

基于几何相似的模糊插值推理

王天江 卢正鼎 李 凡

(华中科技大学计算机学院 武汉430074)

摘 要 模糊推理中广泛采用的合成推理规则(CRI)要求规则库必须是稠密的。但在稀疏规则库的条件下,当输入的事实落入规则“空隙”时,采用传统的CRI方法是得不到任何推理结果的。为此Koczy和Hirota首先提出了KH线性插值推理方法,但推理结果存在着凸性和正规性等问题。许多学者又提出了不同的插值推理方法,它们有不同的特点,但从实际应用角度看,都还比较复杂。Koczy等又提出了改进的KH插值推理方法,这种方法虽然保证了凸性和正规性,但推理结果不够好。本文中我们提出了一种基于几何相似的插值推理方法。该方法能很好地保证推理结果的凸性和正规性,并且推理简单,推理结果较好。这为智能系统中的模糊推理提供了一个十分有用的工具。

关键词 模糊推理,插值推理,模糊集,几何相似,稀疏规则

Fuzzy Interpolative Reasoning Based on Geometric Similarity

WANG Tian-Jiang LU Zheng-Ding LI Fan

(College of Computer, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract The composition rule of inference(CRI)that is used widely in fuzzy reasoning demands that rule base is dense. But when rule base is sparse, we cannot get any reasoning result by traditional CRI method for an observation is in the gap between two neighboring antecedents. Hence Koczy and Hirota first proposed KH linear interpolative reasoning method. But its consequence does not always keep convexity and normality. Several various conceptually different methods have been proposed in the last past years for interpolating between sparse fuzzy rules which have different characteristics. However, they are rather complicated from a practical point of view. Koczy et al further proposed an improved KH interpolative reasoning method. Although it can keep the convexity and normality of the reasoning result, the effect of its reasoning result is not satisfied. In this paper we propose an interpolative reasoning method based on geometric similarity that can keep the convexity and normality of the reasoning result better and by which reasoning is simple, effect of reasoning is better. It devotes a useful tool for fuzzy reasoning in intelligent systems.

Keywords Fuzzy reasoning, Interpolative reasoning, Fuzzy set, Geometric similarity, Sparse rule base

1 引言

模糊推理^[1]是模糊控制、模糊专家系统,模糊决策支持系统等智能系统中的重要组成部分。为了解决模糊推理的问题,Zadeh于1975年提出了合成推理规则(CRI)^[2],并被广泛使用。但合成推理要求规则库必须是稠密的,即规则的前件必须完全覆盖输入论域。只有这样,CRI方法才能得到满意的推理结果。然而,当模糊规则库呈稀疏状态时,即规则库不能完全覆盖输入论域,两个相邻规则的前件之间就会出现“空隙”。这样,当输入事实落入规则前件的“空隙”时,采用传统的CRI方法就不能得到任何推理结果。有学者已经证明采用插值法也可得到与CRI方法相同的推理结果,即模糊推理本质上就是插值器^[3]。Koczy和Hirota首先提出了稀疏规则条件下的KH插值推理方法^[4,5]。但不久就有许多学者指出这种方法的一些不足,比如在许多情况下,采用该方法所得到的推理结果的隶属函数是非凸的和非正常的。因此,在过去的几年里,许多学者提出了一些KH插值推理方法使用的限制条件和一些从不同思路考虑的插值推理方法,它们有不同的特点,但从实际应用角度看,都比较复杂。Koczy等又提出了改进的KH插值推理方法^[6],但推理结果不够满意。

为了在稀疏规则条件下能有高效且推理效果好的推理方法,本文提出了一种基于几何相似的插值推理方法,这种推理方法所得到的插值推理结论 B^* 都是正规凸模糊集,而且从实际应用角度看,其算法简单,推理效果较好。

为了讨论的方便,先定义如下几个概念。

定义1 假定 A_1, A_2 是论域 U 上的模糊集,若 $A_1 \cap A_2 = \emptyset$,则称 A_1, A_2 是不相连的。

定义2 假定 $A = \{A_i \rightarrow B_i | 0 \leq i \leq n\}$ 为规则库(A_i 为模糊规则前件),假定 $A_1 < A_2 < \dots < A_i < A_{i+1} < \dots < A_n$,若存在 $0 < i < n$, A_i, A_{i+1} 是不相连的,则称规则库 A 是稀疏的。

