从确信因子模型到 Bayes 网络*)

汪荣贵　张佑生　高　隽　彭青松

（合肥工业大学计算机与信息学院　合肥230009）

摘　要　本文研究确信因子模型与Bayes网络之间的区别与联系。首先讨论确信因子模型理论基础的局限性，证明确信因子模型中蕴含着与简单Bayes模型一样的条件独立性假设；然后探究Bayes网络中对应于确信因子模型的若干功能，提出Bayes网络推理中条件对推理结论的影响程度与作用方向的概念、分析方法和计算公式，证明Noisy-OR模型的概率推理与确信因子的推理的等价性；最后从知识的表示、推理、获取等三个方面讨论Bayes网络相对于确信因子模型的比较优势。本文的研究表明Bayes网络不仅具备确信因子模型的主要功能，而且可以突破确信因子的局限性。它有望取代确信因子模型，成为基于概率的智能信息处理模型中的一种主流模型。

关键词　Bayes网络，确信因子模型，条件独立性，规则的模块性，不确定性推理

From Certainty Factor Model to Bayesian Network

WANG Rong-Gui　ZHANG You-Sheng　GAO Jun　PENG Qing-Song

(College of Computer and Information, Hefei University of Technology, HeFei 230009)

Abstract　In this paper, the relations and differences between certainty factor model and Bayesian Network are researched. Firstly, the limitation of the theoretical basis of certainty factor model is discussed; it is proved that the certainty factor model implies a conditional independence hypothesis same as the simple Bayesian model implies. Then, some functions of Bayesian Network, which correspond to certainty factor model, are explored. The concepts, analysis approach, and computing formula of condition's influence degree and effect direction to the inference conclusion in Bayesian network are presented, and it is also proved that the equivalence of the probabilistic inference between the Noisy-OR model and certainty factor model. Finally, the superiority of Bayesian network to certainty factor model is discussed in the aspects of representation, inference, and acquire of the knowledge. Our conclusion is that the Bayesian network not only has the main function of the certainty factor model, but also can break through some limitation of this model, so the Bayesian network can be a main trend probabilistic model in intelligent information process instead of the certainty factor model eventually.

Keywords　Bayesian network, Certainty factor model, Conditional independency, Modularity of rule, Uncertainty inference

1　引言

现实世界中存在着大量的不确定性信息和知识，如何对其进行有效地获取、表示、推理和解释等，是智能信息处理领域中重要的研究课题。概率论是关于随机现象的理论，人们对如何使用概率理论来有效处理不确定性知识，进行了长期的研究，实现了许多基于概率的智能信息系统。其中MYCIN诊断系统[16]最具代表性，它使用确信因子模型(Certainty Factor Model)处理不确定性知识。该模型对产生式规则赋以权重，即确信因子，并将确信因子解释为条件对结论的信度的影响程度和作用方向。确信因子模型具备一整套有关确信因子的并行结合、串行结合运算、条件之间的逻辑运算法则和公式，使用推理网络来控制推理流程。基于该模型的不确定信息处理方法有计算速度快、容易理解等优点，有许多成功的应用[1]，是基于概率的智能信息处理模型中的主流模型之一。

然而，确信因子模型没有坚实的理论基础，需要知识工程师运用高超的设计技巧以尽量减少知识表示的不一致性和荒唐的推理结论[17]。随着应用范围的扩大和系统规模的增加，该模型的局限性愈加突出。确信因子模型是对产生式规则模型的一种自然推广。确定性现象和不确定性现象之间有着许多本质性的区别，将处理确定性问题的产生式规则推广到处理不确定性问题的场合，会使其失去许多重要的性质。模块性是产生式规则的基本性质，它提供了建立和维护规则库的理论基础。本文的研究表明，不宜将产生式规则的模块性推广到确信因子模型，因为在处理不确定性信息的场合，该性质蕴含着一种很强的条件独立性限制(即要求在已知结论状态的情况下，各个条件要相互独立)，这种限制不符合大多数实际情况。因此，为确信因子模型建立一个坚实的理论基础是一件十分困难的事情。

在20世纪80年代末，加州大学的J. Pearl在结合概率论与图论的基础上，推广Bayes反演公式，提出一种称为Bayes网络(Bayesian Network)的概率图模型[15]，作为不确定性知识的处理工具。该模型遵循经典的Bayes概率理论，使用统一的联合概率分布作为知识库，保证了知识表示的一致性，推理不出现荒唐的结论。本文的研究表明，Bayes网络不仅可以具备确信因子的主要功能，而且可以突破确信因子的局限性。它

*)本文的基金资助项目：国家自然科学基金(No.60175011,60375011)；安徽省自然科学基金(No.03042207、03042305)。

有望取代确信因子，成为基于概率的智能信息处理模型中的一种主流模型。文中第2节研究确信因子的理论基础，探究确信因子模型中模块性所蕴含的条件独立性及其不合理性；第3节简要介绍 Bayes 网络；第4节探究 Bayes 网络中对应于确信因子的功能；第5节分析 Bayes 网络的相对于确信因子模型的比较优势；最后给出总结与展望。

2 确信因子模型的理论基础

模块性是产生式规则的基本性质，它提供了建立和维护规则库的理论基础。所谓模块性，是指基于某一规则的推理结论，仅由属于该规则的条件推出。例如：对于规则"同位角相等，两直线平行"，推理结论"两直线平行"仅由"同位角相等"就可以推出，不需要再借助于其它的条件。根据模块性，可以方便地对规则库进行添加、删除等操作。现在考察确信因子模型中规则的模块性的合理性。

E. H. Shortliffe 等给出如下确信因子赋值公式[16,7]：

$$CF(H,E)=\begin{cases}\dfrac{P(H|E)-P(H)}{1-P(H)} & P(H|E)>P(H)\\[2mm] \dfrac{P(H|E)-P(H)}{P(H)} & P(H|E)<P(H)\end{cases} \tag{1}$$

基于该公式的并行结合运算不满足交换律，因而不能保证知识表示的一致性、推理结论的合理性。为此，D. Heckerman 改进了(1)式，提出了如下具有对称性的赋值公式[8]：

$$CF(H,E)=\begin{cases}\dfrac{P(H|E)-P(H)}{P(H|E)(1-P(H))} & P(H|E)>P(H)\\[2mm] \dfrac{P(H|E)-P(H)}{P(H)(1-P(H|E))} & P(H|E)<P(H)\end{cases} \tag{2}$$

