

## 非共享多测量向量的稀疏表示分类模型

蔡体健<sup>1,2</sup> 樊晓平<sup>2</sup> 陈志杰<sup>2</sup> 廖志芳<sup>3</sup>

(华东交通大学信息工程学院 南昌 330013)<sup>1</sup> (中南大学信息科学与工程学院 长沙 410075)<sup>2</sup>

(中南大学软件学院 长沙 410075)<sup>3</sup>

**摘要** 多测量向量的联合稀疏重构要求多个源信号共享相同的稀疏结构,但实际应用中较难得到具有完全相同的稀疏结构的测量信号。为了降低非共享稀疏结构对 MMV 模型联合稀疏重构的影响,文中提出了一种改进贪婪类联合稀疏重构算法的方法。该方法在每次迭代时并不要求各测量向量选择相同的表示原子,而是要求选择同一类的表示原子。改进后的算法可用于非共享多测量向量的稀疏表示分类。基于模拟数据和标准人脸库数据的实验结果表明,改进后的模型可有效提高稀疏表示的分类性能。

**关键词** 压缩感知,多测量向量,共享稀疏结构,稀疏表示分类

**中图法分类号** TP751.1 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.03.041

### Sparse Representation Classification Model Based on Non-shared Multiple Measurement Vectors

CAI Ti-jian<sup>1,2</sup> FAN Xiao-ping<sup>2</sup> CHEN Zhi-jie<sup>2</sup> LIAO Zhi-fang<sup>3</sup>

(School of Information Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)<sup>1</sup>

(School of Information and Science Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)<sup>2</sup>

(School of Software, Central South University, Changsha 410075, China)<sup>3</sup>

**Abstract** Simultaneous sparse reconstruction of multiple measurement vectors(MMV) requires that the multiple measurement signals share the same sparse structure. However, it is difficult to get the measurement signals exactly sharing same sparse structure in practical applications. In order to reduce the influence of non-shared sparse structure on simultaneous sparse reconstruction of MMV model, this paper proposed a method to improve simultaneous sparse reconstruction algorithms belonging to greedy series. At each iteration, the method does not require that each measurement vector chooses the same representation atoms, but requires selecting representation atoms in the same class. The improved algorithm can be used for sparse representation classification of non-shared multiple measurement vectors. Experiments on simulated data and standard face database show that the improved model can effectively improve the performance of sparse representation classification.

**Keywords** Compressed sensing, Multiple measurement vector, Shared sparse structure, Sparse representation classification

现有的压缩感知(Compressed Sensing, CS)算法大都从单重测量信号中恢复稀疏信号源,即为单重测量向量(Single Measurement Vector, SMV)模型。而实际应用中出现更多的是多重测量向量(Multiple Measurement Vectors, MMV)情形,即从多重测量向量中恢复未知稀疏信号源。大量的研究表明,MMV 模型可有效提高信号恢复的性能。文献[1]提出在无噪声的情况下,若多测量向量个数  $T$  小于表示原子的个数  $N$ ,且表示系数非零元素的个数小于  $(N+T)/2$ ,则其解是唯一的,该结论将解的唯一性条件的上界从  $(N+1)/2$  增加到了  $(N+T)/2$ 。文献[2]证明,在一些适度的假设条件下,信号恢复的正确率可以随着测量向量数  $T$  的增加呈指数倍增

加。文献[3]给出了 MMV 稀疏重构的平均情况分析,指出在较温和的条件下,MMV 的平均重构性能优于 SMV。

文献[4]总结了 MMV 模型联合稀疏重构的两个基本假设条件,即要求源信号是  $K$  稀疏的;并且  $T$  个源信号共享相同的稀疏结构。也就是要求多个信号(或者它们的稀疏表示系数)的非零元素的位置保持一致,或者某个信号(或者其稀疏表示系数)的非零元素的位置在多次测量中均保持不变。为满足假设条件,在实际应用中,需寻找稀疏结构共享的多测量信号来实现联合稀疏重构。例如,文献[5]利用彩色多光谱图像波段间的边缘和变换的相似性,基于不同波段的图像具有相同的小波系数,因而具有相同的稀疏结构,实现了 MMV

