维普资讯 http://www.cqvip.com

瑞利衰落信道中最大比合并系统性能及多路信号合并算法研究*)

刘晓明 陈 铸 欧静兰 黄灿辉
(重庆大学通信工程学院 重庆 400044)

摘 要 分集是数字通信中最有效的抗多径衰落技术,在无线通信中采用分集技术可以改善系统的差错性能。本文详细分析了空间分集中性能最佳的最大比合并方式(MRC)的差错性能,并通过计算机仿真,给出了误码曲线。最后本文还给出了一种可行的最大分集合并的具体算法和仿真结果。

关键词 最大比分集合并,瑞利信道

Performance and Multipath Combining Algorithm Analysis of a Maximal Ratio Combining System in Rayleigh Fading Channel

LIU Xiao-Ming CHEN Zhu OU Jing-Lan HUANG Can-Hui
(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044)

Abstract Diversity is the most effectively anti-multipath-fading technique in the digital communication and the advantage of diversity is obtained in the wireless communication. Firstly, the performance of the Maximal Ratio Combining which is the best kind of Space Diversity is analysed. Secondly, the computer simulation results are provided. Finally, a practical algorithm and its simulation results are proposed.

Keywords Maximal ratio combining, Rayleigh channel

1 引言

影响数字信号在移动信道中传输性能的主要原因有多径效应、阴影衰落和多普勒频移等。目前分集接收是最重要且行之有效的抗多径衰落技术。常用的分集技术有空间分集、角度分集、频率分集、极化分集和时间分集等。在空间分集中,发射端使用一个发射天线,接收端采用天线阵列即多个接收天线;这就要求在多路信号合并时必须使得各路信号同频同相;传输中的多径效应和多普勒频移对相位影响都很大,其中多普勒频移对各路信号的频率漂移也是主要影响。常用的空间分集接收的方法有以下几类[3]:选择分集 SD(selective diversity),等增益合并分集 EGC(equal-gain-combining diversity)和最大比合并分集 MRC(maximal-ratio combining)等。其中最大比合并分集(MSC)效率是最高的。

2 瑞利衰落信道最大比合并分集性能分析

为了得到最大效率的合并,我们采用最大比合并的方式,在最大比合并分集接收中各支路信号之间要求频率相等相位对齐(使得相互相干)而包络则按各路信噪比的平方根加权。假设接收端有 L 个天线并且忽略噪声,由于第 l 个天线接收到的信号为 $r_l e^{j\theta_l} s(t)$,其中 r_l 为信号包络,θ_l 为接收到信号支路的噪声,$s(t)$是传输的信号。在接收端对每一个信号支路乘以一个复系数 $a_l = a_l e^{-j\theta_l}$,然后将其合并,得到信号幅度为

$$r_\Sigma = \sum_{l=1}^{L} a_l r_l$$

合并后信号功率为:

$$r_\Sigma^2 = \left(\sum_{l=1}^{L} a_l r_l\right)^2 \tag{2.1}$$

为了计算信噪比,我们也需要得到噪声功率。假设每个天线接收到的噪声功率都为 N,与各支路的相乘系数 a_l 相乘再经合并器后输出的噪声功率为

$$N_\Sigma = \sum_{m=1}^{M} a_m^2 N \tag{2.2}$$

合并后的信噪比 ρ_Σ 为

$$\rho_\Sigma = \frac{r_\Sigma^2}{N_\Sigma} = \frac{\left(\sum_{l=1}^{L} a_l r_l\right)^2}{\sum_{l=1}^{L} a_l^2 N} = \frac{1}{N} \cdot \frac{\left(\sum_{l=1}^{L} a_l r_l\right)^2}{\sum_{l=1}^{L} a_l^2} \tag{2.3}$$

由施瓦茨不等式得[1]

$$\left|\sum_{l=1}^{L} a_l r_l\right|^2 \leqslant \left(\sum_{l=1}^{L} |r_l|^2\right)\left(\sum_{l=1}^{L} |a_l|^2\right) \tag{2.4}$$