根据如下 Bayes 反演公式（"～"表示逻辑"非"运算）：

$$P(H|E)=\frac{P(E|H)P(H)}{P(E)} \quad 及$$

$$P(\sim H|E)=\frac{P(E|\sim H)P(\sim H)}{P(E)}$$

有：

$$P(H|E)/P(\sim H|E)$$
$$=P(E|H)P(H)/P(E|\sim H)P(\sim H) \tag{3}$$

式(3)称为基于似然率的 Bayes 反演公式[6]，其中的 $P(E|H)/P(E|\sim H)$ 称为似然率[6,24]，记为 $\lambda(H,E)$。使用式(3)可以将确信因子的赋值式(2)等价地改写成如下基于 $\lambda(H,E)$ 的形式：

$$CF(H,E)=F(\lambda(H,E))=$$
$$\begin{cases}(\lambda(H,E)-1)/\lambda(H,E) & \lambda(H,E)>1\\ \lambda(H,E)-1 & \lambda(H,E)<1\end{cases} \tag{4}$$

确信因子 $CF(H,E)$ 的本质在于度量条件 E 对结论 H 的信度的影响程度。事实上，在处理不确定性信息时，不同的场合，E 对 H 的信度的影响程度可能不同。也就是说，E 对 H 的信度的影响程度可能与其它的已知条件有关。因此，确信因子 $CF(H,E)$ 的赋值还应当考虑其它的条件，应当将 $CF(H,E)$ 写成 $CF(H,E,E^*)$，其中 E^* 表示知识库中的异于 E 的条件。但是，这样做的问题是无法维护规则库，因为添加或删除任一条件，可能影响其它的条件。因此考虑到可行性，在确信因子模型中引入了规则的模块性，即假设：$CF(H,E)=CF(H,E,E^*)$。现在考察该假设中所蕴含的条件独立性。

若在赋值公式(2)、(4)中融入 E^*，则 $P(H)$ 变成 $P(H|E^*)$，$P(H|E)$ 变成 $P(H|E,E^*)$，似然率也相应地变为 $P(E|H,E^*)/P(E|\sim H,E^*)$，记为 $\lambda(H,E,E^*)$。即有：

$$CF(H,E,E^*)=F(\lambda(H,E,E^*))=$$
$$\begin{cases}(\lambda(H,E,E^*)-1)/\lambda(H,E,E^*) & \lambda(H,E,E^*)>1\\ \lambda(H,E,E^*)-1 & \lambda(H,E,E^*)<1\end{cases} \tag{5}$$

显然 $F(x)$ 是一个严格单调函数，故由 $CF(H,E)=CF(H,E,E^*)$，有 $\lambda(H,E)=\lambda(H,E,E^*)$，即：

$$P(E|H)/P(E|\sim H)=P(E|H,E^*)/P(E|\sim H,E^*) \tag{6}$$

将 E 替换为 $\sim E$，同理可得：

$$P(\sim E|H)/P(\sim E|\sim H)$$
$$=P(\sim E|H,E^*)/P(\sim E|\sim H,E^*) \tag{7}$$

由式(6)和(7)可得：

$$P(E|H,E^*)=P(E|\sim H,E^*) \tag{8}$$

或者同时成立如下两式：

$$P(E|H,E^*)=P(E|H);P(E|\sim H,E^*)=P(E|\sim H) \tag{9}$$

(8)式表示条件 E 对结论 H 没有任何作用，与 H 无关。因此，该式为平凡解，舍去。(9)式表明在已知结论 H 的情况下，条件 E 与知识库中其它条件 E^* 相互独立。由 E 的任意性知，在已知结论 H 的情况下，关于 H 的所有条件相互独立。

这种条件独立性不符合大多数实际情况，因为现实世界中的许多因素都是相互联系的。两个独立的条件在已知结论的情况下有时也可能变得不独立。例如：我们知道智力和努力是影响学习成绩的两个重要条件，这两个条件是独立的。在知道学习成绩这个结论的状态的情况下，它们就不一定独立了。比如说已知学习成绩优秀，条件"智商＝一般"可以使"努力＝勤奋"的信度增加。

处理不确定性信息和知识始于20世纪五、六十年代对医疗信息的处理。当时人们普遍认为概率理论是最合适的处理工具[13]，出现了许多概率型智能系统。这些系统基于简单 Bayes 模型。该模型的信息(知识)表示基于联合概率分布，使用一种条件独立性假设(即假定在已知结论状态的情况下，各个条件相互独立)，来减小确定联合概率分布的复杂度，使用 Bayes 反演公式进行推理。这些系统取得一定的成功[19]。20世纪70年代，人们发现基于简单 Bayes 模型的智能系统，随着随机变量个数的增加，其推理的有效性显著下降，原因就在于这种条件独立性假设比较苛刻，不符合很多实际情况[18]。

20世纪70年代中期到80年代中期，人们逐渐放弃了简单 Bayes 模型，通过模拟人的思维方式提出了许多新的基于启发式的知识表示和推理方法，其中确信因子模型、主观 Bayes 方法[6]基于点概率(但不遵循概率的公理系统，不属于经典的概率范畴)。主观 Bayes 方法的信息融合公式中仍然蕴含着与简单 Bayes 模型一样的条件独立性假设[17]，因而很少使用。确信因子模型成了基于概率的智能信息处理的主流模型。然而，本节的研究表明确信因子模型的模块性假设，使得赋值公式中也蕴含着与简单 Bayes 模型一样的条件独立性假设。确信因子模型存在的合理性面临着挑战。

3 Bayes 网络

Bayes 网络使用一种比较适度的条件独立性假设，有效解决了确定联合概率分布的组合爆炸难题，在条件独立性限制与可计算性之间达成了一种比较合理的折衷。Bayes 网络一经提出，就成为研究的热点问题，并由此形成了一些以 Bayes 网络为研究对象的国际研究协会，如 AUAI 等，定期举

行的研讨会，如 UAI 等[29]。十几年来，Bayes 网络已具有一套比较有效的学习、推理算法[4-9]，并成功地应用于许多智能系统的知识获取、表示和推理，如 MUNIN、PATHFINDER 等[28]。近几年，研发基于 Bayes 网络的智能监控、图像理解等实用智能信息系统，成为新的热点[2-20]。Bayes 网络的产生与发展导致了基于经典概率的智能信息方法的复兴。现在简要介绍 Bayes 网络。

