

基于 Vague 集模糊推理的多评价指标模糊决策方法

王天江 卢正鼎

(华中科技大学计算机学院 武汉430074)

摘要 目前在智能领域中对 Vague 集的研究已越来越广泛与深入,并运用于决策问题中,有学者已把 Vague 集用于多评价指标的模糊决策中,但其决策方法在某些时候却难以得到目标。为此,本文提出了一个基于 Vague 集模糊推理的多评价指标模糊决策方法。在这个方法中,从基于 Vague 集的模糊推理的观点来看待模糊决策问题。将评价指标和候选方案之间的关系用一组基于 Vague 集的推理规则来表示,将决策者的要求用一组 Vague 集来表示,经过模糊推理等过程最后得到决策结果。然后还给出了一个实例说明这种多评价指标模糊决策方法。这个基于 Vague 集模糊推理的多评价指标模糊决策方法的提出为决策系统提供了一个有用的工具。

关键词 Vague 集,模糊推理,模糊决策,多评价指标

Multicriteria Fuzzy Decision Making Method by Using Approximate Reasoning Based on Vague Set

WANG Tian-Jiang LU Zheng-Ding

(College of Computer, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract At present in the area of intelligence it is more and more widely and deeply to research Vague set. Vague set is being used into decision making. Some scholars have researched multicriteria fuzzy decision making methods by using Vague set theory. But the result does not be gotten by them in some conditions. Hence, we propose a multicriteria fuzzy decision making method by using approximate reasoning based on vague set. The fuzzy decision making is treated in the view of approximate reasoning based on vague set. The relation between multicriteria and alternative are represented to a group of reasoning rules, requirements of decision maker are represented to a vague set. Through approximate reasoning and some other procedures we can get best choice from the alternatives. And then an example is also presented to illustrate the application of the proposed multicriteria fuzzy decision making method by using approximate reasoning based on vague set. This multicriteria fuzzy decision making method by using approximate reasoning based on vague set provides a useful tool for multicriteria fuzzy decision making system.

Keywords Vague set, Approximate reasoning, Fuzzy decision making, Multicriteria

1 引言

自从 Zadeh 提出 Fuzzy 集理论^[1]以来, Fuzzy 集理论就被用于模糊决策问题^[2]。许多学者研究了这个问题^[3]。但在实际应用中,也发现它存在一些问题,为此, Gau 等在文^[4]中提出了 Vague 集的概念,目前在智能领域中 Vague 集得到了广泛深入的研究与应用。有学者把 Vague 集用于多评价指标的模糊决策^[5],但其决策方法在某些时候却难以得到目标。为此,本文提出了一个基于 Vague 集模糊推理的多评价指标模糊决策方法。从基于 Vague 集的模糊推理的观点来看待模糊决策问题,将评价指标和候选方案之间的关系用一组基于 Vague 集的推理规则来表示,将决策者的要求用一组 Vague 集来表示,经过模糊推理等过程最后得到决策结果。最后还给出了一个实例说明这种多评价指标模糊决策方法。

2 基于 Vague 集的多评价指标模糊决策

在多个候选方案中,如何选择最满足一组评价指标的方案的问题,是多评价指标决策问题,而用 Vague 集进行描述和评价候选方案并进行决策问题就是基于 Vague 集的

多评价指标模糊决策问题。下面给出基于 Vague 集的多评价指标模糊决策问题的形式描述^[5]:

定义1 设 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ 是一组候选方案, $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ 是一组评价指标。候选方案 A_i 满足评价指标的程度用 Vague 集表示如下:

$$A_i = \{(C_1, [t_{i1}, (1-f_{i1})]), (C_2, [t_{i2}, (1-f_{i2})]), \dots, (C_n, [t_{in}, (1-f_{in})])\}$$

其中, t_{ij} 表示候选方案 A_i 满足评价指标 C_j 的程度, f_{ij} 表示候选方案 A_i 不满足评价指标 C_j 的程度, $t_{ij} \in [0, 1], f_{ij} \in [0, 1], t_{ij} + f_{ij} \leq 1, 1 \leq j \leq n, 1 \leq i \leq m$ 。

如果决策者希望选择一个候选方案,满足评价指标 C_1, C_2, \dots, C_p 或者满足评价指标 C_s , 即, 决策要求为表达式: $C_1 \text{ AND } C_2 \text{ AND } \dots \text{ AND } C_p \text{ OR } C_s$