假设所有的 a_l 与 r_l 都是正数,则施瓦茨不等式可以写成

$$\left(\sum_{l=1}^{L} a_l r_l\right)^2 \leqslant \left(\sum_{l=1}^{L} r_l^2\right)\left(\sum_{l=1}^{L} a_l^2\right) \tag{2.5}$$

将式(2.5)代入式(2.3)得

$$\rho_\Sigma = \frac{1}{N} \cdot \frac{\left(\sum_{l=1}^{L} a_l r_l\right)^2}{\sum_{l=1}^{L} a_l^2} \leqslant \frac{1}{N} \cdot \frac{\left(\sum_{l=1}^{L} r_l^2\right)\left(\sum_{l=1}^{L} a_l^2\right)}{\sum_{l=1}^{L} a_l^2}$$

$$= \frac{1}{N} \cdot \sum_{l=1}^{L} r_l^2 \tag{2.6}$$

上述关系式说明如果我们选择适当的系数 a_l 的话可以获得最大信噪比为

*)该项目为云南省科委省校合作项目,项目名称:基于软件无线电的红外图像无线扩频传输。刘晓明 教授,博士后,主要从事测控系统数字化、软化、智能化研究。陈 铸 硕士研究生,主要从事软件无线电方面的研究。欧静兰 硕士研究生,主要从事扩频通信研究。黄灿辉 硕士研究生,主要从事软件无线电方面的研究。

维普资讯 http://www.cqvip.com

$$\rho_\Sigma=\frac{1}{N}\cdot\frac{(\sum_{l=1}^{L}a_l r_l)^2}{\sum_{l=1}^{L}a_l^2}=\frac{1}{N}\cdot\sum_{l=1}^{L}r_l^2 \tag{2.7}$$

通过观察我们可以设定 $a_l=Kr_l$，K 为一常数，这样就可以得到最大信噪比 ρ_Σ 为

$$\rho_\Sigma=\frac{1}{N}\cdot\frac{(\sum_{l=1}^{L}Kr_l^2)^2}{\sum_{l=1}^{L}(Kr_l)^2}=\frac{1}{N}\cdot\frac{K^2(\sum_{l=1}^{L}r_l^2)^2}{K^2\sum_{l=1}^{L}r_l^2}$$

$$=\frac{1}{N}\cdot(\sum_{l=1}^{L}r_l^2)=\sum_{l=1}^{L}\frac{r_l^2}{N}=\sum_{l=1}^{L}\rho_l \tag{2.8}$$

其中，$r_l^2/N=\rho_l$ 是每个支路接收到的信噪比，这样在一个 MRC 系统中合并后的信噪比为各支路信噪比之和。

从上式中可以得到一个重要结论就是，如果单个支路的信噪比不能达到系统要求的话，通过最大比合并后则可能满足要求。对于 BPSK 系统，条件差错概率为[4]：

$$P_{eBPSK}=Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}})=Q(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}) \tag{2.9}$$

得 L 重分集最大比合并的 BPSK 系统差错概率为

$$P_{eBPSK}(\rho_l)=Q(\sqrt{2\rho_\Sigma})=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi/2}\exp(-\frac{\rho_\Sigma}{\sin^2\phi})d\phi$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi/2}\prod_{l=1}^{L}\exp(-\frac{\rho_l}{\sin^2\phi})d\phi,\rho_\Sigma\geqslant 0 \tag{2.10}$$

假设每个支路有独立的衰落特性，则 L 个支路的条件差错概率如下：

$$P_{eBPSK}=\underbrace{\int_0^\infty\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty}_{L-fold}P_{eBPSK}(\rho_l)\prod_{l=1}^{L}P_M(\rho_l;\overline{\rho_l})d\rho_1 d\rho_2\cdots d\rho_L \tag{2.11}$$