概率论使用概率分布处理不确定性问题。对于 n 元随机向量 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，每个分量最多有 m 个可能的取值，要确定 m^n-1个概率。这是一个 NP-hard 问题。因此，通过直接对每个基本事件计算或指派概率来确定联合概率分布 $P(\boldsymbol{U})$是不现实的，需要建立适当的概率模型，借助模型的结构和数量特征来确定 $P(\boldsymbol{U})$。Bayes 网就是一种这样的概率图模型。其有关定义如下：

定义3.1 设 $\boldsymbol{U}=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$是 n 元离散型随机向量，$P(\boldsymbol{U})$是其联合概率分布，X,Y,Z 分别是 $\boldsymbol{U}$ 的子集，且 $P(Y,Z)>0$。若成立：$P(X|Y,Z)=P(X|Z)$，即有：$P(X,Y|Z)=P(X|Z)P(Y|Z)$，则称 X 与 Y 关于 $P(\boldsymbol{U})$在已知 Z 的条件下独立，记为 $X\perp Y|Z[P]$，简称 X 与 Y 条件独立，简记为 $X\perp Y|Z$。

定义3.2 设 $\boldsymbol{U}=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$是 n 元离散型随机向量，$P(\boldsymbol{U})$是其联合概率分布，$B_s=(\boldsymbol{U},\boldsymbol{E})$是一有向无环图($E$ 是有向边的集合)。若每个节点 x_i 在其父节点取值状态已知的条件下，独立于其所有非子孙节点，则称 B_s(关于 $P(\boldsymbol{U})$)满足马尔可夫条件(Markov Condition)。

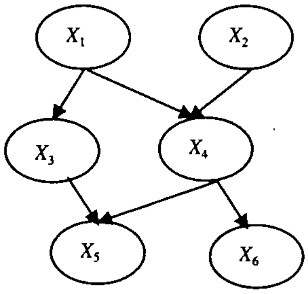
定义3.3 n 元离散随机向量 $\boldsymbol{U}=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$的 Bayes 网络是一个二元组 $B=(B_s,\ B_P)$。其中：

$B_s=(\boldsymbol{U},\ \boldsymbol{E})$是有向无环图，称为网络结构；$\boldsymbol{U}$ 为节点集，x_i 的值域记为 $Val(x_i)$；E 是有向边的集合，每条边表示两节点间直接的依赖关系，依赖程度决定于条件概率；B_s 满足马尔可夫条件；

$B_P=\{P(x_i|par(x_i)):x_i\in\boldsymbol{U}\}$是一组条件概率分布的集合。$par(x_i)$表示在 B_s 中 x_i 所有父节点的集合(若没有父节点则 $pat(x_i)=\phi$)；$P(x_i|par(x_i))$表示节点 x_i 在其父节点某一取值状态下的条件概率分布。

Bayes 网络由网络结构和条件概率分布两部分组成。网络结构是模型中的定性部分，用于定性描述变量间概率依赖关系。它是一个有向无环图，图中每个节点表示问题领域中某一随机变量，每条边表示节点间可能存在直接的概率依赖关系，两节点间没有边连结则表示两节点间没有直接的概率依赖关系。对于网络结构中每个节点，若它没有父节点，则定义一个边际概率分布，若它有父节点，则定义一个条件概率分布表，表的每一行为该节点在其父节点某一取值状态下的条件概率分布 $P(x_i|par(x_i))$。条件概率分布是模型中的定量部分，用于定量描述节点对其父节点的概率依赖程度。

例如，图1是一个关于大学生学习成绩的简化的 Bayes 网络，本文将它作为研究的一个简单实例，并称之为成绩网络。它由一个有向无环图和六个边际或条件概率矩阵组成。各变量的名称分别为：智商(X_1)、努力(X_2)、应试能力(X_3)、知识掌握程度(X_4)、考试成绩(X_5)与作业成绩(X_6)。



X_1	X_2	知识掌握程度(X_4)	
		精通	一般
高	勤奋	0.95	0.05
高	一般	0.4	0.6
一般	勤奋	0.6	0.4
一般	一般	0.2	0.8

X_3	X_4	考试成绩(X_5)				
		优	良	中	及格	不及格
强	精通	0.7	0.25	0.03	0.01	0.01
强	一般	0.05	0.2	0.3	0.3	0.15
一般	精通	0.3	0.4	0.2	0.08	0.02
一般	一般	0.01	0.1	0.4	0.39	0.1

智商(X_1)	
高	一般
0.3	0.7

努力((X_2)	
勤奋	一般
0.4	0.6

X_1	应试能力(X_3)	
	强	一般
高	0.7	0.3
一般	0.4	0.6

X_4	作业成绩(X_6)				
	优	良	中	及格	不及格
精通	0.7	0.25	0.03	0.01	0.01
一般	0.1	0.3	0.3	0.2	0.1

图1 学生学习成绩的 Bayes 网络

Bayes 网络借助网络结构中所蕴含的变量之间独立性或条件独立性，将联合概率分布分解为一系列边际概率和条件概率的乘积，把问题转化为对边际概率和条件概率的确定[8]。Bayes 网络的结构特征与变量间的条件独立性之间的关系满足马尔可夫条件：任一变量在已知其父节点取值状态的条件下，独立于它的所有非子孙节点。据此可以通过链式法则，得到：

$$P(U)=\prod P(X_i|X_1,X_2,\cdots,X_{i-1})$$
$$=\prod P(X_i|par(X_i)) \tag{10}$$

例如，成绩网络结构中所蕴含的独立性及条件独立性有：$P(X_1,\ X_2)=P(X_1)P(X_2)$；$P(X_3|\ X_1,\ X_2)=P(X_3|\ X_1)$；$P(X_4|\ X_1,\ X_2,\ X_3)=P(X_4|\ X_1,\ X_2)$；$P(X_5|\ X_1,\ X_2,\ X_3,\ X_4)=P(X_5|\ X_3,\ X_4)$；$P(X_6|\ X_1,\ X_2,\ X_3,\ X_4,\ X_5)=P(X_6|\ X_4)$。相应的知识表示为：

$$P(X_1,X_2,X_3,X_4,X_5,X_6)=P(X_1)P(X_2)P(X_3|X_1)P(X_4|X_1,X_2)P(X_5|X_3,X_4)P(X_6|X_4)$$

Bayes 网络的推理就是在已知某个或某些节点(条件节点)E 的取值状态下，根据(10)式计算出网络中其余节点(非条件节点)X 的概率分布(后验概率分布 $P(X|E)$)，作为推理结论。由于 $P(X|E)$与 $P(X,\ E)$成正比例，因而一般只需计算 $P(X,\ E)$，将 $P(X,\ E)$归一化就得到 $P(X|E)$。在节点数目较多的情况下，直接对 $P(U)$进行边际化来计算 $P(X,\ E)$的模型计算量太大，不可行[3]。可以利用网络结构性质和条件独立性的关系设计出计算 $P(X,\ E)$的有效方法，如：基于消息传播的算法[15]、基于子团(cliques)的算法[14]以及基于邻接树的算法[12]等，这些方法虽然有着不同的计算思路，但是计算结果是一致的，区别主要在于计算速度。一般将这些计算方法称为 Bayes 网络的推理算法，介绍这些推理算法的文献较多[5]，这里不再赘述。在 BNT 软件包[27]中有基于邻接树推理算法