到稿日期:2017-02-09 返修日期:2017-04-16 本文受国家自然科学基金(61662024,61762037),江西省教育厅项目(GJJ160512),江西省普通本科高校中青年骨干教师发展计划访问学者专项资金项目(赣教办函[2016]109号),南昌市传感器网络和压缩感知知识创新团队(2016T75)资助。

蔡体健(1968—),女,博士,副教授,主要研究方向为智能信息处理、压缩感知、深度学习,E-mail:lao\_cai68@126.com(通信作者);樊晓平(1961—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为无线传感器网络、智能信息处理、系统与控制理论等;陈志杰(1968—),男,博士生,高级工程师,主要研究方向为数据挖掘、模式识别与人工智能;廖志芳(1968—),女,博士,副教授,主要研究方向为数据挖掘、社会网络、计算机网络。

的联合稀疏重构;文献[6]针对高光谱图像的多通道特性,利用谱间信号的关联性,通过图结构化稀疏度表征空谱相关性,实现了图结构稀疏的MMV联合稀疏重构;文献[7]利用多聚焦图像的相关性,根据图像小波变换后的区域特征进行图像融合。此外,还有利用传感器阵列源<sup>[8]</sup>、合成孔径雷达图像<sup>[9]</sup>、视频图像序列等信号的共享稀疏结构。但是实际应用中很难得到具有完全相同的稀疏结构的测量向量,其原因主要是信号的稀疏性结构具有(慢)时变性或者信号特征描述空间时具有局限性。例如在DOA估计中,目标的来波方向在不停地变化,满足相同的稀疏性假设条件的信号源向量数很少。因此,在MMV模型中,一般的稀疏性假设只对较少的测量向量数 $T$ 成立。为此,有研究者提出了一些能消除非共享稀疏结构对联合稀疏重构影响的方法,例如文献[9]指出,SAR图像距离的徙动使得SAR各脉冲回波的一维距离像具有不完全相同的稀疏结构,为此该文提出对这种距离徙动进行补偿,以提高稀疏结构的共享度,从而提高MMV联合稀疏重构的性能。

为了削减非共享稀疏结构对MMV联合稀疏重构的影响,本文提出了一种可应用于贪婪类算法的非共享稀疏结构的MMV联合重构方法。该方法不要求多测量向量共享稀疏结构,也就是MMV模型可以不满假设条件即可实际联合稀疏重构,这样可以充分利用多测量向量所提供的信息,提高稀疏表示分类的性能。

## 1 MMV模型

在CS理论<sup>[10]</sup>中,测量向量 $y \in \mathbb{R}^M$ 被表示为测量矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 的若干个表示原子的稀疏线性组合, $y = \Phi x$ , $x \in \mathbb{R}^N$ 是 $K$ 稀疏信号,其中 $K \ll M \ll N$ 。稀疏重构的目标是在已知 $y$ 和 $\Phi$ 的条件下精确重构 $x$ 。传统的CS是从单重观测信号中恢复稀疏信号源,即SMV问题。但是在实际应用中,更多存在的是多重观测信号的情形,即MMV问题,对应如下 $T$ 个欠定方程:

$$y^{(t)} = \Phi^{(t)} x^{(t)}, t=1, 2, \dots, T \quad (1)$$

其中, $y^{(t)} \in \mathbb{R}^M (t=1, 2, \dots, T)$ 是 $T$ 个测量向量,一般 $T < M$ , $x^{(t)} \in \mathbb{R}^N (t=1, 2, \dots, T)$ 为相应的表示系数, $\Phi^{(t)} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 是测量矩阵。在MMV模型中,一般地,矩阵 $\Phi$ 对每一个测量向量都是相同的,因此欠定方程可重写为以下矩阵形式:

$$Y = \Phi X \quad (2)$$

其中, $Y = [y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(T)}]$ , $X = [x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(T)}]$ 。

为了实现MMV的联合稀疏重构,源信号 $x$ 需要满足以下两个条件:

- 1) 源信号 $x^{(t)} (t=1, 2, \dots, T)$ 是 $K$ 稀疏的;
- 2)  $T$ 个源信号 $x^{(t)} (t=1, 2, \dots, T)$ 共享相同的稀疏结构,即各源信号的非零元素的位置相同,也就是多个表示系数的非零元素在同一行,测量向量共享相同的稀疏结构。