基于 Vague 集的多评价指标模糊决策问题,就是要从用 Vague 集表示满足评价指标程度的候选方案中如何选出满足决策者要求的最佳方案来。

现已有学者提出基于 Vague 集的多评价指标模糊决策方法,但存在一些问题。在分析已有的两种基于 Vague 集的多评价指标模糊决策方法的基础上,我们提出了一个新的基

王天江 博士,副教授,主要研究领域为人工智能,面向信息网络的智能应用,模糊推理,遗传算法。卢正鼎 教授,博士生导师,主要研究领域为计算机辅助软件工程,智能信息系统。

于 Vague 集模糊推理的多评价指标模糊决策方法。

2.1 Chen 等的和 Hong 等的决策方法

Chen 等^[6]提出了一种基于 Vague 集的多评价指标模糊决策方法: 候选方案满足 A, 决策者要求的程度, 用下面的 E 函数来表示:

$$E(A_i) = ([t_{ij}, t_{ij}^*] \wedge [t_{ik}, t_{ik}^*] \wedge \dots \wedge [t_{ip}, t_{ip}^*]) \vee [t_{ii}, t_{ii}^*] = [t_{A_i}, t_{A_i}^*] = [t_{A_i}, 1 - f_{A_i}]$$

其中, \wedge 和 \vee 分别表示 Vague 值的最小和最大操作符, $E(A_i)$ 是一个 Vague 值, $1 \leq i \leq m$, 并且有: $t_{A_i} = \max(\min(t_{ij}, t_{ik}, \dots, t_{ip}, t_{ii}), t_{A_i}^* = \max(\min(t_{ij}^*, t_{ik}^*, \dots, t_{ip}^*, t_{ii}^*))$

他用函数 $S(E(A_i)) = t_{A_i} + t_{A_i}^* - 1$ 来表示 A, 满足决策者的要求的适合度, 其中, $S(x) = t_x - f_x, S(x) \in [-1, +1]$ 。

如果 $S(E(A_i)) = p_i$ 是 p_1, p_2, \dots, p_m 的最大值, 则候选方案 A, 是最适合决策者的选择方案。按照该方法, 有时无法得到决策结果。

例 设 A_1 和 A_2 是两个候选方案, C_1, C_2, C_3 是三个评价指标。候选方案满足评价指标的程度用 Vague 集表示如下:

$$A_1 = \{(C_1, [0, 1]), (C_2, [0, 1]), (C_3, [0, 1])\}$$

$$A_2 = \{(C_1, [0.5, 0.5]), (C_2, [0.5, 0.5]), (C_3, [0.5, 0.5])\}$$

现在要选出一种方案, 满足 C_1 和 C_2 或者 C_3 。按 Chen 等的决策方法:

$$E(A_1) = ([0, 1] \wedge [0, 1]) \vee [0, 1] = [0, 1]$$

$$E(A_2) = ([0.5, 0.5] \wedge [0.5, 0.5]) \vee [0.5, 0.5] = [0.5, 0.5]$$

$$\{(C_1, [1, 1]), (C_2, [0, 0]), \dots, (C_n, [0, 0])\} \rightarrow \{(A_1, [t_{11}, 1 - f_{11}]), (A_2, [t_{21}, 1 - f_{21}]), \dots, (A_m, [t_{m1}, 1 - f_{m1}])\}$$

$$\{(C_1, [0, 0]), (C_2, [1, 1]), \dots, (C_n, [0, 0])\} \rightarrow \{(A_1, [t_{12}, 1 - f_{12}]), (A_2, [t_{22}, 1 - f_{22}]), \dots, (A_m, [t_{m2}, 1 - f_{m2}])\}$$

M

$$\{(C_1, [0, 0]), (C_2, [0, 0]), \dots, (C_n, [1, 1])\} \rightarrow \{(A_1, [t_{1n}, 1 - f_{1n}]), (A_2, [t_{2n}, 1 - f_{2n}]), \dots, (A_m, [t_{mn}, 1 - f_{mn}])\}$$

当决策者提出一个决策要求时, 利用我们在文[7]中提出的基于 Vague 集的模糊推理方法, 根据式(1)给出的推理规则, 推理后得到决策结果。首先, 简述一下我们的推理方法。