的 MATLAB 例程，本文在 MATLAB6.5环境中调用该例程计算有关的后验概率分布。

4 Bayes 网络中对应于确信因子的功能

4.1 条件对结论的影响程度

确信因子表示规则中的条件对结论的影响程度。现在考察 Bayes 网络中与此相对应的能力，探究 Bayes 网络推理时每个条件对推理结论的影响程度。本文提出一种称为删除法的技术作为研究工具。所谓删除法，就是当考察某个条件对推理结论的影响时，就将它从条件集合中删除（即在 Bayes 网络中将其看成非条件节点），然后计算推理结论的变化。不失一般性，分析某一特定非条件节点的后验概率分布。设 Bayes 网络中某一特定的非条件节点 X，在条件集合为 E 时的推理结论为后验概率分布 $P(X|E)$。现在考察 E 中的某一条件 L 对 $P(X|E)$ 的作用。从 E 中删除 L，将得到的集合记为 E^{-L}，相应的后验概率分布记为 $P(X|E^{-L})$。本文将 $P(X|E)$ 和 $P(X|E^{-L})$ 分别看成向量，使用向量差 $P(X|E)-P(X|E^{-L})$ 的1-范数来度量两者间的差异，并记为 $M(P(X|E),P(X|E^{-L}))$，即：

$$M(P(X|E),P(X|E^{-L}))=\sum|p_i-q_i| \quad (11)$$

其中：$P(X=x_i|E)=p_i$，$P(X|E^{-L})=q_i$，$i=1,2,\cdots,m$；m 是 X 的状态数。

$P(X|E)$ 使用了所有的条件信息，应当是所能得到的最正确的概率分布，如果将其预报成 $P(X|E^{-L})$，那么 $P(X|E)$ 与 $P(X|E^{-L})$ 之间的差别越小，所造成的损失应当越小。因此，$M(P(X|E),P(X|E^{-L}))$ 度量了 L 对推理结论 $P(X|E)$ 的必要性程度。为便于比较，将其转换成相对数，令：

$$\lambda(L,X)=M(P(X|E),P(X|E^{-L}))/M(P(X|E),P(X)) \quad (12)$$

称 $\lambda(L,X)$ 为 L 对 X 的必要性因子。它反映了 L 的必要性程度在条件集合 E 的必要性程度中所占的比例。例如在成绩网络中，令条件集合 $E=\{X_1=$"高"，$X_2=$"勤奋"$\}$。若考察 E 中的条件"$X_2=$勤奋"，对 $P(X_5|E)$ 的影响，则取 $L=$"$X_2=$勤奋"，$E^{-L}=\{X_1=$"高"$\}$。计算结果见表1。

表1 L 对 $P(X_5|E)$ 的必要性因子

	X_5 的概率分布					1-范数		作用因子	
	优	良	中	及格	不及格				
$P(X_5\|E)$	0.5529	0.2888	0.0934	0.0458	0.0191				
$P(X_5)$	0.2398	0.2226	0.2472	0.2147	0.0756	$M(P(X_5\|E),P(X_5))$	0.5896	$\lambda(L, X_5)$	51.12%
$P(X_5\|E^{-L})$	0.3740	0.2475	0.1756	0.143	0.0594	$M(P(X_5\|E),P(X_5\|E^{-L}))$	0.3014		

在原有的条件集合中增加一条条件：作业成绩(X_6)＝"优"，即令条件集合 $E=\{X_1=$"高"，$X_2=$"勤奋"，$X_6=$"优"$\}$。再考察 E 中的条件：$X_2=$"勤奋"，对推理结论对 $P(X_5|E)$ 的影响，取 L 为该条件，$E^{-L}=\{X_1=$"高"，$X_6=$"优"$\}$。计算结果见表2。

从表2可以看出，此时 L 对 X_5 的必要性因子 $\lambda(L, X_5)$ 变小了。因为此时条件"$X_6=$优"对推理结论的影响与条件"$X_2=$勤奋"的影响相重叠。但是，这并不意味着条件"$X_2=$勤奋"对推理结论的影响不重要。因为 $\lambda(L, X_5)$ 的值仅仅表示如果不知道 L 的取值状态，X_5 会怎么样，度量的是条件集合 E 中条件 L 对形成推理结论的必要性程度。

表2 L 对 $P(X_5|E)$ 的影响因子

	X_5 的概率分布					1-范数		作用因子	
	优	良	中	及格	不及格				
$P(X_5\|E)$	0.5760	0.2941	0.0829	0.0332	0.0139				
$P(X_5)$	0.2398	0.2226	0.2472	0.2147	0.0756	$M(P(X_5\|E),P(X_5))$	0.8152	$\mu(L, X_5)$	42.32 %
$P(X_5\|E^{-L})$	0.5364	0.2849	0.1010	0.0548	0.0228	$M(P(X_5\|E),P(X_5\|E^{-L}))$	0.0974	$\lambda(L, X_5)$	11.95 %
$P(X_5\|L)$	0.3663	0.2686	0.1843	0.1347	0.0460	$M(P(X_5\|E),P(X_5\|L))$	0.4702	$\lambda(E^{-L}, X_5$	57.68 %

为解决 E 中条件对推理结论影响相重叠的问题，现在进一步寻找 L 对形成推理结论 $P(X|E)$ 的充分性程度的度量方法，即有了条件 L，X 会怎么样。若从条件集合 E 中删除除 L 以外的所有条件，即将除 L 以外的所有条件节点看成非条件节点，则 X 的后验概率分布从 $P(X|E)$ 变成 $P(X|L)$，相应的必要性因子为 $\lambda(E^{-L},X)$，它度量了除 L 以外的所有条件 E^{-L} 对形成推理结论的必要性程度。也就是说，如果条件集合 E 中没有条件集合 E^{-L} 中的条件，就会对推理结论造成大小为 $\lambda(E^{-L}, X)$ 的损失。由此可以推出，$1-\lambda(E^{-L}, X)$ 可度量条件 L 对形成推理结论 $P(X|E)$ 的贡献，它可用于度量 L 对形成推理结论的充分性程度，令 $\mu(L, X)=1-\lambda(E^{L}, X)$，并称 $\mu(L, X)$ 为 L 对 X 的充分性因子。从表2可以看出，L 对 X_5 的充分性因子 $\mu(L, X_5)$ 较大，体现了学习中勤奋的重要性。