定义3 假定 $A = \{A_i \rightarrow B_i | 0 \leq i \leq n\}$ 为规则库(A_i 为模糊规则前件),假设 $A_1 < A_2 < \dots < A_i < A_{i+1} < \dots < A_n$,若对于任意的 $0 < i < n$, $A_i \cap A_{i+1} \neq \emptyset$,则称规则库 A 是稠密的。

2 KH插值推理及改进的KH插值推理的分析

Koczy和Hirota在文[4,5]中提出的线性插值推理(简称为KH线性插值推理)的基本机理可简述如下:

定义4 假定 A_1, A_2 是论域 U 上的模糊集,且 $A_1 < A_2$,即对于任意的 $\alpha \in [0, 1]$,有 $\inf\{A_{1\alpha}\} < \inf\{A_{2\alpha}\}$, $\sup\{A_{1\alpha}\} < \sup\{A_{2\alpha}\}$ 则 α 截集 $A_{1\alpha}$ 和 $A_{2\alpha}$ 之间的下限距离和上限距离分别定

*)本课题得到国家高性能计算基金(00303)和华中科技大学科学研究基金(M99015)资助。王天江 博士研究生,主要研究领域为人工生命,面向信息网络的智能应用,模糊推理,遗传算法。卢正鼎 教授,博士生导师,主要研究领域为计算机辅助软件工程,智能信息系统。李 凡 教授,主要研究领域为人工智能,模糊信息处理,自动推理,遗传算法。

义如下:

$$d_L(A_{1\alpha}, A_{2\alpha}) = d(\inf\{A_{1\alpha}\}, \inf\{A_{2\alpha}\}) \quad (1)$$

$$d_U(A_{1\alpha}, A_{2\alpha}) = d(\sup\{A_{1\alpha}\}, \sup\{A_{2\alpha}\}) \quad (2)$$

其中 d 是欧氏距离, 或者更一般地可以是闵可夫斯基距离。

定义5 假定 $A_1 \rightarrow B_1, A_2 \rightarrow B_2$ 是论域 $U \times V$ 上的不相连的两个模糊规则, A_1, A_2 和 B_1, B_2 分别是 U 和 V 上的模糊集, 假定 A^* 是论域 U 上的一个输入事实, 如果 $A_1 < A^* < A_2$, 则两个模糊规则之间的线性插值定义为:

$$d_L(A_{1\alpha}, A_{1\alpha}^*) : d_L(A_{1\alpha}^*, A_{2\alpha}) = d_L(B_{1\alpha}, B_{1\alpha}^*) : d_L(B_{1\alpha}^*, B_{2\alpha}) \quad (3)$$

$$d_U(A_{1\alpha}, A_{1\alpha}^*) : d_U(A_{1\alpha}^*, A_{2\alpha}) = d_U(B_{1\alpha}, B_{1\alpha}^*) : d_U(B_{1\alpha}^*, B_{2\alpha}) \quad (4)$$

其中 $\alpha \in [0, 1]$, 将式(1)和式(2)分别代入式(3)和式(4), 即可得到:

$$\inf\{B_{1\alpha}^*\} = \frac{d_L(A_{1\alpha}, A_{1\alpha}^*) \inf\{B_{2\alpha}\} + d_L(A_{1\alpha}^*, A_{2\alpha}) \inf\{B_{1\alpha}\}}{d_L(A_{1\alpha}, A_{1\alpha}^*) + d_L(A_{1\alpha}^*, A_{2\alpha})} \quad (5)$$

$$\sup\{B_{1\alpha}^*\} = \frac{d_L(A_{1\alpha}, A_{1\alpha}^*) \sup\{B_{2\alpha}\} + d_L(A_{1\alpha}^*, A_{2\alpha}) \sup\{B_{1\alpha}\}}{d_L(A_{1\alpha}, A_{1\alpha}^*) + d_L(A_{1\alpha}^*, A_{2\alpha})} \quad (6)$$