将(2.10)代入(2.11)得

$$P_{eBPSK}=\underbrace{\int_0^\infty\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty}_{L-fold}\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi/2}\prod_{l=1}^{L}\exp(-\frac{\rho_l}{\sin^2\phi})d\phi\prod_{l=1}^{L}P_M(\rho_l;\overline{\rho_l})d\rho_1 d\rho_2\cdots d\rho_L$$

$$=\underbrace{\int_0^\infty\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty}_{L-fold}\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi/2}\prod_{l=1}^{L}\exp(-\frac{\rho_l}{\sin^2\phi})P_M(\rho_l;\overline{\rho_l})d\phi d\rho_1 d\rho_2\cdots d\rho_L \tag{2.12}$$

假设瑞利衰落信道每个支路的平均信噪比相同，如 $P_M(\rho_l;\overline{\rho_l})=P(\rho;\overline{\rho})$ 与 $\rho_l=\overline{\rho_l}$，对式(2.12)交换积分次序得：

$$P_{eBPSK}=\underbrace{\int_0^\infty\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty}_{L-fold}\frac{1}{\pi}\prod_{l=1}^{L}\exp(-\frac{\rho_l}{\sin^2\phi})P_{\rho 1}(\rho_l;\overline{\rho_l})d\phi d\rho_1 d\rho_2\cdots d\rho_L$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi/2}(M_r(-\frac{1}{\sin^2\phi};\overline{\rho}))^L d\phi \tag{2.13}$$

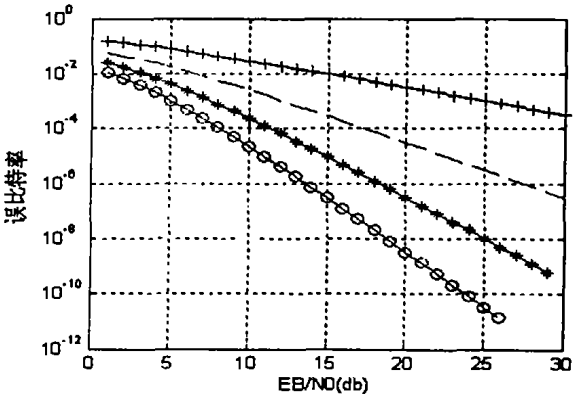
其中，$M_r(-\frac{1}{\sin^2\phi};\overline{\rho})$ 为每个支路信噪比瑞利分布的瞬时生成函数(moment generating function;MGF)，对于 BPSK 调制，MGF 的表达式为[1]：

$$M_r(-\frac{1}{\sin^2\phi};\overline{\rho})=(1+\frac{\overline{\rho}}{\sin^2\phi})^{-1} \tag{2.14}$$

将式(2.14)代入式(2.13)，得到一个有 L 个接收支路的 MRC 系统差错性能的最终表达式：

$$P_{eBPSK}=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi/2}(1+\frac{\overline{\rho}}{\sin^2\phi})^{-L}d\phi \tag{2.15}$$

式(2.15)曲线如图 1 所示。从图 1 可以看出：采用分集接收后，系统的误比特率性能明显得到改善，当分集重数较小时，增量的分集增益更大。



－＋－：L＝1 时误比特率随信噪比变化曲线
－－－：L＝2 时误比特率随信噪比变化曲线
－＊－：L＝3 时误比特率随信噪比变化曲线
－O－：L＝4 时误比特率随信噪比变化曲线

图 1　L 重分集最大比合并分集接收机中的 BPSK 差错性能

3　数字最大分集合并的算法实现和电路仿真

多路信号分集合并分为有导频信号的信号分集合并和无导频信号的分集合并，对于有导频信号的分集合并而言，需要将信号下变频到基带信号再对齐累加，这里我们讨论无导频信号的多路分集合并，这时就要求输入的信号同频同相。影响多路信号频率和相位的主要有多径效应和多普勒频移等，实际上在传输中频率的影响是很小的，像多普勒频移最大只有 185Hz 左右，而相位 $\theta_i(t)$ 的累计效应是非常大的，对合并影响也非常大，所以对最大比合并而言最主要是调整多路信号达到同相。这里我们以两路信号为例，采用差模校相的方式，其电路原理图如图 2。