本节的研究结果表明，Bayes 网络可以比确信因子模型更深入、更全面地表示每个条件对结论的影响程度。将规则放在不同的场合，条件对结论的影响程度可能不同。确信因子模型受模块性假设的制约，无法表达这种变化。Bayes 网络可以有效地表达这种变化。

4.2 条件对结论的作用方向

确信因子不仅能表示条件对结论的影响程度，而且可以表示条件对结论的作用方向。若确信因子为正，则表示条件对结论的成立起支持作用；若确信因子为负，则表示条件对结论的成立起抑制作用。现在探究 Bayes 网络推理中条件 L 对推理结论 $P(X|E)$ 影响的方向。为此给出如下定义：

定义4.1 设 $P(X)=(p_1,p_2,\cdots,p_m)$ 和 $Q(X)=(q_1, q_2, \cdots, q_m)$ 是 Bayes 网络中非条件节点 X 的两个概率分布，w_i 取 p_i-q_i 的符号，即 $w_i=sign(p_i-q_i)$。称向量 $W=(w_1,w_2,\cdots,w_m)$ 为 $P(X)$ 到 $Q(X)$ 的变化方向。再设 X 的另一概率分布 $R(X)$ 到 $Q(X)$ 的变化方向为 $V=(v_1, v_2, \cdots, v_m)$，若 w_i 与 $v_i(i=1, 2, \cdots, m)$ 异号的个数小于$[m/2]$，则称 $P(X)$ 与 $R(X)$ 关于 $Q(X)$ 基本同向，否则称 $P(X)$ 与 $R(X)$ 关于 $Q(X)$ 基本异向。

对于 E 中的条件 L，若概率分布 $P(X|E)$ 与 $P(X|L)$ 关于 $P(X)$ 基本同向，则 L 对推理结论 $P(X|E)$ 的成立起支持

作用，反之，若 $P(X|E)$ 与 $P(X|L)$ 关于 $P(X)$ 基本异向，则 L 对结论 $P(X|E)$ 的成立起抑制作用。记 E^+ 为 E 中所有对推理结论起支持作用的条件所构成的集合，E^- 为 E 中所有对推理结论起抑制作用的条件所构成的集合。若 E^+ 等于 E，则说明 E 中的所有条件是一致的，否则就说明 E 中的条件存在冲突现象。可以根据 E^+ 和 E^- 列出支持或抑制结论的条件，以解释条件之间的冲突现象。

表3　各个条件对推理结论的作用方向(I)

	X_5的概率分布及变化方向					异号数目	作用方向
	优	良	中	及格	不及格		
$P(X_5)$	0.2398	0.2226	0.2472	0.2147	0.0756		
$P(X\|E)$/ 符号	0.5760 / 1	0.2941 / 1	0.0829 / −1	0.0332 / −1	0.0139 / −1		
$P(X_5\|X_1=$高$)$/ 符号	0.3740 / 1	0.2475 / 1	0.1756 / −1	0.1435 / −1	0.0594 / −1	0	基本同向
$P(X_5\|X_2=$勤奋$)$/ 符号	0.3663 / 1	0.2686 / 1	0.1843 / −1	0.1347 / −1	0.0460 / −1	0	基本同向
$P(X_5\|X_6=$优$)$/ 符号	0.4362 / 1	0.2938 / 1	0.1481/ −1	0.0904 / −1	0.0315 / −1	0	基本同向

表4　各个条件对推理结论的作用方向(II)

	X_5的概率分布及变化方向					异号数目	作用方向
	优	良	中	及格	不及格		
$P(X_5)$	0.2398	0.2226	0.2472	0.2147	0.0756		
$P(X\|E^*)$/ 符号	0.3021 / 1	0.2309 / 1	0.2807 / 1	0.1828 / −1	0.0756 / 0		
$P(X_5\|X_1=$高$)$/ 符号	0.3740 / 1	0.2475 / 1	0.1756 / −1	0.1435 / −1	0.0594 / −1	1	基本同向
$P(X_5\|X_2=$勤奋$)$/ 符号	0.3663 / 1	0.2686 / 1	0.1843 / −1	0.1347 / −1	0.0460 / −1	1	基本同向
$P(X_5\|X_6=$及格$)$/ 符号	0.0465/ −1	0.1526/ −1	0.3448/ 1	0.3371/ 1	0.1109/ 1	3	基本异向

例如对于成绩网络，可以计算条件集合 $E=\{$智商$(X_1)=$"高"，努力$(X_2)=$"勤奋"，作业成绩$(X_6)=$"优"$\}$中每个条件对推理结论的作用方向。由表3可见，E 中的条件之间没有冲突现象，这符合常理。再考察条件集合 $E^*=\{$智商$(X_1)=$"高"，努力$(X_2)=$"勤奋"，作业成绩$(X_6)=$"及格"$\}$中每个条件对推理结论的作用方向，由表4可见，E^* 中的条件之间存在冲突现象，这也容易理解。因为 E^* 中三个条件之间有些自相矛盾，或者说有的条件可能是错误的。

因此，使用 Bayes 网络，不仅可以表示每个证据对结论的作用方向，而且可以比较容易地检测到条件之间的冲突现象。

4.3　条件独立性

Bayes 网络使用有向无环图的拓扑结构中所蕴含的条件独立性，来简化问题的复杂性。它使用的条件独立性远没有确信因子中的蕴含条件独立性苛刻。有些实际问题的确满足确信因子模型中蕴含的条件独立性，即在已知结论状态的情况下，各个条件要相互独立。Bayes 网络的一种称为 Noisy-OR 的简化模型[10,21]，可以处理这种情况。现在考察 Noisy-OR 模型与确信因子模型之间的关系。

不失一般性，假设图2(a)中 Bayes 网络的两个条件 C_1 和 C_2 在已知结论状态的情况下相互独立，则可将该模型引入两个辅助节点 D_1 和 D_2，变成图2(b)所示的 Noisy-OR 模型。其中 C_1 和 D_1 由条件概率 $P(D_1|C_1)$ 相联系；C_2 和 D_2 由条件概率 $P(D_1|C_1)$ 相联系；D_1、D_2 与 E 之间逻辑"或"相联系，若用条件概率表示，则有：

$$P(E|\sim D_1,\sim D_2)=0,P(E|D_1,D_2)=1,P(E|\sim D_1,D_2)=1,P(E|D_1,\sim D_2)=1 \tag{11}$$