当在两个不相连的模糊规则 $A_1 \rightarrow B_1$ 和 $A_2 \rightarrow B_2$ 的两个前件 A_1, A_2 之间插入一个与 A_1, A_2 不相连的输入事实 A^* 时, 对于式(5), (6)给出的所有 $\inf\{B_{1\alpha}^*\}$ 和 $\sup\{B_{1\alpha}^*\}$ $\alpha \in [0, 1]$, 运用分解原理, 可以得到推理结论 B^* 。

让我们仔细分析一下 KH 线性插值推理, 式(5), 式(6)一般来说是一个双曲函数, 也就是说, 在许多情况下, 插值结果 B^* 是一个非凸的模糊集。甚至有时候 B^* 还不是通常的模糊集。这是因为 $\inf\{B_{1\alpha}^*\} < \inf\{B_{1\alpha}\}$ (或者 $\sup\{B_{1\alpha}^*\} > \sup\{B_{1\alpha}\}$) 这样的极端情形在实际应用中是经常会遇到的。如图1所示。图中 B^* 的隶属函数是一个非正常的模糊集。

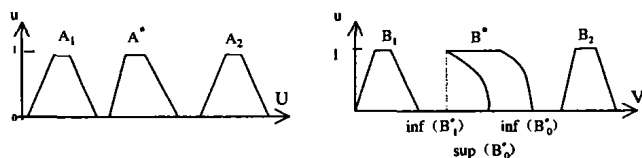


图1 KH 线性插值的插值结果

为了解决这个问题, Kawase 和 Chen^[7], 以及 Shi 和 Mizumoto^[8] 都提出了一些使用 KH 线性插值推理的限制条件以便得到正规和凸的模糊集。进一步 Baranyi, Tikk, Yam, Koczy 和 Nadai 又提出了一个改进的 KH 插值推理方法^[6], 从而得到正规和凸的推理结果, 以避免非正常推理结果的出现。下面我们对改进的 KH 插值推理方法做一个简要分析。

在分析改进的 KH 插值推理方法以及讨论本文提出的基于几何相似的插值推理方法时, 我们都假设推理规则的前件和后件都是分段线性的 CNF 集, 它由特征点 $a_i (i = -m, \dots, n)$ 所描述, 如图2所示。

$a_L = (a_{-m}, \dots, a_0)$ 和 $a_R = (a_0, \dots, a_n)$ 表示了模糊集 A 的左边和右边特征点。由于 A 是 CNF 集, 所以有 $a_i \leq a_j, i \leq j \in [-m, n]$ 。 a_0 是模糊集 A 中最重要的参考点, 如果 A 的核中只有一个点, 则选择该点, 否则可选择核中的任意一点。由于该方法的左边和右边的推理相似, 我们只讨论右边的情形。左边同理可得。

KH 线性插值推理又可以描述为下面的形式:

$$b^* = (I - \lambda A) b_1 + \lambda A b_2 \quad (7)$$

其中, I 是单位矩阵且

$$\lambda_k = \frac{a_k^* - a_{1k}}{a_{2k} - a_{1k}} \quad (k = 0, \dots, n) \quad (8)$$

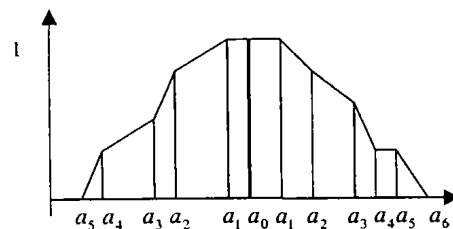


图2 分段线性 CNF 集 A 的表示

考虑两条插值规则 $A_1 \rightarrow B_1$ 和 $A_2 \rightarrow B_2$, A_1, A_2, B_1 和 B_2 的右边特征点分别表示为: $a_{1R} = (a_{10}, \dots, a_{1n})$, $a_{2R} = (a_{20}, \dots, a_{2n})$, $b_{1R} = (b_{10}, \dots, b_{1n})$ 和 $b_{2R} = (b_{20}, \dots, b_{2n})$