定义2 设 A 和 B 是两个 Vague 集, A 和 B 之间的相似程度可由如下的函数 T 进行计算:

$$T(A, B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - \frac{|S(V_A(u_i)) - S(V_B(u_i))|}{4} - \frac{|t_A(u_i) - t_B(u_i)| + |f_A(u_i) - f_B(u_i)|}{4}) \quad (2)$$

定义3 对于两个 Vague 集 A 和 B, 它们的相似性方向定义为如果关于 A 的信息的精确性高于关于 B 的信息的精确性, 称 A 正向相似于 B, 否则, 则称 A 负向相似于 B。

定义4 假定 A, B 是两个 Vague 集, 它们的相似性方向可用如下的 D 函数来判断:

$$D(A, B) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [(t_A(u_i) - t_B(u_i)) + (f_B(u_i) - f_A(u_i))] \quad (3)$$

若 $D(A, B) \geq 0$, 则 A 正向相似于 B, 若 $D(A, B) < 0$, 则 A 负向相似于 B。

由推理规则 $A \rightarrow B$ 和 A^* 推出结果 B^* 的过程可按如下步骤进行:

1) 匹配规则, 由式(2)计算相似程度 $T(A^*, A_i)$, 令 $T(A^*, A_i) = T_i$, 如果 $T_i > 0$, 则进行下面的步骤, 否则放弃该条规则;

2) 判断 A^* 到 A_i 的相似性方向, 由式(3)计算相似性方向 $D(A^*, A_i) = D_i$;

3) 推理结果 B_i^* 的各分量可由下式得到:

$$S(E(A_1)) = 0 + 1 - 1 = 0$$

$$S(E(A_2)) = 0.5 + 0.5 - 1 = 0$$

这时, $S(E(A_1)) = S(E(A_2)) = 0$, 不能得出决策结果。为了解决这种决策方法中出现的问题, D. H. Hong 等提出了一个改进方法^[5]:

Hong 等提出用精确度函数 $H(E(A_i)) = t_{A_i} + f_{A_i}$ 代替 $S(E(A_i))$ 来进行决策, 其中, $H(x) = t_x + f_x, x = [t_x, 1 - f_x]$ 是 Vague 值。

若将 H 函数用于前例, 有: $H(E(A_1)) = 0, H(E(A_2)) = 1$ 。在这种情况下, Hong 等提出, 决策者可以根据需要, 选择精确度高的或者低的方案。

仔细分析上面的推理方法, 不难看出, 它们是从分别考虑每个指标的满足情况, 而得到的决策方法, 而没有从整体上去看问题, 因此容易出现推不出决策结果或者决策不够准确的情况。下面我们提出一种新的决策方案, 从所有评价指标的整体上来分析候选方案的优劣, 利用模糊推理的方法进行决策, 从而达到更好地决策的目的。

2.2 基于 Vague 集推理的多评价指标决策方法

我们提出的基于 Vague 集推理的多评价指标决策方法, 是将基于 Vague 集的多评价指标模糊决策问题转化为一组基于 Vague 集的模糊推理规则, 每条规则表示分别考虑每一个评价指标时, 选择每个候选方案的可能性和不可能性:

$$t_{B^*}(v_j) = \begin{cases} t_{B_i}(v_j)^T, & \text{当 } T_i \geq 0.5 \text{ 且 } D_i \geq 0 \\ t_{B_i}(v_j)^{\frac{1}{T_i}}, & \text{当 } T_i \geq 0.5 \text{ 且 } D_i < 0 \\ t_{B_i}(v_j)T_i, & \text{当 } T_i < 0.5 \end{cases} \quad (4)$$

$$f_{B^*}(v_j) = \begin{cases} 1 - (1 - f_{B_i}(v_j))^T, & \text{当 } T_i \geq 0.5 \text{ 且 } D_i \geq 0 \\ 1 - (1 - f_{B_i}(v_j))^{\frac{1}{T_i}}, & \text{当 } T_i \geq 0.5 \text{ 且 } D_i < 0 \\ 1 - T_i + f_{B_i}(v_j)T_i, & \text{当 } T_i < 0.5 \end{cases} \quad (5)$$