模型中规定：

$$P(D_1|\sim C_1)=0;P(D_2|\sim C_2)=0 \tag{12}$$

根据全概率公式及条件独立性，有：

$$P(E|C_1,C_2)=\sum_{\bar{D}_1,\bar{D}_2}P(E,\bar{D}_1,\bar{D}|C_1,C_2)=\sum_{\bar{D}_1,\bar{D}_2}P(\bar{D}_1,\bar{D}_2|C_1,C_2)P(E|\bar{D}_1,\bar{D}_2,C_1,C_2)=\sum_{\bar{D}_1,\bar{D}_2}P(\bar{D}_1|C_1)P(\bar{D}_2|C_2)P(E|\bar{D}_1,\bar{D}_2)$$

其中 $\bar{D}$ 表示 D 或 $\sim D$。再由(11)式，有：

$$P(E|C_1,C_2)=P(D_1|C_1)P(D_2|C_2)+P(\sim D_1|C_1)P(D_2|C_2)+P(\sim D_1|C_1)P(\sim D_2|C_2)=P(D_1|C_1)+P(D_2|C_2)(1-P(D_1|C_1)) \tag{13}$$

(13)式与确信因子的并行结合计算公式的形式是一致的。显然有：

$$P(D_1|C_1)P(D_2|C_2)+P(\sim D_1|C_1)P(D_2|C_2)+P(D_1|C_1)P(\sim D_2|C_2)+P(D_1|C_1)P(\sim D_2|C_2)=1$$

因此，(13)式亦可写成：

$$P(E|C_1,C_2)=1-P(\sim D_1|C_1)P(\sim D_2|C_2)=1-(1-P(D_1|C_1))(1-P(D_2|C_2)) \tag{14}$$

这正是 Noisy-OR 模型中常用的后验概率计算公式。

若不能直接得到条件 C_1，只能由条件 B_1 推出(相应的 Bayes 网络如图2(c)所示)，则根据(12)及(13)式，有：

$$P(E|B_1,C_2)=\sum_{\bar{C}_1}P(E,\bar{C}_1|B_1,C_2)=\sum_{\bar{C}_1}P(\bar{C}_1|B_1,C_2)P(E,|B_1,C_2,\bar{C}_1)=\sum_{\bar{C}_1}P(\bar{C}_1|B_1)P(E,|C_2,\bar{C}_1)$$
$$=P(C_1|B_1)(P(D_1|C_1)+P(D_2|C_2)(1-P(D_1|C_1)))+P(\sim C_1|B_1)(P(D_1|\sim C_1)+P(D_2|C_2)(1-P(D_1|\sim C_1)))$$
$$=P(C_1|B_1)P(D_1|C_1)+P(C_1|B_1)P(D_2|C_2)(1-P(D_1|C_1))+(1-P(C_1|B_1))P(D_2|C_2)$$
$$=P(C_1|B_1)(P(D_1|C_1)+P(D_2|C_2)(1-P(C_1|B_1)P(D_1|C_1))$$

其中 $\bar{C}$ 表示 C 或 $\sim C$。即有：

$$P(E|B_1,C_2)=P(C_1|B_1)P(D_1|C_1)+P(D_2|C_2)(1-(C_1|B_1)P(D_1|C_1)) \tag{15}$$

式(15)相当于对确信因子先作串行结合计算，再作并行结合运算。因此，Noisy-OR 模型蕴含了确信因子模型的串行结合计算公式和并行结合运算公式。例如有两条规则：如果患上流感，那么发烧，CF(发烧，患上流感)$=0.9$；如果着凉了，那么发烧，CF(发烧，着凉了)$=0.3$。由症状 K_1 断定，八成是患上流感；由症状 K_2 断定，肯定是着凉了。即有：CF(患上流感，K_1)$=0.8$；CF(着凉了，K_2)$=1.0$。根据确信因子的串行

结合公式，有：

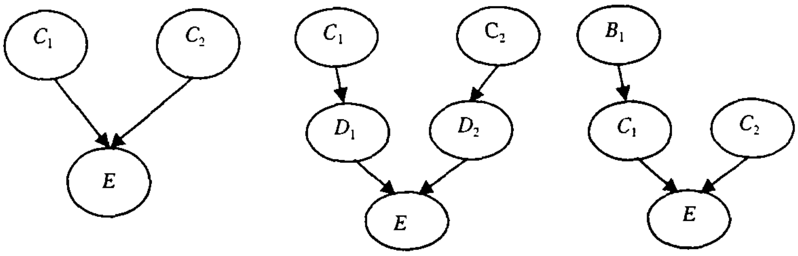
CF(发烧，K_1)＝CF(发烧，患上流感)max{0，CF(患上流感，K_1)}＝0.9×0.8＝0.72

CF(发烧，K_2)＝CF(发烧，着凉了)max{0，CF(着凉了，K_2)}＝0.3×1.0＝0.3

再由确信因子的并行结合公式，有：

CF(发烧，K_1 co K_2)＝CF(发烧，K_1)＋CF(发烧，K_2)(1－CF(发烧，K_1))＝0.804

与该例题对应的 Bayes 网络为图 c，其中 $P(C_1|B_1)$ 对应于 CF(患上流感，K_1)；$P(D_1|C_1)$ 对应于 CF(发烧，患上流感)；$P(D_2|C_2)$ 对应于 CF(发烧，着凉了)。根据公式(15)，亦有：$P(E|B_1,C_2)=0.804$。



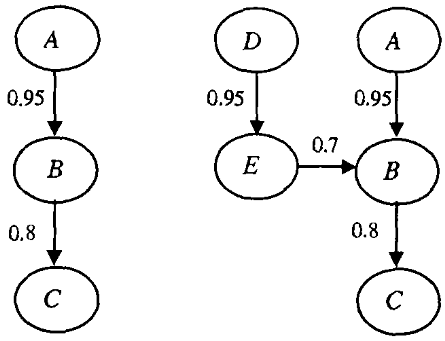
a 两个条件的 Bayes 网络　b Noisy-OR 模型　c Bayes 网络概率传播

图2

综上表明，Bayes 网络具备对应于确信因子模型的主要功能，而且更加有效和完善。下一节从知识表示、推理、获取等三个方面探究 Bayes 网络具有确信因子模型没有的特点或功能。

