泛逻辑学的蕴涵性质*)

薛占熬　何华灿

(西北工业大学计算机学院　西安710072)

摘　要　蕴涵算子是逻辑学研究中的重点和难点。本文首先给出泛逻辑中的一级命题连接词完整簇的非、交、并和蕴涵运算模型，证明了泛蕴涵的正则性、单调性以及它和泛"交"的伴随性，这对于进一步研究泛逻辑的形式系统和代数结构以及完备性，都具有重要的理论价值。

关键词　泛逻辑，广义相关性，蕴涵算子，伴随对

The Properties of the Implication in Universal Logics

XUE Zhan-Ao　HE Hua-Can

(School of Computer Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract　The study of implication operator is important and difficult in the study of logic. In this paper, the operation models of the 1-level propositional connectives cluster in universal logics are first introduced, which have the properties of complement, intersection, union and implication. Regularity and monotonicity of universal implication are proved, the property of adjoint pair of universal intersection and implication is also proved. It is important theoretical value for further researching the Universal Logic's formal system and algebraic structure with completeness.

Keywords　Universal logic, Generalized correlation, Implication operator, Adjoint pair

1　引言

在当今信息社会中，随着计算机科学技术的飞速发展，人们在研究巨大的复杂系统问题时，发现经典的数理逻辑有很大的局限性，所以研究不确定性推理(uncertain reasoning)已成为当前人工智能研究的热点和难点。Zadeh 于1973年提出 CRI[1]方法(CRI method)，近年来，以王国俊教授为首的一批学者成功地将模糊逻辑(fuzzy logic)和模糊推理(fuzzy reasoning)结合起来，提出了三 I[2,3]方法(trip I method)，建立模糊逻辑形式演绎系统 L^*[2~4]，给出了 R_0-代数[2~4]，取得了一系列成果，为研究不确定性推理起到了推动作用，但是在这些研究中对逻辑运算仅取某个固定算子进行运算，如最大/最小(max-min)算子，使逻辑运算模型具有刚性，对于连续可变的逻辑运算模型有一定的局限性。

本文第二作者在长期从事人工智能和实用专家系统的研究中发现，模糊命题之间的关系柔性是不可回避地客观存在，需要用连续可变的逻辑运算模型来描述，即在对立不充分的柔性世界中，不仅要考虑模糊性对命题逻辑真值的影响，而且要考虑关系柔性对命题联结词运算模型的影响。事物之间的广义相关性和广义自相关性是引起关系柔性的根本原因。泛逻辑学把中国古典哲学的思想(即世间万事万物都是相关的，不是相生(mutual promotion)就是相克(mutual restraint)，非此即彼)引入到柔性逻辑学中，建立了柔性逻辑(flexible logic)理论框架，把"广义相关性"(generalized correlation)引入到运算模型中，建立泛逻辑学的命题联结词的运算模型[5~7]。对逻辑学的研究具有重要意义。本文进一步证明了泛蕴涵的正则性、单调性以及它和泛"交"组成伴随对，这对于进一步研究泛逻辑的形式系统、代数结构以及证明泛逻辑的形式系统和代数结构及完备性具有重要的理论价值。特别说明：本文是在相同的 h,k 下来证明一系列命题和定理的。

2　一级命题连接词完整簇的运算模型[7]

泛非命题连接词完整簇的运算模型：

$N(x,k)=(1-x^n)^{1/n}$ 简写为 $N(x,k)=\neg_k X$。

泛与命题连接词完整簇的运算模型：

$$T(x,y,h,k)=(\max(0,x^{nm}+y^{nm}-1))^{1/(mn)}$$

$T(x,y,h,k)$ 简写为 $x\wedge_{h,k}y$。

泛或命题连接词完整簇的运算模型：

$$S(x,y,h,k)=1-(\max(0,(1-x)^{nm}+(1-y)^{nm}-1))^{1/(nm)}$$

$S(x,y,h,k)$ 简写为 $x\vee_{h,k}y$。

泛蕴涵命题连接词完整簇的运算模型：

$$I(x,y,h,k)=\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+y^{nm}))^{1/(nm)})$$

