

多尺度加权邻域 Gap 算子图像边缘检测方法^{*}

黄陈蓉^{1,2} 张正军¹ 吴慧中¹

(南京理工大学计算机科学与技术系 南京210094)¹ (南京工程学院计算机工程系 南京210013)²

摘要 依据 Hastie T. 和 Tibshirani R. 等提出的“Gap 统计”的思想方法,通过分析样本灰度数据分布的差别,在进一步考虑加权邻域的基础上,建立了图像边缘检测的多尺加权邻域 Gap 统计模型。提出正则加权邻域的概念,并通过证明具体地给出了与尺度有关的正则邻域权重密度函数。分析 Gap 算子的性质,给出在加权邻域下模型边缘检测算法。给出正则加权邻域下不同尺度的检测结果,分析 Gap 算子与 Sobel 边缘检测算子之间的关系。模型具有多尺度、依尺度抗噪声的特点。

关键词 图像处理,边缘检测,Gap 算子,加权邻域,多尺度

Multi-scale Images Edge Detection Method Based on Gap Operator of Weighted Neighborhood

HUANG Chen-Rong^{1,2} ZHANG Zheng-Jun¹ WU Hui-Zhong¹

(Department of Computer Sci. and Tech., Nanjing University of Sci. and Tech., Nanjing 210094)¹

(Department of Computer Engineering, Nanjing Engineering Institute, Nanjing 210013)²

Abstract Extracted the method called “Gap statistic” proposed by Hastie T. and Tibshirani, brought forward a concept called regular weighted neighborhood. Relying on the gray-level distribution in the relative half-plane of image pixels with weight, a multi-scale edge detection model based on Gap operator was established. The paper took the weight probability density function of regular weighted neighborhood, analyzed the character of Gap operator, optimized the edge detection algorithm based Gap statistic model, analyzed the correlation between the Gap operator and two the Sobel operator, discussed the anti-noise and multi-scale property of the edge detection model, and an investigation is taken to compare the difference of edge detection under the circumstance of different scales.

Keywords Image processing, Edge detection, Gap operator, Weighted neighborhood, Multi-scale

1 引言

边缘是图像目标检测的一个重要特征,边缘检测是研究三维计算机视觉的基本问题。抽取二维图像上的边缘、角点和纹理等基本特征是研究整个视觉的重要依据和基础。由于图像中物体的几何边缘、光照阴影以及物体表面纹理等因素在图像中均表现为边缘,而且实际图像往往还存在着噪声,并且噪声和边缘在空间域中都表现为图像灰度的突变,在频域中都表现为高频信息,这就使得边缘检测非常困难。在边缘结构和纹理建模理论方面,1992年 Rudin 和 Osher 提出的 BV 图像模型较好地刻画了图像视觉重要的边缘结构^[1],2001年 Y. Meyer 提出了基于“u+v”模式的纹理建模理论^[2]。在图像统计建模方面,Richardson 提出了 Poisson 随机场模型^[3],Cross 提出了 Markov 随机场模型^[4]和 Ising 提出了 Gibbs 随机场模型。由于噪声会影响到边缘特征提取的准确性,因而经典的边缘检测算子如 Sobel 算子、Prewitt 等算子在边缘检测方面不能很好地对存在噪声的图像进行边缘提取,也不能很好地反映图像边缘的本质。一些专家学者提出了许多解决含有噪声图像的边缘检测问题的一些方法。Poggio, Voorneess 和 Yuille^[5]用正则化方法证明了消除噪声的最优平滑滤波器的脉冲响应函数为三次 B 样条函数。Canny^[6], Shen 和 Castan^[7], Deriche^[8], Sarkar 和 Boyer^[9]等对特殊的边缘模型和噪声模型提出了边缘检测的最优滤波器。

在数据处理方面,Tibshirani^[10]等提出了称为“Gap 统计”的方法,该方法利用数据的统计规律通过数据的分布差别对数据进行最优聚类。作者利用 Gap 理论的思想从统计方法出

发,提出了基于分布间隙的多尺度统计模型。本文从对图像点对边缘点影响的程度,在 Gap 统计方法的基础上进一步分析了分布间隙和边缘的含义,提出了图像边缘检测的多尺度加权邻域 Gap 算子图像边缘检测方法。

2 定义与假设

依据图像随机特征,假定图像的边缘是具有内部随机特征相同,相互之间不同随机特征的两个或两个以上区域的共同边界。边缘的检测主要依据两个区域之间灰度随机分布的差别实现的,对于两个区域以上及其它随机特征的情况可以类似地建立模型。