频率控制字产生的控制字控制两个压控性能对称的 NCO，分别产生两路频率为 w_0,w'_0，相位为 θ_0,θ'_0 的本地信号。信号经数字下变频网络之后分别输出 $L(n)$。I 信号，$L(n)$。Q 信号，$R(n)$。I 信号，$R(n)$。Q 信号，分别为：

$L(n)$。I 信号：$a_n s_n(n)\cos(\omega n+\theta_l)$

$L(n)$。Q 信号：$a_n s_n(n)\sin(\omega n+\theta_l)$

$R(n)$。I 信号：$b_n s_n(n)\cos(\omega n+\theta_r)$

$R(n)$。Q 信号：$b_n s_n(n)\sin(\omega n+\theta_r)$

其中：

$$Sn(n)=\begin{cases}-1 & \text{数字信息为“0”}\\ +1 & \text{数字信息为“1”}\end{cases}$$

图 2 中各主要参数的关系是

$$w_i\approx w'_i \tag{3.1}$$

$$w_0\approx w'_0 \tag{3.2}$$

$$w=w_i-w_0 \tag{3.3}$$

$$\theta_l=\theta'_i-\theta'_0 \tag{3.4}$$

$$\theta_r=\theta_i-\theta_0 \tag{3.5}$$

$$\Delta\theta=\theta_l-\theta_r \tag{3.6}$$

$$A=c_1c_r a_n b_n s_n^2(n)=c_1c_r a_n b_n \tag{3.7}$$

由式 3.5 可以得出幅度 A 是一个常数，这样相位控制字的大小就由 $\Delta\theta$ 的大小决定，可以设定两路频率控制字使得 $\theta_0=-\theta'_0$，将 3.4，3.5 代入 3.6 推得

$$\Delta\theta=\theta_l-\theta_r=(\theta'_i-\theta'_0)-(\theta_i-\theta_0)=(\theta'_i-\theta_i)+2\theta_0 \tag{3.8}$$

维普资讯 http://www.cqvip.com

其中 $2\theta_0$ 就指补偿的相位，当 θ'_i 超前于 θ_i 时 θ_0 为负，而 θ'_i 滞后于 θ_i 时 θ_0 为正，这样逐渐使得两路输入信号达到同频同相。

最大比合并加权系数 $c_r+c_l=1$ (3.9)

令 $c_l=(S/N)_L/((S/N)_L+(S/N)_R)$ (3.10)

$c_r=(S/N)_R/((S/N)_L+(S/N)_R)$ (3.11)

$(S/N)_L,(S/N)_R$ 推导如下：

两路输入信号的能量分别为 W_L,W_R：

$$W_L=\sum_{n=0}^{N-1}|L(n)|^2=\sum_{n=0}^{N-1}|a_n|^2 \quad (3.12)$$

$$W_R=\sum_{n=0}^{N-1}|R(n)|^2=\sum_{n=0}^{N-1}|b_n|^2 \quad (3.13)$$

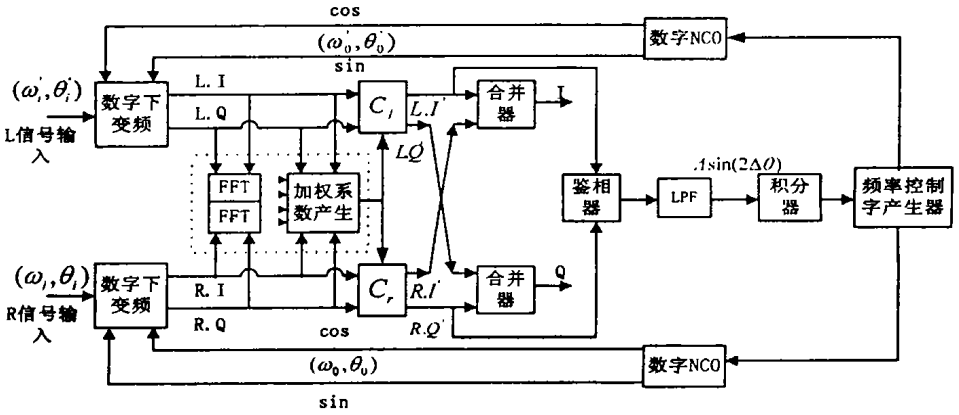


图 2 最大比合并分集接收算法框图

取 FFT 变换后的低次谐波分量 $L'(k),R'(k),(0<k<=N-1)$ 作为有效信号分量，$L'(n)=FFT[L(n)],R'(n)=FFT[R(n)]$，由 plancherel 公式，得到变换后的能量分别为