MMV模型的求解目标是以最少的表示原子数同时表示多个测量。为了描述此问题,文献[11]定义了一个行支撑集的概念,表示系数矩阵的行支撑集被定义为非零行的索引集合,准确描述如下:

$$\text{rowsupp}(X) = \{i \in [1, N]: \exists j, x_{ij} \neq 0\} \quad (3)$$

矩阵的 $\ell_0$ 行范数为矩阵中非零行的个数:

$$\|X\|_{\text{row-}0} = \left| \bigcup_{i=1}^T \text{supp}(x_i) \right| \quad (4)$$

MMV模型需要获得最小的行支撑集,因而所求解的最优化问题可描述为:

$$\hat{X} = \arg \min_X \|Y - \Phi X\|_F \quad \text{s. t.} \quad \|X\|_{\text{row-}0} < T_h \quad (5)$$

其中, $T_h$ 是行稀疏阈值。为了有效求解,一般将此有约束问题转换成以下无约束最优化问题:

$$\hat{X} = \arg \min_X \{ \|Y - \Phi X\|_F + \lambda \sum_i J_{p,q}(X) \} \quad (6)$$

其中, $J_{p,q}(X) = \sum_i (\|x_{i,\cdot}\|_q)^p$ , $x_{i,\cdot}$ 代表 $X$ 的第 $i$ 行。此惩罚函数先对表示系数矩阵的各行求 $\ell_q$ 范数,一般 $q \geq 2$ ,可促使行内系数稠密;然后对各行的范数值再求 $\ell_p$ 范数,一般 $p \leq 1$ ,以促使行间系数稀疏。这种惩罚函数能使得表示系数集中在某些行,从而得到较小的行支撑集。

## 2 非共享稀疏结构的MMV模型

如果多重测量向量能够共享稀疏结构,那么人们可以利用此先验信息来约束表示原子的选择,以提高联合稀疏重构的性能。但是实际应用中较难得到稀疏结构完全相同的测量向量,满足共享稀疏结构假设条件的信号源很少,这些测量向量即使是对同一事物进行观测,也不一定能共享稀疏结构。可能的原因有:1)实际信号的稀疏性结构具有时变性;2)信号的高维性使得同一类信号的特征空间也可能存在较大差距,如同一个人在不同情形下拍摄的照片可能存在很大差距;3)特征描述空间的局限性,使得测量矩阵中缺少特征描述原子,造成特征描述不全面。可见,稀疏结构完全相同的测量向量是较难获得的,在MMV模型中,一般的稀疏性假设只对较少的测量向量数成立。实际应用中,常常遇到的是非共享稀疏结构的多测量向量。

### 2.1 模型的一般表示

若多重测量向量仅有部分向量共享稀疏结构,那么可以根据其稀疏结构将多重测量向量进行分组,对应表示系数矩阵的各行被划分成块集 $\mathcal{B}$ , $\mathcal{B} = (B_1, B_2, \dots, B_b)$ ,则可得到MMV模型的一般表示形式:

$$\hat{X} = \arg \min_X \{ \|Y - \Phi X\|_F + \lambda \sum_i \sum_{B \in \mathcal{B}} (\|X_{i,B}\|_q)^p \} \quad (7)$$

其中, $X_{i,B}$ 是表示系数矩阵第 $i$ 行第 $B \in \mathcal{B}$ 块的元素集,同一块内的稀疏特性是共享的;表示系数各行的块集 $\mathcal{B} = (B_1, B_2, \dots, B_b)$ 可以由单元素构成。若各表示系数内部又进一步被划分成组集 $\mathcal{G}$ , $\mathcal{G} = (G_1, G_2, \dots, G_j)$ ,则可以得到式(7)的更一般表示形式。

$$\hat{X} = \arg \min_X \{ \|Y - \Phi X\|_F + \lambda \sum_{G \in \mathcal{G}} \sum_{B \in \mathcal{B}} (\|X_{G,B}\|_q)^p \} \quad (8)$$