考虑到图像的点是否为边缘取决于该点所在邻域内灰度的变化的大小,这里主要考虑灰度分布的变化。首先,图像邻域内某点的灰度对被检测点是否为边缘的影响应该随该点与被检测点的距离增加而衰弱。若将某点的灰度对被检测点是否为边缘的影响用权重来表示的话,可称该权重函数为邻域权重密度函数。考虑到邻域权重密度函数与方向无关,及权重的非负性和归一性,作如下定义。

定义 2.1 若函数 $w(x, y)$ 满足下面的条件,则称邻域权重密度函数(或邻域加权密度函数),简称为权重函数:
(1) $w(x, y)$ 是非负函数,即 $w(x, y) \geq 0$; (2) $w(x, y)$ 满足归一性,即 $\int_{x^2} w(x, y) dx dy = 1$; (3) $w(x, y)$ 仅与 $\sqrt{x^2 + y^2}$ 有关; (4) $w(x, y)$ 是 $\sqrt{x^2 + y^2}$ 的递减函数,即若 $\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \geq \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$, 则 $w(x, y)$ 满足 $w(x_1, y_1) \leq w(x_2, y_2)$ 。

显然函数 $w(x, y)$ 是某一随机向量 (X, Y) 的概率密度函

^{*} 本课题得到高等学校博士学科点专项科研基金项目资助(项目编号:2002088024)。黄陈蓉 硕士,博士研究生,副教授,主要研究方向为虚拟现实、系统仿真、图像建模。张正军 博士,副教授,主要研究方向为计算机图形学、图像处理、虚拟现实。吴慧中 博士生导师,教授,主要研究方向为虚拟现实、系统仿真、图像建模。

数.满足条件的权重函数有许多,因而 $w(x,y)$ 的选取可根据具有的要求适当选取.

若邻域权重密度函数 $w(x,y)$ 满足:当固定 x (或 y) 时, $w(x,y) = c_x w_y(y)$ (或 $w(x,y) = c_y w_x(x)$), 其中 $w_x(x)$, $w_y(y)$ 分别与 y,x 无关,即 X 与 Y 相互独立,则 $w(x,y)$ 具有良好的性质.换一种表达,即

定义2.2 若邻域权重密度函数 $w(x,y)$ 处处连续,且满足:(1) $w(x,y) = w_x(x)w_y(y)$; (2) $w_x(x), w_y(y)$ 均具有非负性和归一性(即 $W_x(x), W_y(y)$ 分别为 X 与 Y 的概率密度函数),则称函数 $w(x,y)$ 为正则邻域权重密度函数(或邻域权重密度函数 $w(x,y)$ 是正则的).

定理2.1 若权重函数 $w(x,y)$ 是正则的,则存在 $\sigma > 0$, 使 $w(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2}$, 且 $w_x(z) \equiv w_y(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-z^2/2\sigma^2}$.

由于 $w(x,y) = w(y,x) = w_x(x)w_y(y) = w_x(y)w_y(x)$, 以及 $w_x(x), w_y(y)$ 满足归一性, 得 $\int_{-\infty}^{\infty} w_x(y)w_y(x)dy = \int_{-\infty}^{\infty} w_x(x)w_y(y)dy$, 即 $w_x(x) \equiv w_y(x)$ (不妨记为 $w(x)$), 则 $w(x,y) = w(x)w(y)$. 易证 $w(x), x \geq 0$ 单调不减.只讨论 $w(x), x \geq 0$ 的情况(因为由 $w(x,y)$ 仅与 $\sqrt{x^2+y^2}$ 有关,显然有 $w(x) = w(|x|)$).再由

$w(x)$ 的非负性及归一性得 $w(0) > 0$. 令 $g(x) = \ln(w(\sqrt{x})/w(0))$, 则由 $w(\sqrt{x+y})w(0) = w(\sqrt{x})w(\sqrt{y})w(0)$, 得 $g(x+y) = g(x) + g(y)$. 根据 $w(x,y)$ 的处处连续的性质得 $g(x) = xg(1)$, 亦即 $\ln(w(\sqrt{x})/w(0)) = x \ln(w(1)/w(0))$, 则 $w(x) = w(0)(w(1)/w(0))^x$. 因 $w(1) \leq w(0)$, 且因 $w(x)$ 具有归一性, 因而 $w(1) < w(0)$, 则可令 $\sigma = \sqrt{\frac{1}{2} \ln(\frac{w(0)}{w(1)})}$ 使得 $\frac{w(1)}{w(0)} = e^{-\frac{1}{2\sigma^2}}$, $\sigma > 0$. 再由 $w(x)$ 具有归一性, 即得 $w_x(z) \equiv w_y(z) = w(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-z^2/2\sigma^2}$, 则 $w(x,y) = w(x)w(y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2}$.