为了解决 KH 方法中存在的问题, 改进的 KH 插值推理方法提出首先转换特征点到一个新的坐标系:

$$b'_0 = b_0 \cdot \sqrt{n+1}$$

...

$$b'_k = (b_k - b_{k-1}) \cdot \sqrt{n-k+1} \quad k = 2, \dots, n-1 \quad (9)$$

...

$$b'_n = b_n - b_{n-1}$$

然后通过公式(7)和(8), 用 KH 方法在新坐标系下进行插值推理如下:

$$b'_k = (1 - \lambda_k) b'_{1k} + \lambda_k b'_{2k} \quad (10)$$

最后将推理结果转换回原来的坐标系如下:

$$b_i = \sum_{j=0}^i (b'_j / \sqrt{n-i+1}) \quad (11)$$

经过改进的 KH 插值推理方法这三步计算插值得到的推理结果克服了 KH 插值推理方法中的凸性和正规性问题。算法也保持了 KH 插值推理方法的简单性。但它的推理结果却不能令人满意, 这在后面的比较分析中, 我们将讨论和说明这个问题。

为了使稀疏规则条件下的插值推理既能保持凸性和正规性又有满意的推理结果, 同时推理方法的算法简单, 推理效率高, 下面提出了一种基于几何相似的插值推理方法, 这种基于几何相似插值推理方法所得到的插值推理结果 B^* 都将是正规凸模糊集。而且从实际应用角度看, 其算法简单, 推理效果较好。

3 基于几何相似的插值推理方法

几何相似是我们在判断、分析和推测事物时常用的一种方法。从几何形状上看, 分段线性的 CNF 集由许多个梯形或三角形(可看成是上底为0的特殊梯形)所组成。考虑两条推理规则 $A_1 \rightarrow B_1, A_2 \rightarrow B_2$, 我们认为输入事实 A^* 与 A_1 和 A_2 之间的某种几何相似性, 在 B^* 与 B_1 和 B_2 之间也应该存在, 从而以输入事实中每个梯形所围成的几何面积占规则前件所围成的几何面积的比例以及中心特征点之间的关系为插值依据形成了基于几何相似的插值推理方法。

定义6 假定 $A_1 \rightarrow B_1, A_2 \rightarrow B_2$ 是论域 $U \times V$ 上的不相连的两个模糊规则, 且 A_1, A_2 和 B_1, B_2 分别是 U 和 V 上的模糊集, 设 A^* 是论域 U 上的输入事实, 如果 $A_1 < A^* < A_2$ 且 $a_{10}, a_0^*, a_{20}, b_{10}, b_0^*$ 和 b_{20} 分别是 A_1, A^*, A_2, B_1, B^* 和 B_2 的中心特征点; $S_{A1i}, S_{A^*i}, S_{A2i}, S_{B1i}, S_{B^*i}, S_{B2i}$ 分别是 A_1, A^*, A_2, B_1, B^* 和 B_2 的隶属函数中第 i 个梯形所围成的面积, 则两个模糊规则之间的基于几何相似的插值定义为:

$$\frac{S_{A^*k}}{S_{A1k}+S_{A2k}}=\frac{S_{B^*k}}{S_{B1k}+S_{B2k}} \quad (0 \leq k \leq n, \text{ 或 } -m \leq k \leq 0) \quad (12)$$

$$\frac{a^*-a_{10}}{a_{20}-a_0}=\frac{b^*-b_{10}}{b_{20}-b_0} \quad (13)$$

由于其左边和右边的计算过程相似,我们只讨论右边的情形。左边同理可得。图3给出了基于几何相似的插值方法的几何说明。

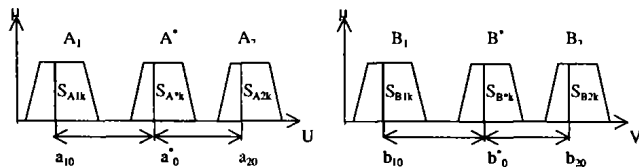


图3 基于几何相似的插值推理方法的几何说明

根据梯形面积的计算公式,代入式(12)整理得:

$$b_k^*=b_{k-1}^*+\frac{(a_k^*-a_{k-1}^*)(b_{1k}-b_{1k-1}+b_{2k}-b_{2k-1})}{a_{1k}-a_{1k-1}+a_{2k}-a_{2k-1}} \quad (0 \leq k \leq n) \quad (14)$$