当所有的规则都进行推理后, 最终的推理结果可由如下的合成运算得到:

$$B^* = \dots \cup B_i^* \cup \dots \cup B_j^* \cup \dots \cup B_i^* \dots \quad (6)$$

运用上面的推理方法, 我们就可以进行决策。当决策者提出决策要求 C_{j1} AND C_{j2} AND \dots AND C_{jn} , 首先将它用 Vague 集表示成:

$$A^* = \{(C_{j1}, [0, 0]), \dots, (C_{j1}, [1, 1]), (C_{j2}, [1, 1]), \dots, (C_{jn}, [1, 1]), \dots, (C_n, [0, 0])\} \quad (7)$$

运用 A^* 和上面得到的规则(式(1))逐一进行推理而得到每条规则的推理结果 $B_i^*, 1 \leq i \leq n$, 然后再对所有的推理结果做合成运算, 从而得到最终的推理结果 B^* 。

推理结果 B^* 还是一个 Vague 集, 还不能直接得到最佳选择方案。为了得到多评价指标决策结果, 还需对推理结果 B^* 进行非模糊化处理:

设 $U(A_i)$ 为候选方案 A_i 的可选择性, 我们可以按下式计算 $U(A_i)$:

$$U(A_i) = t_{B^*}(A_i) - f_{B^*}(A_i) + \frac{1}{2} (1 - (t_{B^*}(A_i) + f_{B^*}(A_i))) \quad (8)$$

再计算 $U(A_i)$ 的最大值:

$$U(A_i) = \max[U(A_i)] \quad (9)$$

(下转封四)

(上接第 149 页)

则候选方案 A_k 是我们的决策方法所选出的最佳选择。

我们的决策方法从整体上去考虑对各个评价指标的满足程度,将基于 Vague 集的模糊推理运用到了决策问题当中,从而决策更加准确,同时克服了已有决策方法在某些情况下得不到结果的问题。

3 实例分析

为了对比,以说明我们的方法,下面将对 2.1 节中给出的例子用上面我们的基于 Vague 集推理的决策方法来进行决策。

首先根据式(1),将决策条件转化为如下的用 Vague 集表示的一组推理规则:

$$\begin{aligned} & \{(C_1, [1, 1]), (C_2, [0, 0]), (C_3, [0, 0])\} \rightarrow \{(A_1, [0, 1]), \\ & (A_2, [0.5, 0.5])\} \\ & \{(C_1, [0, 0]), (C_2, [1, 1]), (C_3, [0, 0])\} \rightarrow \{(A_1, [0, 1]), \\ & (A_2, [0.5, 0.5])\} \\ & \{(C_1, [0, 0]), (C_2, [0, 0]), (C_3, [1, 1])\} \rightarrow \{(A_1, [0, 1]), \\ & (A_2, [0.5, 0.5])\} \end{aligned} \quad (10)$$

由式(7),将决策者的要求表示成如下的 Vague 集:

$$A_1^* = \{(C_1, [1, 1]), (C_2, [1, 1]), (C_3, [0, 0])\}$$

$$\text{或者 } A_2^* = \{(C_1, [0, 0]), (C_2, [0, 0]), (C_3, [1, 1])\}$$

1) 由 A_1^* 按推理规则(式(10))进行推理

由式(2)可得到:

$$T_1 = \frac{1}{3} \left(\left(1 - \frac{|-1-1|}{4} - \frac{|0|+|0|}{4} \right) + \left(1 - \frac{|-1-1|}{4} - \frac{|1|+|1|}{4} \right) + \left(1 - \frac{|-1+1|}{4} - \frac{|0|+|0|}{4} \right) \right) = \frac{2}{3}$$

$$T_2 = \frac{1}{3} \left(\left(1 - \frac{|-1-1|}{4} - \frac{|1|+|1|}{4} \right) + \left(1 - \frac{|-1-1|}{4} - \frac{|0|+|0|}{4} \right) + \left(1 - \frac{|-1+1|}{4} - \frac{|0|+|0|}{4} \right) \right) = \frac{2}{3}$$

$$T_3 = \frac{1}{3} \left(\left(1 - \frac{|-1-1|}{4} - \frac{|1|+|1|}{4} \right) + \left(1 - \frac{|-1-1|}{4} - \frac{|-1-1|}{4} - \frac{|1|+|1|}{4} \right) + \left(1 - \frac{|-1+1|}{4} - \frac{|1|+|1|}{4} \right) \right) = 0$$