$I(x,y,h,k)$ 简写为 $x\rightarrow_{h,k}y$。其中 $k=2^{-1/n}$，$n\in R^+$ 或 $n=-1/\log_2 k$，$k\in[0,1]$；$m=(3-4h)/(4h(1-h))$，$h\in[0,1]$ 或 $h=((1+m)-((1+m)^2-3m)^{1/2})/(2m)$，$m\in R$。$ite\{a|x;b|y;c\}$ 为条件句：当为 x 时，式子等于 a；当为 y 时，式子等于 b；否则等于 c。以下相同。

根据泛蕴涵命题连接词完整簇的运算模型，当 $k=0.5$ 和 h 分别为1，0.75，0.5，0时，得出它的四个特殊算子：

最小蕴涵 Zadeh 蕴涵

$I(x,y,1,0.5)=I_3=ite\{1|x\leqslant y;y\}$；

中极蕴涵 概率蕴涵(Goguen 蕴涵)

$I(x,y,0.75,0.5)=I_2=\min(1,y/x)$；

*)基金项目：国家自然科学基金资助项目(No. 60273087)和北京自然科学基金资助项目(No. 4032009)。**薛占熬**　博士生，主要研究方向：人工智能和不确定性推理。**何华灿**　教授，博士生导师，主要研究领域：人工智能原理及应用、泛逻辑学。

中心蕴涵 有界蕴涵(Lukasiewicz 蕴涵)

$I(x,y,0.5,0.5)=I_1=\min(1,1-x+y)$;

最大蕴涵 突变蕴涵

$I(x,y,0,0.5)=I_0=ite\{y|x=1;1\}$。

根据"交"、"并"算子的运算模型容易证明如下性质。

定理1 "交"算子满足下列性质:

(1)边界条件 $0\wedge_{h,k}y=0$;

(2)单调性 $x\wedge_{h,k}y$ 是关于 x,y 单调递增的;

(3)连续性 $x\wedge_{h,k}y$ 是关于 x,y 连续的;

(4)交换律 $x\wedge_{h,k}y=y\wedge_{h,k}x$;

(5)幂等律 $x\wedge_{h,k}x=x$;

(6)结合律 $(x\wedge_{h,k}y)\wedge_{h,k}z=x\wedge_{h,k}(y\wedge_{h,k}z)$;

(7)上界性 $\min(x,y)\geqslant x\wedge_{h,k}y$。

定理2 "并"算子满足下列性质:

(1)边界条件 $0\vee_{h,k}y=0$;

(2)单调性 $x\vee_{h,k}y$ 是关于 x,y 单调递增的;

(3)连续性 $x\vee_{h,k}y$ 是关于 x,y 连续的;

(4)交换律 $x\vee_{h,k}y=y\vee_{h,k}x$;

(5)幂等律 $x\vee_{h,k}x=x$;

(6)结合律 $(x\vee_{h,k}y)\vee_{h,k}z=x\vee_{h,k}(y\vee_{h,k}z)$;

(7)下界性 $\max(x,y)\leqslant x\vee_{h,k}y$。

注意在证明幂等律时,我们要考虑广义相关性,此时广义相关系数 $h=1$,容易证明幂等律成立。

3 泛逻辑学中蕴涵的性质

定理3 设 $x\in[0,1]$,则蕴涵 $\rightarrow_{h,k}$ 满足蕴涵的正则性(Regularity):

$x\rightarrow_{h,k}1=1$; $0\rightarrow_{h,k}x=1$;

$1\rightarrow_{h,k}x=1$; $x\rightarrow_{h,k}x=1$。

根据蕴涵运算模型容易证明正则性。也可参见文[7]中定理10.3.1(I_1)和193页极值律。证明略。

定理4 设 $x,y,z\in[0,1]$ 则蕴涵 $\rightarrow_{h,k}$ 满足单调性(Monotonicity):