5　Bayes 网络的比较优势

在知识表示方面，Bayes 网络使用联合概率分布作为知识库，保证了知识的一致性，这是确信因子模型难以做到的。不仅如此，Bayes 网络具有比确信因子模型更为强大的知识表示能力。Bayes 网络中的节点不仅可以表示一个具体的命题，而且可以表示命题变量。节点的取值也不仅仅是二值的，而且可以是多值的。例如成绩网络中节点 X_5 有5个状态。节点之间的不确定性的关系结构由每个节点与其邻居节点(父节点与子节点)之间的联系来表达，而不是由一个个相对孤立的规则来表示，由此避免了模块性假设；关系强度由条件概率矩阵来描述，而不是一个个相对孤立实数来表示，这种描述显然蕴含着更加丰富的信息。



(a)　　(b)

图3　确定因子模型的推理网络

在推理方面，Bayes 网络具备确信因子模型所没有的双向推理能力。如前所说，将产生式规则推广到处理不确定性问题的场合，会使其失去许多重要的性质。例如：对于布尔逻辑中的传递性(若 $A \rightarrow B$，$B \rightarrow C$，则 $A \rightarrow C$)，若不加分析地将其用于不确定性推理，则有可能出现荒唐的推理结论。比如说有两个规则：若路面湿，则可能下雨了；若洒水车洒水，则路面湿。由传递性有：若洒水车洒水，则可能下雨了。产生如此荒唐结论的原因在于两个规则的因果顺序不一致。因此，确信因子模型中的规则被分为预报性规则(由因到果)和诊断性规则(由果到因)，规定同一规则库不能同时存储两种规则，不能同时进行双向推理。

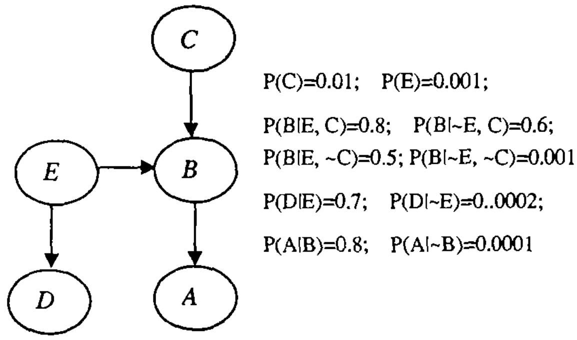


图4　Bayes 网络结构与条件概率

确信因子模型单向推的局限性，使其不能正确处理许多不确定性现象和问题。例如：某天，张先生在办公室接到邻居王先生电话：张先生家的警报器响了。张先生推测家里可能有小偷。图3(a)是相应的推理网络，其中：节点 A 表示“张先生接到王先生的电话”；B 表示“警报器响”；C 表示“家里有小偷”；有向边旁的实数为相应的确信因子。根据确信因子的串行结合公式，有：

$CF(C, A)=CF(C, B)\max\{0, CF(B, A)\}=0.8\times 0.95=0.76$

张先生正要回家时，又听到收音机播报在他家附近刚刚发生了一场小地震。张先生推测也有可能是地震触动了报警器。若用推理网络表示这个推理过程，则推理网络由图3(a)变成了图3(b)，其中节点 D 表示“张先生听到收音机关于地震的播报”，E 表示“发生地震”。根据图2(b)及确信因子的并行、串行结合计算公式，有：

$CF(B, D)=CF(B, E)\max\{0, CF(E, D)\}=0.7\times 0.95=0.665$

$CF(B, D \text{ co } A)=CF(B, A)+CF(B, D)(1-CF(B, A))=0.95+0.665\times(1-0.95)=0.98325$

$CF(C, D \text{ co } A)=CF(C, B)\max\{0, CF(B, D \text{ co } A)\}=0.8\times 0.98325=0.7866$

这个结论是不合理的。因为既然有可能是地震触动了报警器，家有小偷的可能性就应该变小。产生错误的主要原因是推理网络中的规则{如果发生地震，那么报警器响，$CF=0.6$}与其它规则的因果次序不一致，不能融入图2(a)所示的推理

网络中。因此,确信因子模型无法处理这类实际问题。

可以建立如图4所示的 Bayes 网络来处理这类问题。一般将 Bayes 网络中边的方向理解为由因到果,据此可以比较方便地对处理对象建立模型。这并不妨碍其双向的推理能力。因为 Bayes 网络中没有对条件节点作任何限制。对于网络中任何一个节点,只要已知其取值状态,就可以作为条件节点进行概率推理,推理结论就是所有非条件节点的后验概率分布。

在前面的例子中,可以将节点 A 和 D 看成条件节点,由 Bayes 网络推理算出 C 的后验概率 $P(C|A, D)$。根据(10)式,有:

$$P(C,A,D)=\sum_{\bar{E},\bar{B}}P(C,\bar{E},\bar{B},A,D)=\sum_{\bar{E},\bar{B}}P(C)P(\bar{E})P(\bar{B}|C,\bar{E})P(A|\bar{B})P(D|\bar{E})=0.01\times(0.001\times0.8\times0.8\times0.7+0.999\times0.6\times0.8\times0.0002+0.999\times0.4\times0.0002\times0.0001+0.001\times0.2\times0.0001\times0.7)=0.5439\times10^{-5}$$

其中 $\bar{E}$ 表示 E 或 $\sim E$、$\bar{B}$ 表示 B 或 $\sim B$。同理可得 $P(\sim C, A, D)=0.277104\times10^{-3}$。将向量 $(P(C, A, D), P(\sim C, A, D))$ 归一化得:$(P(C|A, D), P(\sim C|A, D))=(0.01925, 0.98075)$,即有 $P(C|A, D)=0.01925$。由此可知,家有小偷的概率为0.01925,与先验概率 $P(C)=0.01$差不多,计算结果比较合理。

若张先生只接到电话,没有听到有关地震的消息,则可以将 A 看成条件节点,D 看成非条件节点,计算 C 的后验概率 $P(C|A)$。根据(10)式,有:

$$P(C,A)=\sum_{\bar{E},\bar{B},\bar{D}}P(C,\bar{E},\bar{B},A,\bar{D})=\sum_{\bar{E},\bar{B},\bar{D}}P(C)P(\bar{E})P(\bar{B}|C,\bar{E})P(A|\bar{B})P(D|\bar{E})=\sum_{\bar{E},\bar{B},\bar{D}}P(C)P(\bar{E})P(\bar{B}|C,\bar{E})P(A|\bar{B})P(D|\bar{E})=0.01\times(0.001\times0.8\times0.8+0.999\times0.6\times0.8+0.999\times0.4\times0.0001+0.001\times0.2\times0.0001)=0.004802$$