由式(12)整理得:

$$b_0^*=\frac{(a_0^*-a_{10})b_{20}+(a_{20}-a_0^*)b_{10}}{a_{20}-a_{10}} \quad (15)$$

从式(14)和式(15)我们知道,我们的基于几何相似的插值推理方法的具体计算过程是很简单的。

定理1 基于几何相似的插值推理方法在 CNF 集条件下,总能得到凸且正规的推理结果。

证明:我们知道推理结果的特征点向量中各分量如满足下式,则是凸的^[6]:

$$b_i^* \leq b_j^* \quad \forall i \leq j \in [0, n] \quad (16)$$

由于推理规则和输入事实都为 CNF 集,由式(14)有:

$$b_k^*-b_{k-1}^*=\frac{(a_k^*-a_{k-1}^*)(b_{1k}-b_{1k-1}+b_{2k}-b_{2k-1})}{a_{1k}-a_{1k-1}+a_{2k}-a_{2k-1}} \geq 0 \quad (0 \leq k \leq n)$$

所以满足式(16),从而推理结果 B^* 是凸的。另一方面,由于推理规则和输入事实都为 CNF 集,所以有 $\mu_{B1}(b_{10})=1$ 和 $\mu_{B2}(b_{20})=1$,至少有 b_0^* ,满足 $\mu_{B^*}(b_0^*)=1$,从而推理结果 B^* 是正规的,从而定理得证。

所以本文给出的基于几何相似的插值推理方法所得到的推理结果是凸且正规的,而且算法简单,效率高。

4 基于几何相似的插值方法与 KH 插值方法以及改进的 KH 插值方法的比较

4.1 凸性和正规性

从上面的分析可以看出,KH 插值推理方法在许多情况下不满足凸性和正规性。改进的 KH 插值推理方法满足凸性和正规性^[6]。我们的基于几何相似的插值推理方法也满足凸性和正规性。

4.2 计算效率和复杂度

根据式(7),KH 插值推理方法计算 b_k^* 需要4个加减运算,3个乘除运算;将式(9),式(10)和式(11)进行整理和化简后,改进的 KH 插值推理方法可表示成下面形式:

$$b_0^*=((a_{20}-a_0^*)b_{10}+(a_0^*-a_{10})b_{20})/(a_{20}-a_{10})$$

$$b_k^*=b_{k-1}^*+((a_{2k}-a_k^*)(b_{1k}-b_{1k-1})+(a_k^*-a_{1k})(b_{2k}-b_{2k-1}))/((a_{2k}-a_{1k}))$$

它计算 b_k^* 需要7个加减运算,3个乘运算;我们的基于几何相似的插值推理方法,根据式(14),计算 b_k^* 共需8个加减运算,2

个乘除运算。

如果推理规则的模糊集有 n 个特征点,则执行一条插值推理所需计算量是上面分析的单点计算量的 n 倍。下表给出它们推理结果的计算量比较。

表1 插值推理方法计算量的比较

	加减运算	乘除运算
KH 插值推理方法	$4 \times n$	$3 \times n$
改进的 KH 插值推理方法	$7 \times n$	$3 \times n$
基于几何相似的插值推理方法	$8 \times n$	$2 \times n$

如果把乘除运算与加减运算等同看待的话,我们的基于几何相似的插值推理方法的运算量等于改进的 KH 插值推理方法的运算量。如果在有些情况下,乘除运算所需时间大于加减运算,我们提出的基于几何相似的插值推理方法的计算效率则高于改进的 KH 插值推理方法。