以下只讨论正则的权重函数,为讨论问题更清楚,作如下定义.

定义2.3 称正则权重函数中的 σ 为加权邻域的尺度.

针对离散的数字图像,图1为不同尺度下离散情况下邻域正则权重分布图.其中(a)~(d)为尺度为1的邻域正则加权表((a)是尺度为1的邻域加权 5×5 原表;(b)是尺度为1的 5×5 整数化加权比例表;(c)是尺度为1的 3×3 的整数化加权比例表;(d)是尺度为1的进一步近似的 3×3 的整

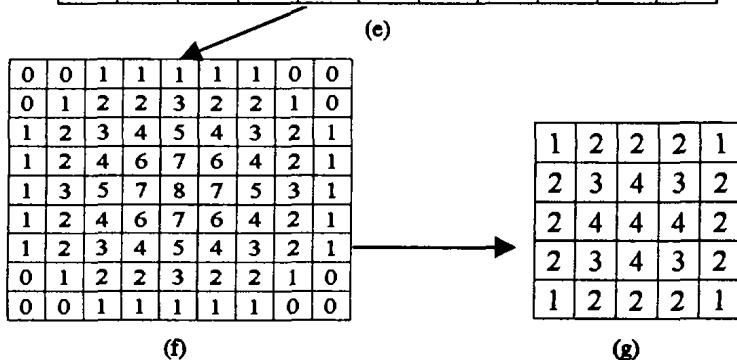
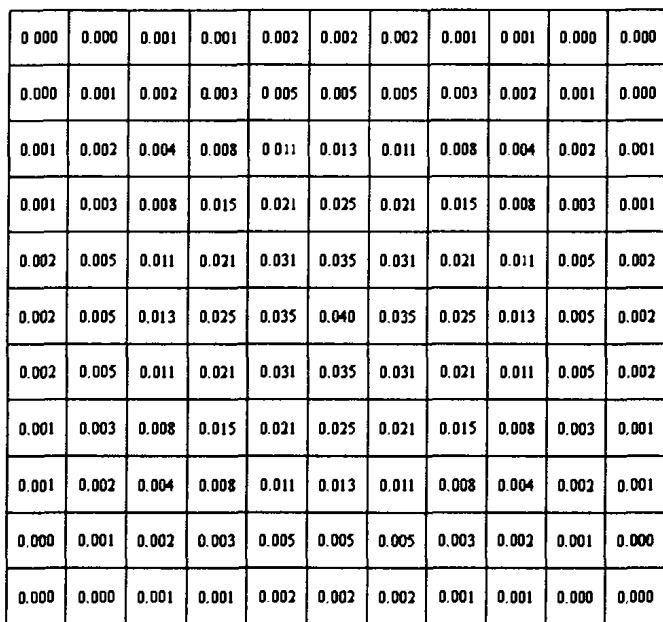
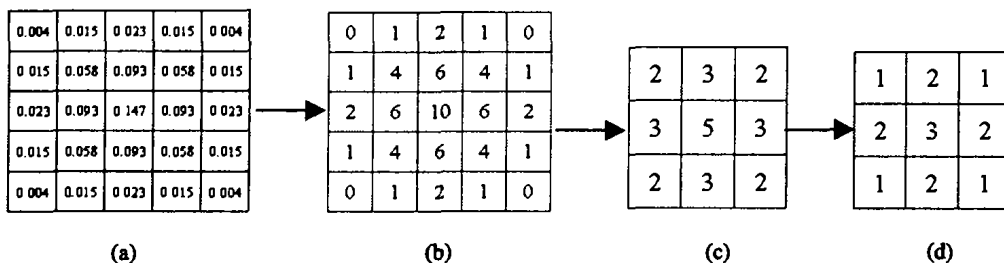


图1 不同尺度下正则权重分布图

数化加权比例表), (e) ~ (g) 为尺度为 2 的邻域正则加权表 ((e) 是尺度为 2 的邻域加权 11×11 原表; (f) 是尺度为 2 的 9×9 整数化加权比例表; (g) 是尺度为 2 的 5×5 的整数化加权比例表)。