同理可得 $P(\sim C, A)=0.001284$,将向量 $(P(C, A), P(\sim C, A))$ 归一化得:$(P(C|A), P(\sim C|A))=(0.78902, 0.21098)$,即:家有小偷的概率为0.78902。计算结果也比较合理。

在知识获取方面,Bayes 网络学习能力的研究在20世纪90年代取得了突破性进展,涌现出许多关于网络结构和条件概率矩阵的有效的学习算法,有些算法甚至可以从不完备的数据库中学习。介绍这些学习算法的文献较多,这里不再赘述。在具体的应用中,一般首先由专家及知识工程师建立一个初始的网络结构,然后由网络结构学习算法使用数据中的统计规律优化网络结构,最后由条件概率矩阵的学习算法从数据中训练出条件概率矩阵,可以使用反馈机制对 Bayes 网络不断求精。总之,Bayes 网络可以将专家知识与数据统计规律有效地结合在一起。确信因子模型显然没有这样的能力。

总结与展望 本文首先研究确信因子模型的理论基础,论证了确信因子模型中规则的模块性假设,导致确信因子赋值公式中蕴含着与简单 Bayes 模型一样的条件独立性,讨论了确信因子模型的局限性及产生该模型的历史背景;然后探究 Bayes 网络中对应于确信因子模型的若干功能,提出了 Bayes 网络推理中每个条件对推理结论的影响程度与作用方向的分析方法和计算公式,论证了 Bayes 网络的一种简化模型(Noisy-OR 模型)的概率推理公式与确信因子模型的推理公式的等价性;最后从知识的表示、推理、获取三个方面讨论 Bayes 网络相对于确信因子模型的比较优势。

本文的研究表明 Bayes 网络不仅可以具备确信因子的主要功能,而且可以突破确信因子的局限性,有望替代确信因子模型,成为基于概率的智能信息处理模型中的一种主流模型。当然,Bayes 网络还有许多问题,例如:如何使用面向对象的方法构建和学习有效的大规模 Bayes 网络模型、如何建立有效的 Bayes 网络解释机制、Bayes 网络与 D-S 证据理论的比较研究、Bayes 网络在许多领域中的应用研究等,有待于进一步研究。

参考文献

1 Buchanan B G, Shortliffe E H, et al. Rule -based Expert systems: The MYCIN Experiments of the Stanford Heuristic Programming Project. Addison-Wesley, Reading, MA, 1984
2 Buxton H, Gong S. Visual Surveillance in a Dynamic and Uncertain World. Artificial Intelligence, 1995, 78: 431~459
3 Cooper G F. The computational complexity of probabilistic inference using Bayesian belief networks., AI, 1990, 42: 393~405
4 Chickering D, Heckerman D, Meek C. A Bayesian Approach to Learning Bayesian Networks with Local Structure. In: Proc. of Thirteenth Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence, Providence, RI, pages 80-89. Morgan Kaufmann, Aug. 1997. 80~89
5 Castillo E, Gutiérrez J M, Hadi A S. Expert Systems and Probabilistic Network Models, New York: Springer-Verlag. Press, 1997
6 Duda R, Hart P, Nilsson N. Subject Bayesian Methods for rule-based inference system. In: proc of National Computer Conf. Vol. 45, AFIPS, 1976. 1075~1082
7 Giarratano J, Riley G. Expert Systems Principles and Programming. PWS Publish Company, 1998
8 Heckerman D. Probabilistic interpretations for MYCIN's Certainty factors. In: Kanal L N, Lemmer J F, eds. Uncertainty in Artificial Intelligence, North-Holland, Amsterdam, 1986. 298~312
9 Heckerman D, Geiger D, Chickering D. Learning Bayesian networks: The Combination of Knowledge and Statistical Data. Machine Learning, 1995, 20: 197~243
10 Heckerman D, Breese J S. Causal independence for probabilistic assessment and inference using Bayesian networks. IEEE trans. on Systems, Man and Cybernetics, 1996, 26(6): 826~831
11 Heckerman D, Meek C, Cooper G. A Bayesian Approach to Causal Discovery. In: Glymour C, Cooper G, eds. Computation, Causation, and Discovery, MIT Press, Cambridge, MA, 1999. 141~165
12 Jensen F V, et al. Bayesian updating in causal probabilistic networks by local computations. Computational Statistics Quarterly, 1990, 4: 269~282
13 Ledley D, Lusted L. Reasoning foundations of medical diagnosis. Science, 1959, 130: 9~21
14 Lauritzen S L, Spiegelhalter D J. Local computations with probabilities on graphical structures and their application to expert systems. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 1988, 50: 157~224
15 Pearl J. Probabilistic Reasoning in Expert Systems: Networks of Plausible Inference. Morgan Kaufmann, San Mateo, CA, 1988
16 Shortliffe E H. Computer-Based Medical Consultations: MYCIN, Elsevier, New York, 1976
17 Shafer G, Pearl J. eds. (1990). Readings in Uncertain Reasoning. Morgan Kaufmann, San Mateo, CA
18 Wagner G, Tauta P, Wolber U. problems of medical diagnosis: A bibliography, Methods of Information in Medicine, 1978, 18: 55~74
19 Warner H, Toronto A, et al. A mathematical approach to medical. Joural of the American Medical Association, 1961, 177: 177~183
20 Feng Xiaojuan, et al. Combining Belief Networks and Neural Networks for Scene Segmentation. IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(4): 468~483
21 Zhang N L, Poole D. Exploiting causal independence in Bayesian network inference. Journal of Artificial Intelligence Research, 1996, 5: 301~328
22 石纯一,黄昌宁.人工智能原理.北京:清华大学出版社,1993
23 陆汝钤.人工智能.北京:科学出版社,1996
24 张尧庭,杜劲松.人工智能中的概率统计方法.北京:科学出版社,1998
25 汪荣贵,张佑生,彭青松.分组样本下 Bayes 网络条件概率的学习算法.小型微型计算机系统,2002,23(6):687~689
26 汪荣贵,张佑生,高隽,彭青松.用 Bayes 网络检测航空影象中的三维结构体.系统仿真学报,2003,15(10):1434~1438
27 http://www.ai.mit.edu/~murphyk/Software/BNT/bnt.html
28 http://www.norsys.com/net_library.htm
29 http://www.auai.org/