(1)若 $x\leqslant y$,则 $y\rightarrow_{h,k}z\leqslant x\rightarrow_{h,k}z$;

(2)若 $y\leqslant z$,则 $x\rightarrow_{h,k}y\leqslant x\rightarrow_{h,k}z$。

证明:(1)因为

$x\rightarrow_{h,k}y=\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+y^{nm}))^{1/(nm)})$

则 $y\rightarrow_{h,k}z=\min(1,(\max(0,1-y^{nm}+z^{nm}))^{1/(nm)})$,$x\rightarrow_{h,k}z=\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+z^{nm}))^{1/(nm)})$。当 $x\leqslant y,y\leqslant z$ 时,显然 $y\rightarrow_{h,k}z=x\rightarrow_{h,k}z=1$。$nm\rightarrow-\infty$ 时,显然 $y\rightarrow_{h,k}z=x\rightarrow_{h,k}z=1$。

其它情况。因为 $x\leqslant y$,则 $x^{nm}\leqslant y^{nm}$,$-x^{nm}\geqslant -y^{nm}$,$1-x^{nm}+z^{nm}\geqslant 1-y^{nm}+z^{nm}$,得 $y\rightarrow_{h,k}z\leqslant x\rightarrow_{h,k}z$。

故当 $x\leqslant y$ 时,$y\rightarrow_{h,k}z\leqslant x\rightarrow_{h,k}z$。

同理可证(2)。证毕。

定理5 设 $x,y,z\in[0,1]$,交 $\wedge_{h,k}$ 和蕴涵 $\rightarrow_{h,k}$ 满足如下性质:$x\wedge_{h,k}y\leqslant z$ 当且仅当 $x\leqslant y\rightarrow_{h,k}z$。

证明:因为

$x\rightarrow_{h,k}y=\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+y^{nm}))^{1/(nm)})$,

$x\wedge_{h,k}y=(\max(0,x^{nm}+y^{nm}-1))^{1/(nm)}$

$x\wedge_{h,k}y\leqslant z$

所以 $(\max(0,x^{nm}+y^{nm}-1))^{1/(nm)}\leqslant z$,

如果 $nm\leqslant 0$ 和 $x^{nm}+y^{nm}-1\leqslant 0$,上式为 $0\leqslant z$,则 $0\leqslant z^{nm}$,且 $x^{nm}\leqslant 1-y^{nm}$,得 $x^{nm}\leqslant 1-y^{nm}+z^{nm}$。

如果 $x^{nm}+y^{nm}-1\geqslant 0$,即 $x^{nm}+y^{nm}-1\leqslant z^{nm}$,$x^{nm}\leqslant 1-y^{nm}+z^{nm}$。

如果 $x\leqslant y$,得 $1\leqslant z^{nm}$,且 $x^{nm}\leqslant 1-y^{nm}$,得 $x^{nm}\leqslant 1-y^{nm}+z^{nm}$。

所以 $x^{nm}\leqslant 1-y^{nm}+z^{nm}$,即

$x\leqslant\min(1,\max(0,1-x^{nm}+y^{nm}))^{1/(nm)})$ 且 $x,y,z\in[0,1]$

又因为

$x\rightarrow_{h,k}y=\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+y^{nm}))^{1/(nm)})$

所以 $x\leqslant y\rightarrow_{h,k}z$。

反之,可证当 $x\leqslant y\rightarrow_{h,k}z$ 时,得 $x\wedge_{h,k}y\leqslant z$。定理5证毕。

定义1[9] 设 P 是偏序集,P 上的二元运算 $\otimes$ 与 $\rightarrow$ 叫做互为伴随,若以下条件成立:

(1)$\otimes:P\times P\rightarrow P$ 是单调递增的;

(2)$\rightarrow:P\times P\rightarrow P$ 关于第一个变元是单调递减,关于第二个变元是单调递增;