定义 2.4 设随机变量 X, Y 的分布分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 则称

$$Gap(F_X(x), F_Y(y)) = \int_{-\infty}^{+\infty} |F_X(z) - F_Y(z)| dz$$

为分布函数 $F_X(x), F_Y(y)$ 的间隙, 简记为 Gap。

首先定义两个分布之间以及随机变量之间的差别, 即分布 Gap 和随机变量 Gap。

性质 2.1 若记 $F_X^{-1}(z) = \sup\{x: F_X(x) \leq z\}, F_Y^{-1}(z) = \sup\{y: F_Y(y) \leq z\}$, 则

$$Gap(F_X(x), F_Y(y)) = \int_0^1 |F_X^{-1}(z) - F_Y^{-1}(z)| dz$$

由性质 2.1 易得, 分布函数 $F_X(x), F_Y(y)$ 的间隙两个分布之间顺序取值差的平均值。

性质 2.2 若 X, Y 的分布律分别为 $P(X = c_{1i}) = p_{1i}, i = 1, 2, \dots, n, c_{11} < c_{12} < \dots < c_{1n}, P(Y = c_{2i}) = p_{2i}, i = 1, 2, \dots,$

$m, c_{21} < c_{22} < \dots < c_{2m}$ 。将实数 $0, 1, p_{11}, \sum_{k=1}^2 p_{1k}, \dots, \sum_{k=1}^{n-1} p_{1k}, p_{21}, \sum_{k=1}^2 p_{2k}, \dots, \sum_{k=1}^{m-1} p_{2k}$ 从小到大排序得数列: $0 = \bar{p}_0 \leq \sum_{i=0}^1 \bar{p}_i \leq \sum_{i=0}^2 \bar{p}_i \leq \dots \leq \sum_{i=0}^{n+m-1} \bar{p}_i = 1$, 则分布函数 $F_X(x), F_Y(y)$ 的间隙为 $Gap = \sum_{i=1}^{n+m} |\bar{c}_{1i} - \bar{c}_{2i}| \bar{p}_i$ 。其中 $\bar{c}_{ki} = c_{ki}$, 存在唯一的 $\bar{p}_{i-1} < p_{ki} \leq \bar{p}_i, k = 1, 2$ 。

定义 2.5 设总体 X 的样本值 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 对应的权重为 $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, 若记任一事件 A 的示性函数为 I_A 时, 则称 $F(w, x) = \sum_{i=1}^n w_i I_{[x_i \leq x]} / \sum_{i=1}^n w_i$ 为样本值 x 的加权经验分布函数。特别地, 当 $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ (即权重具有归一性) 时, $F(w, x) = \sum_{i=1}^n w_i I_{[x_i \leq x]}$ 。

定义 2.6 若样本值 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 对应的权重 w

$= (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 为非负整数向量, 则称样本值 (x_1, \dots, x_n) 为样本 x 加权重 w 的样本, 简称加权样本。

性质 2.3 若样本值 x 对应的权重 w 为非负整数向量, 则 $F(w, x)$ 为加权样本的经验分布函数。

3 图像边缘检测模型与算法

设灰度图像为 $X(x, y)$, 其中 $(x, y) \in R^2$ 为平面上的点。图像的点的灰度值为 $[0, 1]$ 。

定义 3.1 设图像 $X(x, y)$ 的邻域权重函数为 $w(x, y)$, 若记半平面 $K(x, y; a) = \{(s, t) | (s-x)\sin a + (t-y)\cos a > 0\}$, 则称

$$Gap(x, y) = \sup_{a \in [0, \pi)} Gap\left(\int_{K(x, y; a)} w(s, t) I_{[X(s, t) \leq z]} ds dt, \int_{K(x, y; \pi+a)} w(s, t) I_{[X(s, t) \leq z]} ds dt\right)$$

为图像在 (x, y) 处的间隙或称 $Gap(x, y)$ 为图像间隙函数, 并称 $Gap: X(x, y) \rightarrow Gap(x, y)$ 为 Gap 算子。这里的 $\int_{K(x, y; a)} w(s, t) I_{[X(s, t) \leq z]} ds dt$, $\int_{K(x, y; \pi+a)} w(s, t) I_{[X(s, t) \leq z]} ds dt$ 称为相对半平面的加权分布函数, 分别简记为 $F_{K(x, y; a)}(z), F_{K(x, y; \pi+a)}(z)$ 。