由式(3)可得到:

$$D_1(A^*, U_1) = \frac{1}{6} ((0+0) + (1+1) + (0+0)) = \frac{1}{3}$$

$$D_2(A^*, U_2) = \frac{1}{6} ((1+1) + (0+0) + (0+0)) = \frac{1}{3}$$

$$D_3(A^*, U_3) = \frac{1}{6} ((1+1) + (1+1) + (-1-1)) = \frac{1}{3}$$

由式(4)和式(5)得到:

$$B_1^* = \{A_1[0, 1], A_2[0.63, 0.63]\}$$

$$B_2^* = \{A_1[0, 1], A_2[0.63, 0.63]\}$$

由于 $T_3=0$,根据推理步骤 1,放弃按规则 3 的推理。

由式(6)得到:

$$B^* = B_1^* \cup B_2^* = \{A_1[0, 1], A_2[0.63, 0.63]\}$$

对推理结果进行非模糊化,由式(8)得到:

$$U(A_1) = 0 - 0 + \frac{1}{2}(1 - (0+0)) = 0.5$$

$$U(A_2) = 0.63 - 0.37 + \frac{1}{2}(1 - (0.63 + 0.37)) = 0.26$$

根据式(9)我们有:

$$U_{\max}(A_1^*) = \max(U(A_1), U(A_2)) = 0.5 = U(A_1)$$

2) 由 A_2^* 按推理规则(式(10))进行推理

推理过程与由 A_1^* 进行推理的过程相同,故略。最后得到:

$$U(A_1) = 0.5, U(A_2) = 0$$

$$U_{\max}(A_2^*) = \max(U(A_1), U(A_2)) = 0.5 = U(A_1)$$

最后取 $U_{\max}(A_1^*)$ 和 $U_{\max}(A_2^*)$ 中的最大值,可以得出候选方案 A_1 为所选最佳方案。

结论 本文针对已有的基于 Vague 集的多评价指标模糊决策方法存在的问题,提出了一个基于 Vague 集模糊推理的多评价指标模糊决策方法。在这个方法中,从基于 Vague 集的模糊推理的观点来看待模糊决策问题。将评价指标和候选方案之间的关系用一组基于 Vague 集的推理规则来表示,将决策者的要求用一组 Vague 集来表示,经过模糊推理等过程最后得到决策结果。然后还给出了一个实例说明这种多评价指标模糊决策方法。这个基于 Vague 集模糊推理的多评价指标模糊决策方法的提出,为决策系统提供了一个有用的工具。

参考文献

- 1 Zadeh L A. Fuzzy Sets. Information and Control, 1965, 8: 338~356
- 2 Bellman R, Zadeh L A. Decision making in a fuzzy environment. Management Science, 1990, 17: 141~164
- 3 Zimmermann H J. Fuzzy sets Decision making and expert systems. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1987
- 4 Gau W L, Buehrer D J. Vague sets. IEEE Trans. Systems Man Cybernet, 1993, 23: 610~614
- 5 Hong D H, Choi C H. Multicriteria fuzzy decision making problems based on Vague set theory. Fuzzy set and System, 2000, 114: 103~113
- 6 Chen S M, Tan J M. Handling multicriteria fuzzy decision making problems based on Vague set theory. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 67: 163~172
- 7 王天江, 卢正鼎, 李凡. 基于 Vague 集的双向近似推理. 计算机科学, 2003, 30: 74~77

计算机科学

(1974年1月创刊)

第31卷第5期(月刊)

2004年5月25日出版

ISSN 1002-137X
CN50-1075/TP

定价: 20.00元 国外定价: 5美元

邮发代号: 78-68

发行范围: 国内外公开

主管单位: 国家科学技术部

主办单位: 国家科技部西南信息中心

编辑出版: 《计算机科学》杂志社

重庆市渝中区胜利路132号 邮政编码: 400013

电话: (023) 63500828 E-mail: jsjxx@swic.ac.cn

社长: 牟炳林

主编: 彭丹

副主编: 朱宗元

印刷者: 重庆科情印务有限公司

总发行处: 重庆市邮政局

订购处: 全国各地邮政局

国外总发行: 中国国际图书贸易总公司(北京399信箱)

国外代号: 6210-MO