35(2): 358-363.