显然, $Gap(x, y) \in [0, 1]$ 。不妨称图像 $Gap(x, y)$ 为图像 $X(x, y)$ 的间隙图像。

定理 3.1 设整数化加权邻域权重表为 $w(x, y)$, 则 $F_{K(x, y; a)}(z) \approx \sum_{(s, t) \in K(x, y; a)} w(s, t) I_{[X(s, t) \leq z]} / \sum_{(s, t) \in K(x, y; a)} w(s, t)$

根据假定, 图像边缘检测可以通过图像 $X(x, y)$ 的间隙图像 $Gap(x, y)$ 来判断。由 $Gap(x, y)$ 的性质, 图像边缘点应为 $Gap(x, y)$ 超过一定阈值, 且在某方向上取得局部极值。Gap 检测边缘过程和进行卷积运算算子检测边缘的过程一致, 两类的差别在于 Gap 算子以间隙检测边缘, 而进行卷积运算的算子以卷积结果计算边缘。

以 Lenna 图像为例, 其图像的正则间隙图见图 2。其中 (a) Lenna 原图, (b) ~ (d) 分别是尺度为 1, 2 和 3 的正则间隙图。

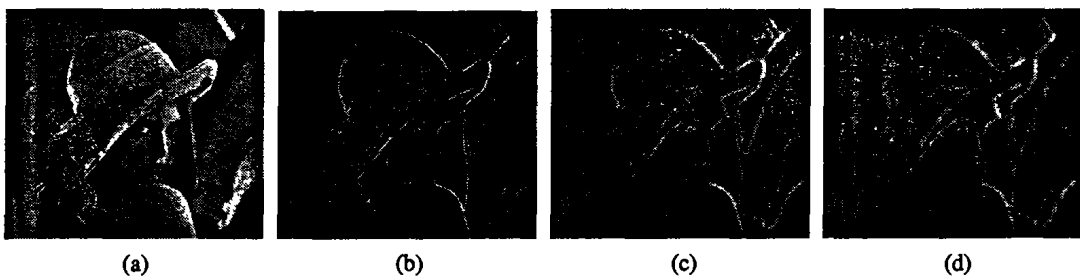


图 2 图像 Lenna 及其在不同尺度下的间隙图

由讨论易得, 多尺度加权邻域 Gap 算子的边缘检测算法如下:

(1) 确定权重函数 $w(x, y)$, 并每一个像素点 (x, y) , 并进行以下操作;

(2) 遍历旋转角度 $[0, \pi)$, 计算角度步度 $\Delta a = \frac{\pi}{2} / \lceil \frac{\pi}{2} / \arctan \frac{1}{2r-1} \rceil$;

(3) 确定相对半平面序列 $K(x, y; ka), K(x, y; \pi - ka), k = 1, 2, \dots, \lceil \pi / \Delta a \rceil$;

(4) 转换 $K(x, y; ka), K(x, y; \pi - ka)$ 内样本灰度值为加权样本, 并分别排序得两个顺序统计量的值 $(x_1, x_2, \dots, x_n), (y_1, y_2, \dots, y_n), n$ 为加权样本容量;

(5) 计算 $Gap(x, y) = \max_{k=1, 2, \dots, \lceil \pi / \Delta a \rceil} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$;