$$W_{L'}=[1/N]\sum_{n=0}^{A-1}|L'(n)|^2=[1/N]\sum_{n=0}^{A-1}|a'(n)|^2 \quad (3.14)$$

$$W_R=[1/N]\sum_{n=0}^{A-1}|R'(n)|^2=[1/N]\sum_{n=0}^{A-1}|b'(n)|^2 \quad (3.15)$$

上述两式中 $|a'(n)|,|b'(n)|$ 分别是 $L(n),R(n)$ 两路信号经 FFT 变换后各输出值的幅值。

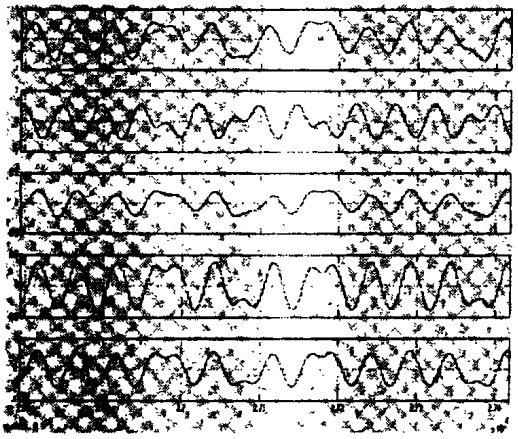


图 3 两路信号相位调整前后仿真效果图

由式(3.12),(3.13),(3.14),(3.15)可得两路信号的 S/N 分别为：

$$(S/N)_L=W_{L'}/(W_L-W_{L'})=\sum_{n=0}^{A-1}|a'(n)|^2/(N\sum_{n=0}^{N-1}|a_n|^2-\sum_{n=0}^{A-1}|a'(n)|^2) \quad (3.16)$$

$$(S/N)_R=W_{R'}/(W_R-W_{R'})=\sum_{n=0}^{A-1}|b'(n)|^2/(N\sum_{n=0}^{n=N-1}|b_n|^2-\sum_{n=0}^{n=A-1}|b'(n)|^2) \quad (3.17)$$

合并后的 I,Q 两路信号为：

I 路信号：$(c_1a_n+c_rb_n)s_n(n)\cos(\omega t+\theta)$ (3.18)

Q 路信号：$(c_la_n+c_rb_n)s_n(n)\sin(\omega t+\theta)$ (3.19)

θ 为调整以后的相位。

图 3 中第一，二路是未调整信号直接下变频输出，可以看出它们之间相差一定相位，且两路信号信噪比分别为 10dB 和 20dB；三四路是调整后信号输出，基本已经同相；第五路是合并后信号加权输出。

结论 通过分析可以得知：采用最大比分集接收后，系统的误比特率性能明显得到改善，当分集重数较小时，增量的分集增益更大；采用差模校相的方式，能够有效地使多路信号达到同频同相，本文分析的算法均能采用软件方式实现，符合现代软件无线电的思想，有效而可行。

在实际运用中，采用 ALTERA 公司 Cyclone 系列的 EP1C12Q240C8 芯片，差模校相调整的精度在 12.5°/50ms 以内，最大在 45°/50ms，满足合并的要求。

参 考 文 献

1 Goldsmith. EE359 Wireless Communications, Maximal Ratio Combining With Correlated Rayleigh Fading Channels

2 Lee J S,Miller L E,著．许希斌，等译．CDMA 系统工程手册．北京：人民邮电出版社，2001

3 张贤达，保铮，著．通信信号处理．北京：国防工业出版社，2000

4 许树声．信号检测与估计．国防工业出版社，1985

5 杨小牛，楼才义，徐建良．软件无线电原理与应用．电子工业出版社，2001