4.3 插值的物理意义解释

KH 插值推理方法是根据 α -截集的下确界和下确界之间分别成线性关系,意义明确;改进的 KH 插值推理方法为了满足凸性和正规性,对特征点做坐标变换等数学处理,所以没有直观的物理意义解释;我们的基于几何相似的插值推理方法,是以模糊集隶属函数图形的几何相似性为基础,有着明显直观的物理意义解释。

4.4 推理效果

对推理效果,我们通过一个实例来分析说明。

下面给出一个实际例子。以说明基于几何相似的插值推理方法,并与 KH 插值推理方法和改进的 KH 插值推理方法进行比较。实例中的两条推理规则和输入事实由下图给出。

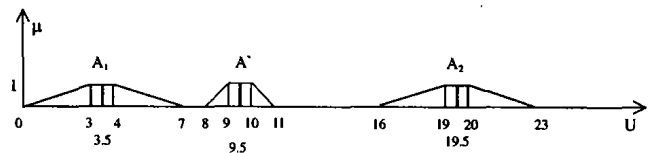


图4 实例中推理规则的前件和输入事实

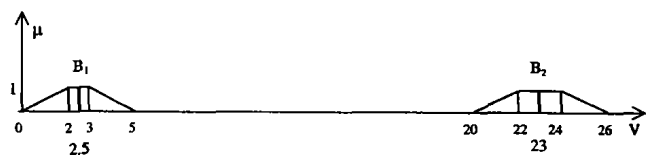


图5 实例中推理规则的后件

根据式(7)(8)(9)(10)(11)(14)(15),几种推理方法的推理结果特征点如表2所示。

表2 几种插值推理方法推理结果的特征点

	b_{-2}^*	b_{-1}^*	b_0^*	b_1^*	b_2^*
KH 推理方法	10	9.5	10.19	10.88	10.25
改进的 KH 推理方法	7.5	9.5	10.19	10.88	12.88
基于几何相似的推理方法	8.77	9.44	10.19	10.94	11.6

为了便于比较,图6~图8给出推理结果的图形表示。

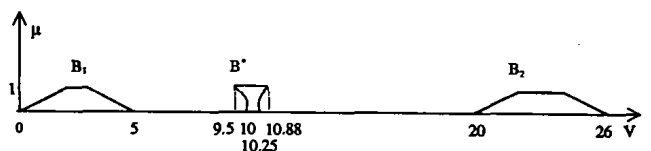


图6 KH 推理方法的推理结果

验结果表明,基于竞争机制的连续 Hopfield 神经网络矢量量

化算法具有更好的性能以及强大的并行处理能力。



(a)

(b)

(c)

(d)

(a): 分块大小为 4×4 的 LBG 算法还原图 (PSNR=31.6784)

(b): 分块大小为 8×8 的 LBG 算法还原图 (PSNR=28.1905)

(c): 分块大小为 4×4 的竞争连续 Hopfield 算法还原图 (PSNR=33.9675)

(d): 分块大小为 8×8 的竞争连续 Hopfield 算法还原图 (PSNR=30.5310)

图2 码书 $c=256$ 时两种算法压缩还原图对比

参考文献

- 1 Linde Y, Buzo A, Gray R M. An algorithm for vector quantization design. IEEE Trans on Communications, 1980, COM-28(1): 84~95
- 2 Suganthan P N, Teoh E K, Mital D P. Optimal mapping of graph homomorphism onto self organizing Hopfield network[J]. Image and Vision Computing, 1997, 15: 679~694
- 3 Suganthan P N, Teoh E K, Mital D P. Pattern recognition by homomorphic graph matching using Hopfield neural networks[J]. Image and Vision Computing, 1995, 13: 45~60
- 4 Shen Dinggang, Horace H S Ip. A Hopfield neural network for adaptive image segmentation: An active surface paradigm[J]. Pattern Recognition Letters, 1997, 18: 37~48
- 5 Campadelli P, Medici D, Schettini R. Color image segmentation us-