(6) 确定阈值 $T > 0$ 。若满足 $Gap(x, y) > T$ 且 $Gap(x, y)$ 为局部极值, 则近似认为 (x, y) 为边缘点。

图 3(a) ~ (c) 分别为通过图 2 间隙图 (b) ~ (d) 运用上述算法采用同标准检测出来的图 2(a) 的边缘图。

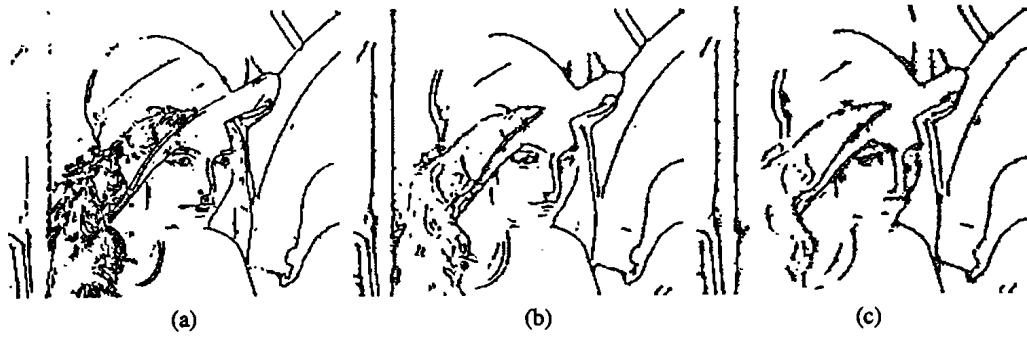


图3 图像Lenna的不同尺度下检测出的边缘图

4 实例与分析

(1) 比较模型在不同尺度下的抗噪声的能力。由于图像边缘检测模型是建立在分布基础上,因而它更能反映出边缘的本质特征,而不仅仅考虑图像灰度的变化,并且随着尺度的

增加,模型的抗噪声的能力也不断增强。从边缘检测结果(见图4)来看,也验证了这一结果。

图4(a)~(c)分别为Lenna加上[-50,50]均匀分布噪声后的图像通过尺度为1,2和3下的间隙图检测出的边缘图。

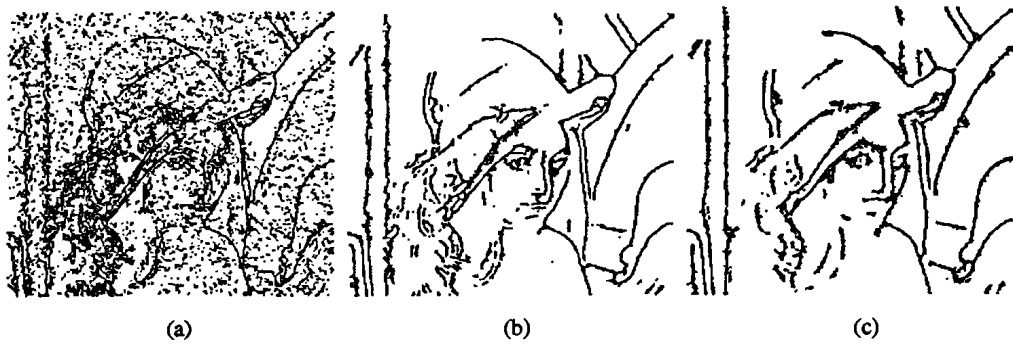


图4 Lenna加噪图像在不同尺度下检测出的边缘图

(2) 模型考虑了“近像素点比远像素点的作用大”这一因素,因而更符合对边缘的准确判断。这一点类似于Sobel算子与Prewitt算子的关系,Sobel算子加大了近像素点的权重,而相对减弱了远像素点的权重。而Prewitt算子在区域内的各点的权重是相同的。这就是为什么Sobel算子在边缘检测方面优于Prewitt算子的地方。因此,多尺度加权邻域Gap算子比给定邻域内权重一样即不加权邻域的Gap算子在边缘检测方面边缘检测效果更好。

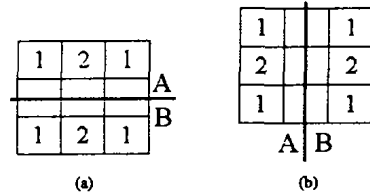


图5 Sobel算子相对区域示意图

(3) 比较Sobel算子与Gap算子的关系。

显然,Sobel算子为图5中加权区域A与加权区域B灰度分布均值差。

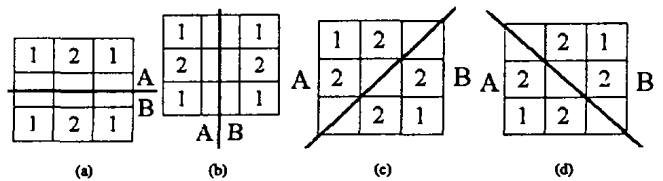


图6 计算3×3区域Gap算子结果时对应的四种不同相对区域对

为了便于比较,我们采用图1(d)的正则权重来确定Gap算子。首先,Gap算子在计算时,需要计算四种对应区域A和B的分布Gap(见图6),其中包含Sobel算子计算时的两种。图6为计算3×3区域Gap算子结果时对应的四种不同相对区域对(一般地,计算n×n区域Gap算子结果对应n×(n-2)个不同的相对区域对)。其次,Sobel算子计算的是加权区域A与加权区域B灰度分布的均值差,而Gap算子计算的是加权区域A与加权区域B的灰度分布差,即加权样本的对应顺序差的均值。Gap算子的加权区域矩阵依据尺度是可以变化的,它取决于以什么尺度下观察点所在位置灰度分布变化的程度,而Sobel算子的尺度是固定的,其加权区域3×3矩阵(定义为图1(d))与尺度无关。图7是Sobel算子检测原图及加噪后的边缘结果图。比较图7与图3、图4,它也反映了Sobel算子与Gap算子的关系以及它们的差别。