其中, $X_{G,B}$ 表示系数矩阵中的第 $G$ 组第 $B$ 块的元素集。

### 2.2 非共享MMV的稀疏表示分类模型

下面对非共享MMV的稀疏表示分类模型进行研究。稀疏表示分类模型(Sparse Representation-based Classification, SRC)<sup>[12]</sup>旨在解决目标识别问题,它是将一个目标识别问题转变为一个稀疏表示问题,即将待测数据 $y$ 表示成联合子空间 $\Phi$ 的稀疏线性组合 $y = \Phi x$ ,其中 $y \in \mathbb{R}^M$ , $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$ , $x \in$

$\mathbb{R}^N$ , 然后根据重构的表示系数  $\hat{x}$  进行分类。

传统的 SRC 模型的测量向量是单个的。但是从直觉上来讲, 对同一对象进行观测得到的多重观测信号所提供的信息量明显多于单个观测信号, 即使这多个观测信号并不共享稀疏结构, 它们也应该可以提供更多的有效信息。这些增加的信息量如果能得到有效利用, 则可以提高稀疏分类性能。

在 SRC 模型的数据字典中, 同类的训练样本集中排列。若多个测量向量是对同一对象的观测, 那么它们的表示原子应该集中于测量矩阵的某个区域, 对应的表示系数非 0, 但非 0 元素并不一定在同一行, 即并不共享稀疏结构。如图 1 所示, 表示系数矩阵的非 0 项集中在某一类别, 但是表示系数矩阵的各列之间并不共享稀疏结构。我们可以利用此先验的结构信息来提高稀疏分类的精度。

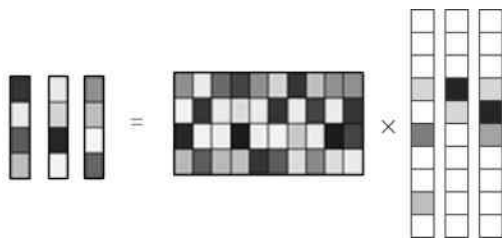


图 1 非共享 MMV 稀疏表示分类模型示意图

Fig. 1 Non-shared MMV sparse representation classification model

### 3 非共享 MMV 模型的算法实现

MMV 模型的实现算法可以通过扩展 SMV 算法得到。常用的贪婪类 MMV 的主要算法包括 MMV-OMP 算法、SOMP (Simultaneous Orthogonal Matching Pursuit, SOMP) 算法、MMV-StructOMP 算法<sup>[13]</sup> 等, 其主要思想是通过迭代方法计算  $X$  的支撑。为了有效利用非共享稀疏结构的多测量向量, 下面改进贪婪类 MMV 算法, 以实现非共享的 MMV 稀疏重构。

贪婪类 MMV 算法 (MMV-Greedy Algorithm, MMV-GA) 适用于共享稀疏结构的 MMV 模型。算法在每次迭代中计算测量矩阵  $\Phi$  与残差矩阵  $R$  的内积  $\Phi^T R$ , 并对  $\Phi^T R$  的行向量求和或求  $q$  范数, 选择值最大的原子作为多个测量向量共同的表示原子。若多个测量向量的稀疏结构并不相同, 则强制各测量向量使用相同的原子进行表示并不能得到精确的稀疏表示。

在 MMV-GA 算法的基础上, 非共享 MMV 贪婪类算法 (No-Shared MMV-Greedy Algorithm, NSMMV-GA) 针对非共享 MMV 稀疏表示分类模型而设计。首先将测量矩阵  $\Phi$  分成  $L$  个类别, 即  $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_L]$ , 其中  $\Phi_l \in \mathbb{R}^{M \times m}$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ , 若  $N = L \times m$ , 则  $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 。在每次迭代时, 并不要求各测量向量选择相同的表示原子, 也不强制要求是同一行的表示系数, 而要求各个测量向量选择同一类的表示原子, 对应的表示系数集中在某区域。NSMMV-GA 算法的具体执行步骤如下。

#### 算法 1 NSMMV-GA 算法

输入: 测量矩阵  $\Phi = [\Phi_1, \dots, \Phi_L]$ ,  $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$ , 测量向量集  $Y \in \mathbb{R}^{M \times T}$ , 误差容限  $\epsilon$  或稀疏阈值  $K$

输出: 活动集索引  $\Lambda_k$ , 残差  $R_k$ , 表示系数  $X_k \in \mathbb{R}^{M \times T}$

Step1 初始化: 残差  $R_0 = Y$ ,  $\Lambda_0 = \emptyset$ , 迭代计数  $k=1$

Step2 while(  $\|R_k\|_F \geq \epsilon$  or  $k \leq K$ )