(3)$x\otimes y\leqslant z$ 当且仅当 $x\leqslant y\rightarrow z$,$x,y,z\in P$。

这是 $(\otimes,\rightarrow)$ 叫做 P 上的伴随对(Adjoint pair)。

所以,根据定义1和定理1、2、4、5且 $\langle\leqslant,[0,1]\rangle$ 是偏序集,可知交 $\wedge_{h,k}$ 和蕴涵 $\rightarrow_{h,k}$ 是伴随对。这对我们今后深入研究泛逻辑学的形式系统和代数结构是非常重要的。

定理6 设 $x,y,z\in[0,1]$,则蕴涵 $\rightarrow_{h,k}$ 满足如下代数性质(Algebraic properties):

(1)$x\rightarrow_{h,k}(y\rightarrow_{h,k}z)=y\rightarrow_{h,k}(x\rightarrow_{h,k}z)$;

(2)$x\rightarrow_{h,k}y=1$ 当且仅当 $x\leqslant y$;

(3)$y\rightarrow_{h,k}(x\rightarrow_{h,k}y)=1$;

(4)$y\leqslant x\rightarrow_{h,k}y$;

(5)$x\rightarrow_{0.5,k}0=\neg_k x$。

证明:(1)因为 $x\rightarrow_{h,k}y=\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+y^{nm}))^{1/(nm)})$

当 $x\leqslant y,y\leqslant z$ 和 $x\geqslant y,x\leqslant z$ 时,显然 $x\rightarrow_{h,k}(y\rightarrow_{h,k}z)=y\rightarrow_{h,k}(x\rightarrow_{h,k}z)=1$。

其它情况

$$
\begin{aligned}
&x\rightarrow_{h,k}(y\rightarrow_{h,k}z)=I(x,I(x,y,h,k),h,k)\\
&=I(x,(\min(1,(\max(0,1-y^{nm}+z^{nm}))^{1/(nm)})))\\
&=\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+(\min(1,(\max(0,1-y^{nm}+z^{nm}))^{1/(nm)}))^{nm}))^{1/(nm)})\\
&=\begin{cases}(2-x^{nm}-y^{nm}+z^{nm})^{1/(nm)} & \text{if } 1\geqslant 1-y^{nm}+z^{nm}\geqslant 0\\ 1 & \text{otherwise}\end{cases}\\
&=\min(1,(\max(0,1-y^{nm}+(\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+z^{nm}))^{1/(nm)}))^{nm}))^{1/(nm)})\\
&=y\rightarrow_{h,k}(x\rightarrow_{h,k}z)
\end{aligned}
$$

(2)由蕴涵定义可知(2)显然成立。

(3) 因为 $x\rightarrow_{h,k}y=\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+y^{nm}))^{1/(nm)})$,当 $x\leqslant y$ 时,显然 $y\rightarrow_{h,k}(x\rightarrow_{h,k}y)=1$。

当 $nm\leqslant 0$,$0\rightarrow_{h,k}0=1$,则

$y\rightarrow_{h,k}(x\rightarrow_{h,k}y)=1$

其它情况,由(1)可知

$$
\begin{aligned}
&y\rightarrow_{h,k}(x\rightarrow_{h,k}y)=\min(1,\\
&\quad\max(0,2-y^{nm}-x^{nm}+y^{nm}))^{1/(nm)})\\
&=\min(1,\max(0,2-x^{nm}))^{1/(nm)})=1
\end{aligned}
$$

(4)由(2)和(3)得证。

(5) 由蕴涵定义容易证明 $x\rightarrow_{0.5,k}0=\neg_k x$。

也可参考文[7]中定理10.3.8。本文不再详细证明,仅当 $h=0.5$ 时(5)才成立。定理6证毕。

定理7 设 $x,y,z\in[0,1]$,则蕴涵 $\rightarrow_{h,k}$ 满足不等式:

(1)$(x\vee_{h,k}y)\rightarrow_{h,k}z\leqslant(x\rightarrow_{h,k}z)\wedge_{h,k}(y\rightarrow_{h,k}z)$；