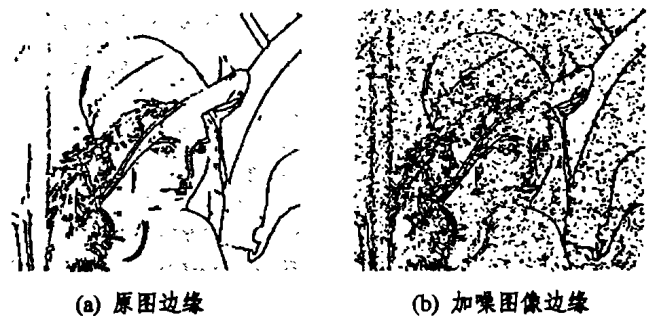


图7 Sobel算子检测原图及加噪后的边缘结果图

$$\sum_{j=0}^q y_j - a_i \sum_{j=0}^q (t_j - t_i)^2 - b_i \sum_{j=0}^q (t_j - t_i) - (q+1)y_i = 0$$

整理得

$$y_i = (\sum_{j=0}^q y_j - a_i \sum_{j=0}^q (t_j - t_i)^2 - b_i \sum_{j=0}^q (t_j - t_i)) / (q+1)$$

$$\text{令 } u_i = \sum_{j=0}^q y_j / (q+1)$$

$$v_i = \sum_{j=0}^q (t_j - t_i)^2 / (q+1)$$

$$k_i = \sum_{j=0}^q (t_j - t_i) / (q+1)$$

$$\text{则 } y_i = u_i - a_i v_i - b_i k_i \quad (3)$$

把(3)代入(2)

$$S_i(t) = a_i(t-t_i)^2 + b_i(t-t_i) + u_i - a_i v_i - b_i k_i \quad (4)$$

$$S'_i(t) = 2a_i(t-t_i) + b_i \quad (5)$$

于是连续性条件(1)可以写成

$$\frac{a_i h_i^2}{4} - \frac{b_i h_i}{2} + u_i - a_i v_i - b_i k_i = \frac{a_{i-1} h_i^2}{4} + \frac{b_{i-1} h_i}{2} + u_{i-1} - a_{i-1} v_{i-1} - b_{i-1} k_{i-1} - a_i h_i + b_i = a_{i-1} h_i + b_{i-1}$$

$$\text{即 } b_i = (a_i + a_{i-1}) h_i + b_{i-1} \quad (6)$$

$$\text{其中 } h_i = t_i - t_{i-1} \quad (7)$$

把(7)代入(6)解得

$$b_{i-1} = ((a_i + 3a_{i-1})h_i^2 / 4 + u_{i-1} - u_i + a_i v_i - a_{i-1} v_{i-1} + (a_i + a_{i-1})h_i k_i) / l_i \quad (8)$$

$$b_i = (a_i + a_{i-1})h_i + ((a_i + 3a_{i-1})h_i^2 / 4 + (u_{i-1} - \mu_i) + a_i v_i - a_{i-1} v_{i-1}) / l_{i+1} \quad (9)$$

同理有

$$b_i = ((a_{i+1} + 3a_i)h_{i+1}^2 / 4 + u_i - u_{i+1} + a_{i+1} v_{i+1} - a_i v_i + (a_{i+1} + a_i)h_{i+1} k_{i+1}) / l_{i+1} \quad (10)$$

其中 $l_i = k_{i-1} - k_i - h_i$

根据(9)=(10)得

$$(a_i + a_{i-1})h_i + ((a_i + 3a_{i-1})h_i^2 / 4 + (u_{i-1} - u_i) + a_i v_i - a_{i-1} v_{i-1} + (a_i + a_{i-1})h_i k_i) / l_i = ((a_{i+1} + 3a_i)h_{i+1}^2 / 4 + u_i - u_{i+1} + a_{i+1} v_{i+1} - a_i v_i + (a_{i+1} + a_i)h_{i+1} k_{i+1}) / l_{i+1} \quad (11)$$