Step3 获得第  $t(t=1, 2, \dots, T)$  个测量向量与第  $l(l=1, 2, \dots, L)$  类训练样本的最大内积值与索引

$$[v_{il}^{(k)}, \eta_{il}^{(k)}] = \arg \max \langle \Phi_l, R_{k-1} e_t \rangle, \Phi_l = [\varphi_1, \dots, \varphi_m]$$

其中,  $v_{il}^{(k)}$  是最大内积值,  $\eta_{il}^{(k)}$  是最大内积索引,  $\Phi_l$  是第  $l$  类的表示原子,  $e_t$  是标准单位矩阵中的第  $t$  个基向量,  $R_{k-1} e_t$  是第  $k-1$  次迭代时的第  $t$  个测量向量的残差。

Step4 获得内积和最大的类别号:

$$\lambda_k = \arg \max_{l=1, 2, 3, \dots, L} \sum_{t=1}^T v_{il}^{(k)}$$

Step5 令  $\eta_k = [\eta_{k1}^{(k)}, \dots, \eta_{kT}^{(k)}]$ ,  $\Lambda_k = \Lambda_{k-1} \cup \eta_k$ , 更新活动集  $\Phi_{\Lambda_k}$

Step6 计算活动集  $\Phi_{\Lambda_k}$  的正交投影矩阵  $P_k = \Phi_{\Lambda_k} \Phi_{\Lambda_k}^\dagger$

Step7 更新残差  $R_k = Y - P_k Y$ , 更新  $k = k + 1$

Step8 end

Step9 估计稀疏系数  $X_k = \Phi_{\Lambda_k}^\dagger Y$

NSMMV-GA 算法在每次迭代过程中允许多个测量向量选择不同的表示原子, 但基于已知多个测量向量是同一类别这个先验信息, 须限制选中的原子为相同类别的原子, 具体的选择策略是: 在 Step3 中获得每个测量向量与各类训练样本的最大内积索引,  $\eta_{il}^{(k)} = \arg \max \langle \Phi_l, R_{k-1} e_t \rangle$ ,  $\Phi_l = [\varphi_1, \dots, \varphi_m]$ ; Step4 求各类的内积和, 然后选择内积和最大的类  $\lambda_k = \arg \max_{l=1, 2, 3, \dots, L} \sum_{t=1}^T v_{il}^{(k)}$ , 这种方法是将对表示原子的选择转变为对类别的选择; Step5 将选中类别的  $T$  个最大内积的表示系数组合成一个行向量  $\eta_k = [\eta_{k1}^{(k)}, \dots, \eta_{kT}^{(k)}]$ , 这个行向量实际上是由从不同行中选择的元素构成的; 最后将此行向量并入索引集  $\Lambda_k = \Lambda_{k-1} \cup \eta_k$ , 并更新活动集  $\Phi_{\Lambda_k}$ , 如此往复, 直到满足迭代终止条件。

NSMMV-GA 算法并不强制要求多个测量向量共用同一个表示原子, 这符合非共享稀疏结构的实际情况; NSMMV-GA 算法限制每次迭代各测量向量时必须选择同类的原子, 以使算法适用于稀疏表示分类的应用。此外, Step4 计算各类的内积和, 相当于求各类内积的 1 范数, 而更为普通的形式是求各类内积的  $q$  范数  $\lambda_k = \arg \max_{l=1, 2, 3, \dots, L} \|\sum_{t=1}^T v_{il}^{(k)}\|_q$ ,  $q$  的取值还有待进一步研究。

### 4 实验及分析

本节通过模拟数据和标准人脸库数据进行 MMV 联合稀疏重构实验, 以研究共享稀疏结构与非共享稀疏结构的多重测量向量对稀疏重构的影响。比较 MMV-GA 算法、NSMMV-GA 算法在不同场合下的稀疏重构性能。实验使用华硕笔记本电脑, i7-4700HQ 的 CPU, 四核 2.4GHz, 4GB 内存, 基于 x64 处理器的 Windows8 操作系统。