(2)$x\rightarrow_{h,k}(y\wedge_{h,k}z)\leqslant(x\rightarrow_{h,k}y)\wedge_{h,k}(x\rightarrow_{h,k}z)$；

(3)$(x\wedge_{h,k}y)\rightarrow_{h,k}z\geqslant(x\rightarrow_{h,k}z)\vee_{h,k}(y\rightarrow_{h,k}z)$；

(4)$x\rightarrow_{h,k}(y\vee_{h,k}z)\geqslant(x\rightarrow_{h,k}y)\vee_{h,k}(x\rightarrow_{h,k}z)$。

证明：(1)因为 $x\rightarrow_{h,k}y=\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+y^{nm}))^{(1/(nm))})$，$x\vee_{h,k}y=1-(\max(0,(1-x)^{nm}+(1-y)^{nm}-1))^{1/(nm)}$，$x\leqslant x\vee_{h,k}y$，$y\leqslant x\vee_{h,k}y$ 和定理4蕴涵的单调性可知，$(x\vee_{h,k}y)\rightarrow_{h,k}z\leqslant x\rightarrow_{h,k}z$，$(x\vee_{h,k}y)\rightarrow_{h,k}z\leqslant y\rightarrow_{h,k}z$ 且由于 $x\wedge_{h,k}y\leqslant\min(x,y)$。

所以 $(x\vee_{h,k}y)\rightarrow_{h,k}z\leqslant(x\rightarrow_{h,k}z)\wedge_{h,k}(y\rightarrow_{h,k}z)$
仅当 $h=k=0.5$时，不等式中等号成立。

(2)因为 $x\rightarrow_{h,k}y=\min(1,(\max(0,1-x^{nm}+y^{nm}))^{1/(nm)})$，$x\wedge_{h,k}y=(\max(0,x^{nm}+y^{nm}-1))^{1/(nm)}$，和定理4蕴涵的单调性可知，$x\rightarrow_{h,k}(y\wedge_{h,k}z)\leqslant(x\rightarrow_{h,k}y)$，$x\rightarrow_{h,k}(y\wedge_{h,k}z)\leqslant(x\rightarrow_{h,k}z)$ 且由于 $x\wedge_{h,k}y\leqslant\min(x,y)$。

所以 $x\rightarrow_{h,k}(y\wedge_{h,k}z)\leqslant(x\rightarrow_{h,k}y)\wedge_{h,k}(x\rightarrow_{h,k}z)$
仅当 $h=k=0.5$时，不等式中等号成立。

同理可证不等式(3)和(4)。定理7证毕。

结论 蕴涵是研究逻辑学的重点和难点[3~8]。本文对一级泛蕴涵运算进行研究，证明了泛与和泛蕴涵组成伴随对，还证明了泛蕴涵的正则性、单调性和代数性质，对深入研究泛逻辑学的形式系统和代数结构具有重要的意义。

参考文献

1 Zadeh L A. Outline of a New Approach to the Analysis of Systems and Decision Processes. IEEE Trans Systems Man Cybernet, 1973,3:28～44

2 Wang G J. On the Logic Foundation of Fuzzy Reasoning. Information Sciences,1999,117:47～88

3 王国俊. 三 I 方法与区间值模糊推理. 中国科学(E 辑),2000,30(4):331～340

4 王国俊. MV-代数、BL-代数、R_0-代数于多值逻辑. 模糊系统与数学, 2002, 16(2):1～15

5 He Hua-can,Liu Yong-huai,He Da-qing. Generalized Logic in Experience Thinking. Science in China(Series),1996,39(2):225～234