整理(11)得到

$$a_{i-1}(h_i l_i l_{i+1} + (\frac{3}{4}h_i^2 - v_{i-1} + k_i h_i)l_{i+1}) - a_i((\frac{3h_{i+1}^2}{4} - v_i + h_{i+1}k_{i+1})l_i - h_i l_i l_{i+1} - (\frac{h_i^2}{4} + v_i + k_i h_i)l_{i+1}) - a_{i+1}(\frac{h_{i+1}^2}{4} + v_{i+1} + h_{i+1}k_{i+1})l_i = (u_i - u_{i+1})l_i - (u_{i-1} - u_i)l_{i+1}$$

(上接第171页)

小结 本文基于 Gap 理论思想在多尺度灰度 Gap 统计模型的基础上,考虑了多尺度的加权邻域,使得 Gap 算子在图像边缘检测方法更加符合人对图像边缘的认识规律,并详细地分析了加权 Gap 算子的模型算法.分析并比较了 Gap 算子与 Sobel 边缘检测算子之间在边缘检测方面的相互关系和不同之处.

参考文献

- 1 Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithm. In: The eleventh annual intl. conf. of the Center for Nonlinear Studies on Experimental mathematics, Los Alamos, 1992. 259~268
- 2 Meyer Y. Oscillating patterns in image processing and nonlinear evolution equations. Boston: American Mathematical Society, 2001
- 3 Richardson W H. Bayesian-based iterative method of image

仿照二次样条插值函数, 添上相应的边界条件: $a_0 = a_q = 0$; 构成完整的连续性方程, 使用追赶法求解 a_i , 由于方程组系数矩阵对角严格占优, 解是唯一存在的. 把 a_0, a_1 代入(8)式求得 b_0 , 由(7)式迭代求得 b_1 , 然后由(3)式求得 y_i , 最后把 a_i, b_i, y_i 代入(2)式求得 $S_i(t)$, 从而求得整条二次参数曲线.

3 实例

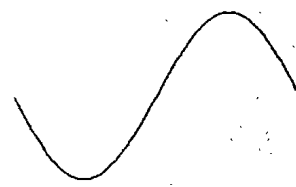


图1 一条正弦曲线

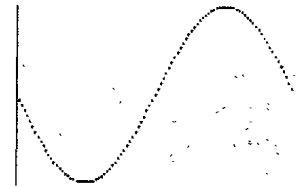


图2 将图1的曲线离散为100个数据点



图3 在给定误差范围内用直线逼近, 将数据点分为6个子集



图4 新方法构造二次参数曲线

实例表明, 给定平面上100个数据点, 采用本文的方法划分成6个子集, 整条二次参数曲线由7段二次曲线组成, 拟合曲线逼近原始曲线. 如果采用二次样条曲线插值, 需要101段二次曲线. 本文的方法大大提高了效率, 并且拟合精度满足实际需要.

结论 大量数据点采用逼近拟合需要很大的开销; 构造样条插值曲线拟合, 分段数目太多. 采用本文的方法拟合数据点, 分段数目少, 拟合效率高.

参考文献

- 1 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条. 高等教育出版社, 2001
- 2 Piegl L, Tiller W. The NURBS book. Second Edition. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1997
- 3 Yamaguchi F. Curves and surfaces in computer aided geometric design. Berlin: Springer-Verlag, 1988
- 4 Schoenberg I J. Contributions to the problem of application of equidistant data by analytic functions. Quart. Appl. Math., 1946
- restoration. Journal of Optical Society of America, 1972, 62(1): 55~59
- 4 Cross G, Jain A. Markov random field texture models. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1983, 5(1): 25~39
- 5 Poggio T, Voorness H, Yuille A L. A regularized solution to edge detection. MIT AI Laboratory. [Technical Report AIM833]. 1985
- 6 Canny J. A computational approach to early detection. IEEE Trans Pattern Analysis & Machine Intelligence, 1986, 8(6): 679~698
- 7 Shen J, Castan S. Fast filter transform theory and design for image processing. In: Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition, San Francisco, USA, 1985
- 8 Deriche R. Using Canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. Int J Computer Vision, 1987, 6(1): 167~187
- 9 Sarkar S, Boyer K L. Optimal infinite impulse response zero crossing based edge detection. CVGIP: Image Understanding, 1991, 54(2): 224~243
- 10 Tibshirani R, Walther G, Hastie T. Estimating the number of clusters in a dataset via the Gap statistic. Palo Alto: Stanford University, SN(2000) JRSSB, 2000