#### 4.1 模拟数据实验

参照文献[11]进行模拟实验, 以验证共享稀疏结构和非共享稀疏结构对 MMV 联合稀疏重构的影响。此实验中选用 Dirac-Fourier 为测量矩阵, 此矩阵由脉冲信号和傅里叶核信号构成, 大小为  $n \times 2n$ , 当  $w = 1, \dots, n$  时,  $\varphi_w[t] = \delta_w[t]$ ; 当  $w = n+1, \dots, 2n$  时,  $\varphi_w[t] = e^{-2\pi i w t / d}$ , 默认情况下信号的维数

$n=128$ 。表示系数  $x$  是零均值、单位方差的高斯随机数。模拟实验使用 MMV-GA 算法来进行联合稀疏重构,由于已知模拟信号都是由测量矩阵中  $K$  个原子组合而成的,因此将迭代的最大次数设置为  $K$ 。

首先,验证共享稀疏结构的测量向量对 MMV 联合稀疏重构的影响。从测量矩阵中选择相同的  $K$  个原子来构造  $T$  ( $T>1$ ) 个观测信号,构造时使用的表示系数选用零均值、单位方差的高斯随机数。任意一个观测信号  $Y_j$  可表示为:

$$Y_j = \sum_{i=1}^T x_{ij} \varphi_{wi} \quad (9)$$

由于这些观测信号是由相同的原子组合而成的,因此它们共享相同的稀疏结构。本实验使测量向量的个数  $T$  从 1 变化到 6,并改变表示系数中非零元素的个数  $K$ ,以考查测量向量个数和信号稀疏度对数据重构的影响。以原信号和重构信号的汉明距离来衡量信号重构的精度,汉明距离是两个相同长度的数据对应位不同的数量百分比。汉明距离为 0 时,表明信号完全被正确地重构;汉明距离为 1 时,表明没有一个元素被正确重构。对于每组参数,做 1000 次独立的实验,并给出实验结果的平均值。图 2 给出随着测量向量个数  $T$  的增加,不同稀疏度  $K$  下重构信号与原始信号的平均汉明距离。可以看出,随着测量向量个数的增加,平均的汉明距离明显减小,这说明增加具有相同稀疏结构的测量向量的个数可有效提高系统的重构性能。

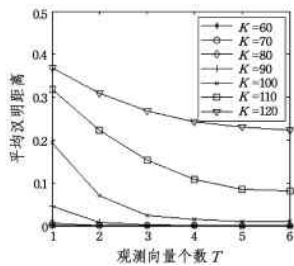


图 2 相同原子构造的多测量向量的联合稀疏重构

Fig. 2 Simultaneous sparse reconstruction of multi-measurement vectors constructed from same atoms

反之,若  $T$  个观测信号是由不同的原子组合而成,则  $T$  个观测信号的稀疏结构是非共享的。重复以上实验,所得到的结果如图 3 所示。可以看出,当观测向量为 2 个及以上时,重构的汉明距离明显增大,并且随着观测向量个数的增加,汉明距离增大。实验结果证明,非共享稀疏结构的观测向量不利于联合稀疏重构。

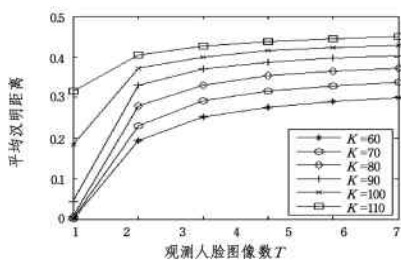


图 3 不同原子构造的多测量向量的联合稀疏重构

Fig. 3 Simultaneous sparse reconstruction of multi-measurement vectors constructed from different atoms

#### 4.2 标准人脸库的人脸识别实验

本节实验所用的数据库包括 AR 剪裁的人脸库和 Extended YaleB 人脸库。AR 库中共有 100 个人的 2600 幅图像,将其平分为两个子集,每个子集中每人有标准照,以及不同表情、光照,戴墨镜、围巾的照片;Extended YaleB 人脸库中共有 38 个人,每人 64 张图片,共 2414 张(其中有 18 张图片被损坏)不同光照的人脸图像,根据光照角度的不同,所有图像被分为 5 个子集。为运行方便,对所有图像进行剪裁,使用下采样降维,对测量矩阵进行了二范数规范化处理。