6 何华灿,刘永怀,何大庆. 经验性思维中的泛逻辑. 中国科学(E 辑),1996,26(1):72～78

7 何华灿,王华,等. 泛逻辑学原理. 科学出版社,2001

8 何华灿,刘永怀,魏宝刚,胡麒,王瑛. 泛“蕴含”运算和泛“串行推理”运算研究. 软件学报,1998,9(6):469～473

9 王国俊. 非经典数理逻辑与近似推理. 科学出版社,2000

(上接第81页)

```
    if(pl <upl)  //与期望的差值大于 upl
        result=STATE_CRITICAL
    if((pl <0)&&(wpl>upl)){
        if(!result==STATE_CRITICAL)){
            result=STATE_WARNING;
        }
    }else
 result=STATE_CRITICAL;
  if((pl<wpl)&&(pl>=0))  //如果丢包没超过告警的百分比
 result=STATE_OK;
}
return result;
}
```

4.3.2 **对象为基于 TCP 服务的情况** 以下我们用伪码来描述基于主机状态的检测程序，返回上面提到的四种状态值之一。

针对对象为 TCP 服务的插件程序，根据提供的 TCP 的端口进行连接来获得连接信息来判断服务的状态。以下我们用伪码来描述基于 TCP 服务的状态的检测程序，返回四种状态值之一。

现在很多服务都通过 SSL 通道进行连接，然后所有的数据都通过 SSL 通道进行通讯。

```
/* 检测基于SSL/TLS对象的检测伪代码 */
Check_TCP(char *host,int *proto)
{
  初始化 SSL 上下文;
  设置超时处理;
  打开握手协议的套接字;
  进行正常的数据通讯;
  while(1){
      通过接受的数据通过3.1描述的模型来判断服务运行状态;
  }
  返回结果;
}
```

4.3.3 **对象为基于 UDP 服务的情况** 针对对象为 UDP 服务的插件程序，实现和 TCP 服务的插件程序原理差不多，也是根据提供的端口进行连接获得连接信息来判断服务的状态。由于篇幅关系，这里我们就不重复描述了。

5 进一步工作的展望

在具体的实现过程中，虽然对象的检测可以使用默认的检测插件，但针对不同的对象最好用有针对性的插件程序来检测，如何保证插件程序的正确生成是进行对象状态检测的一个重点，而且在这方面我们可以进一步做优化处理。

另外在确定对象检测状态时，我们目前只是利用相对比较简单权值计算方法，在性能和实现上还有改进的余地。另外没有准确的主机和服务的性能数据，以及提高检测的准确性和及时性也是我们下一个阶段要解决的问题。

结论 网络中的主机和服务状态检测在信息技术飞速发展的今天日益重要。本文提出的状态检测方法具有以下优点：1)检测各个主机和服务非常灵活，特别是新增的主机和服务；2)没有对被检测的客户主机上性能有很大的影响，并且不用在客户主机上装任何客户程序；3)最后能对不稳定的主机和服务实现一定程度的预测。

参考文献

1 Pras A. Network Management Architectures: [Ph. D-thesis]. Netherland,1995

2 Schmidt K,Mauro D J K. SchmidtEssential SNMP oreilly, July 2001

3 Reynolds R E. RFC 1156: Tools for Monitoring and Debugging TCP/IP Internets and Interconnected Devices, June 1993

4 McCloghrie K, Rose M, Waldbusser S. RFC 1450: Management Information Base for version 2 of the Simple Network Management Protocol (SNMPv2), April 1993

5 Warrier U,Besaw L,LaBarre L, Handspicker B. RFC 1189: Common Management Information Services and Protocols for the Internet,Oct. 1990

6 http://www.cert.org/advisories/CA-2002-03.html

7 http://www. microsoft. com/technet/security/bulletin/ms02-006.asp

8 http://www. cisco. com/warp/public/707/ios-snmp-community-vulns-pub.shtml

9 Clark D D. The Design Philosophy of the DARPA Internet Protocols. In:the Proc. of ACM SIGCOMM '88, Aug. 1988

10 Paxson V. Bro: A System for Detecting Network Intruders in Real-Time,. Computer Networks (Amsterdam, Netherlands: 1999) 1999,31:23～24

11 Provos N. Honeyd: A Virtual Honeypot Daemon. July 2003