ing Hopfield networks[J]. Image and Vision Computing, 1997, 15: 161~166

- 6 Zhou Changhe, Liu Liren. Vector-product Hopfield model[J]. Optics Communications, 1999, 168: 445~455
- 7 Chang C-Y, Chung P-C. Medical image segmentation using a contextual - constraint - based Hopfield neural cube[J]. Image and Vision Computing, 2001, 19: 669~678
- 8 Chen R-M, Huang Y-M. Competitive neural network to solve scheduling problems[J]. Neurocomputing, 2001, 37: 177~196
- 9 Kurita N, Funahashi K-I. On the Hopfield Neural Networks and Mean Field Theory[J]. Neural Networks, 1996, 9(9): 1531~1540
- 10 Talavan P M, Javier. Parameter setting of the Hopfield network applied to TSP[J]. Neural Networks, 2002, 15: 363~373
- 11 Nasrabadi N M, King R A. Image Coding Using Vector Quantization: a Review. IEEE Trans on Commun., 1988, 36(8): 957~971

(上接第171页)

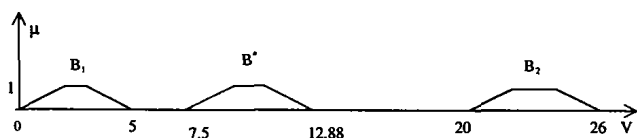


图7 改进的 KH 推理方法的推理结果

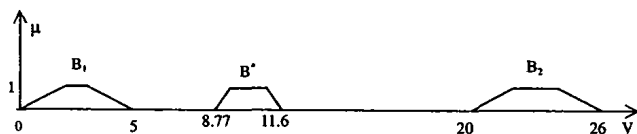


图8 基于几何相似的推理方法的推理结果

通过对以上推理结果图形的对照比较,我们的基于几何相似的推理方法的良好推理效果是显而易见的。从输入事实和推理结果与规则间图形的关系,可以明显看出基于几何相似的推理方法的推理结果远优于改进的 KH 插值推理方法的推理结果和 KH 线性插值推理方法所获得的推理结果,从图中可看出,基于几何相似的推理方法的推理结果 B^* 与 A^* 的关系和推理规则中 B_1 与 A_1 , B_2 与 A_2 的关系一致;而且 B^* 与 B_1, B_2 的关系和 A^* 与 A_1, A_2 的关系也完全一致。但改进的 KH 插值推理方法却没有这种关系的一致性。这也表明我们的基于几何相似的推理方法更能得到满意的推理结果。

结论 Koczy 和 Hirota 提出的 KH 线性插值推理方法的推理结果在许多情况下是非凸的,甚至不是模糊集。而改进的 KH 插值推理方法的推理结果不够满意。本文在相似性原理的基础上,提出了基于几何相似的插值推理方法,推理结果具有凸性和正规性,该方法既具有计算方法上的简单与高效,又有满意的推理结果,而且插值方法具有直观的物理意义解释。这为智能系统在稀疏规则条件下进行模糊推理提供了一个十分有用的工具。

参考文献

- 1 李凡. 模糊信息处理系统. 北京: 北京大学出版社, 1998
- 2 Zadeh L A. The Concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning Part I, II, III. Information Science, 1975, 8: 199~251, 301~357, 1975, 9: 43~80
- 3 李洪兴. 模糊控制的插值机理. 中国科学(E 辑), 1998, 28(3): 259~267
- 4 Koczy L T, Hirota K. Interpolative reasoning with insufficient evidence in sparse fuzzy rule bases. Information Sciences, 1993, 71(1, 2): 169~201
- 5 Koczy L T, Hirota K. Approximate reasoning by linear rule interpolation and general approximation. International Journal of Approximate Reasoning, 1993, 9(3): 197~225
- 6 Baranyi P, Tikk D, Yam Y, Koczy L T, Nadai L. A new method for avoiding abnormal conclusion for α -cut based rule interpolation. IEEE International Fuzzy Systems Conference Proceedings, 1999, 8: 383~388
- 7 Kawase S, Chen Q. On fuzzy reasoning by Koczy's linear rule interpolation: [Technical report]. Teikyo Heisei University, Ichihara, 1996
- 8 Shi Y, Mizumoto M. Some considerations on Koczy's interpolative reasoning method. Journal SOFT, 1996, 8: 147~157