##### 4.2.1 AR 人脸库上的人脸识别实验

为了观察测量向量数对稀疏分类性能的影响,应用 AR 人脸库做人脸识别实验。首先将 AR 库的图像下采样为  $540 \times 1$ ,从 AR 子集 1 中为每人选取 9 张图片作为训练集,包括一张标准照和不同表情、光照、戴墨镜和围巾的照片各两张;从子集 2 中随机产生测试集,每次重构所用的测试数据是从同类图片中任选 1~7 张,每种测试都产生 1400 组测试数据,其中一半用于调试参数,另一半用于测试。MMV-GA 算法、NSMMV-GA 算法使用相同的参数分别实现 MMV 的联合稀疏重构(简单起见,算法中的  $q$  范数皆设为 1 范数);然后通过重构的表示系数计算各类的非线性逼近误差,并采用最近邻(Nearest Neighbor, NN)进行分类。为了进行比较,还使用贪婪算法(Greedy Algorithm, GA)对多张测试图片分别进行 SMV 重构,然后采用  $K$  近邻( $K$ -Nearest Neighbor, KNN)方法进行分类。实验结果如图 4 所示。可以看出,增加观测图片数时,这 3 种方法得到的人脸识别错误率都有明显降低,MMV-GA 算法和 NSMMV-GA 算法优于 SMV-GA 算法。MMV-GA 算法也得益于测试图片的增加,可能的原因是:同一人的照片总有共同特征,即有一部分表示原子是共享的。但是多个观测图片也存在部分非共享的表示原子,因此 NSMMV-GA 算法获得了最好的识别结果,NSMMV-GA 算法比 MMV-GA 算法能更适应这种一般情况。特别是随着观测人脸图像数的增加,NSMMV-GA 和 MMV-GA 算法之间的差距越来越大。SMV-GA 算法、MMV-GA 算法和 NSMMV-GA 算法的平均识别时间分别为 0.49s, 0.19s, 0.29s, 其中 SMV-GA 稀疏重构算法需要运行  $T$  次,因此运行时间最长。

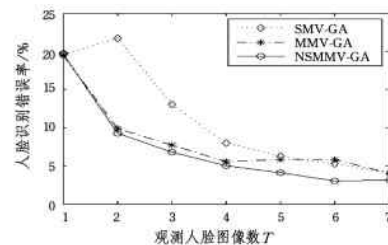


图 4 在 AR 库上的人脸识别结果

Fig. 4 Face recognition results on AR

##### 4.2.2 Extended YaleB 人脸库上的人脸识别实验

为了考查多个测量向量对稀疏表示分类的影响,在 Extended YaleB 人脸库上进行人脸识别实验。在子集 3(光照角度为  $26^\circ \sim 50^\circ$ )中为每人选择 12 张图片作为训练集,在子集 4

(光照角度为  $51^\circ \sim 77^\circ$ ) 中选择 526 张图片作为测试集, 每次重构所用的观测数据是从同类的图片中随机选择 1~7 张, 每种测试都产生 1500 组测试数据, 其中 500 组用于调试参数, 1000 组用于测试。使用 SMV-GA 算法、MMV-GA 算法和 NSMMV-GA 算法进行稀疏重构, 结果如图 5 和图 6 所示。图 5 给出了观测人脸图像数对平均人脸识别率的影响, 可以看出, 随着观测人脸图像的增加, NSMMV-GA 算法的人脸识别率稳步提升, 明显优于其他两种方法。图 6 给出了图像维数对人脸识别率的影响, 可以发现, 当测试人脸图像数由 1 变为 3 时, 人脸识别率有明显的提升, 其后的提升效果有限。此外, 由图 6 也可以发现, 观测人脸图片数的变化对人脸识别的影响明显大于数据维数的变化。

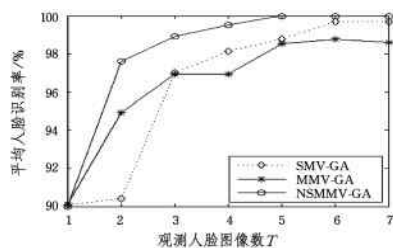


图 5 观测人脸图像数  $T$  对人脸识别率的影响

Fig. 5 Influence of the number of face images on face recognition rate

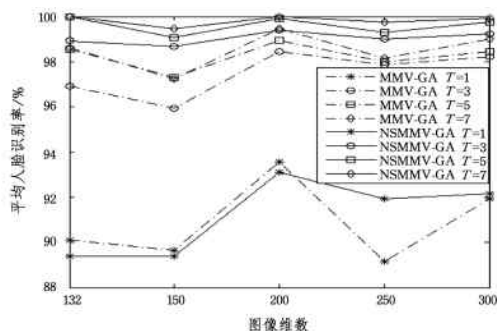


图 6 图像维数对人脸识别率的影响

Fig. 6 Influence of dimensions of face image on face recognition rate

**结束语** 本文通过模拟实验证明了 MMV 模型联合稀疏重构所需要的假设条件的合理性, 即当多重观测信号共享稀疏结构时, MMV 模型优于 SMV 模型; 但当多重观测信号的稀疏结构不同时, MMV 模型并不能优化 SMV 模型。为了有效利用稀疏结构不同的观测信号, 本文提出了 NSMMV-GA 算法, 该算法允许各测量向量选用不同的表示原子, 但要求各表示原子属于同一类, 从而合理地约束了表示原子的选择。本文通过标准人脸库的实验, 证实了该方法可以提高非共享 MMV 的稀疏表示分类性能。

## 参考文献

[1] COTTER S F, RAO B D, ENGAN K, et al. Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(7): 2477-2488.

[2] TANG G, NEHORAI A. Performance analysis for sparse support recovery[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 56(3): 1383-1399.

[3] EL-DAR Y C, RAUHUT H. Average case analysis of multichannel sparse recovery using convex relaxation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(1): 505-519.

[4] WANG F S, ZHANG L R, ZHOU Y. Multiple measurement vectors for compressed sensing: model and algorithms analysis[J]. Signal Processing, 2012, 28(6): 785-792. (in Chinese) 王法松, 张林让, 周宇. 压缩感知的多重测量向量模型与算法分析[J]. 信号处理, 2012, 28(6): 785-792.

[5] KANG C, XU W. Color single-pixel imaging based on multiple measurement vectors model[J]. Optical Engineering, 2016, 55(3): 33103.

[6] SUN Y B, LI H, WU M, et al. Compressed sensing reconstruction of hyperspectral image using the graph sparsity regularized multiple measurement vector model[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(12): 2942-2948. (in Chinese) 孙玉宝, 李欢, 吴敏, 等. 基于图稀疏正则化多测量向量模型的高光谱压缩感知重建[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(12): 2942-2948.

[7] CAO Y Q, HE Y F, HUANG X S. Multi-focus image fusion algorithm based on compressed sensing and regional characteristics[J]. Computer Science, 2017, 44(1): 295-299. (in Chinese) 曹义亲, 贺亚飞, 黄晓生. 基于区域特性的压缩感知多聚焦融合算法[J]. 计算机科学, 2017, 44(1): 295-299.

[8] WANG Y J, LIN Y G. Adaptive acoustic source localization based on compressed sensing[J]. Computer Engineering and Applications, 2016, 52(14): 62-66. (in Chinese) 王耀军, 林勇刚. 压缩感知下的自适应声源定位估计[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(14): 62-66.

[9] CHEN Y C, ZHANG Q, YANG T, et al. A novel SAR imaging algorithm based on modified multiple measurement vectors model[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(10): 2423-2429. (in Chinese) 陈一畅, 张群, 杨婷, 等. 基于改进多重测量向量模型的 SAR 成像算法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(10): 2423-2429.

[10] JIAO L C, ZHAO J, YANG S Y, et al. Research advances on sparse cognitive learning, computing and recognition[J]. Chinese Journal of Computers, 2016, 39(4): 835-852. (in Chinese) 焦李成, 赵进, 杨淑媛, 等. 稀疏认知学习、计算与识别的研究进展[J]. 计算机学报, 2016, 39(4): 835-852.

[11] TROPP J A, GILBERT A C, STRAUSS M J. Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part I: Greedy pursuit[J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 572-588.

[12] WRIGHT J, YANG A Y, GANESH A, et al. Robust face recognition via sparse representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2009, 31(2): 210-227.

[13] HUANG J, ZHANG T, METAXAS D. Learning with structured sparsity[J]. Journal of Machine Learning Research, 2009, 12(7): 3371-3412.